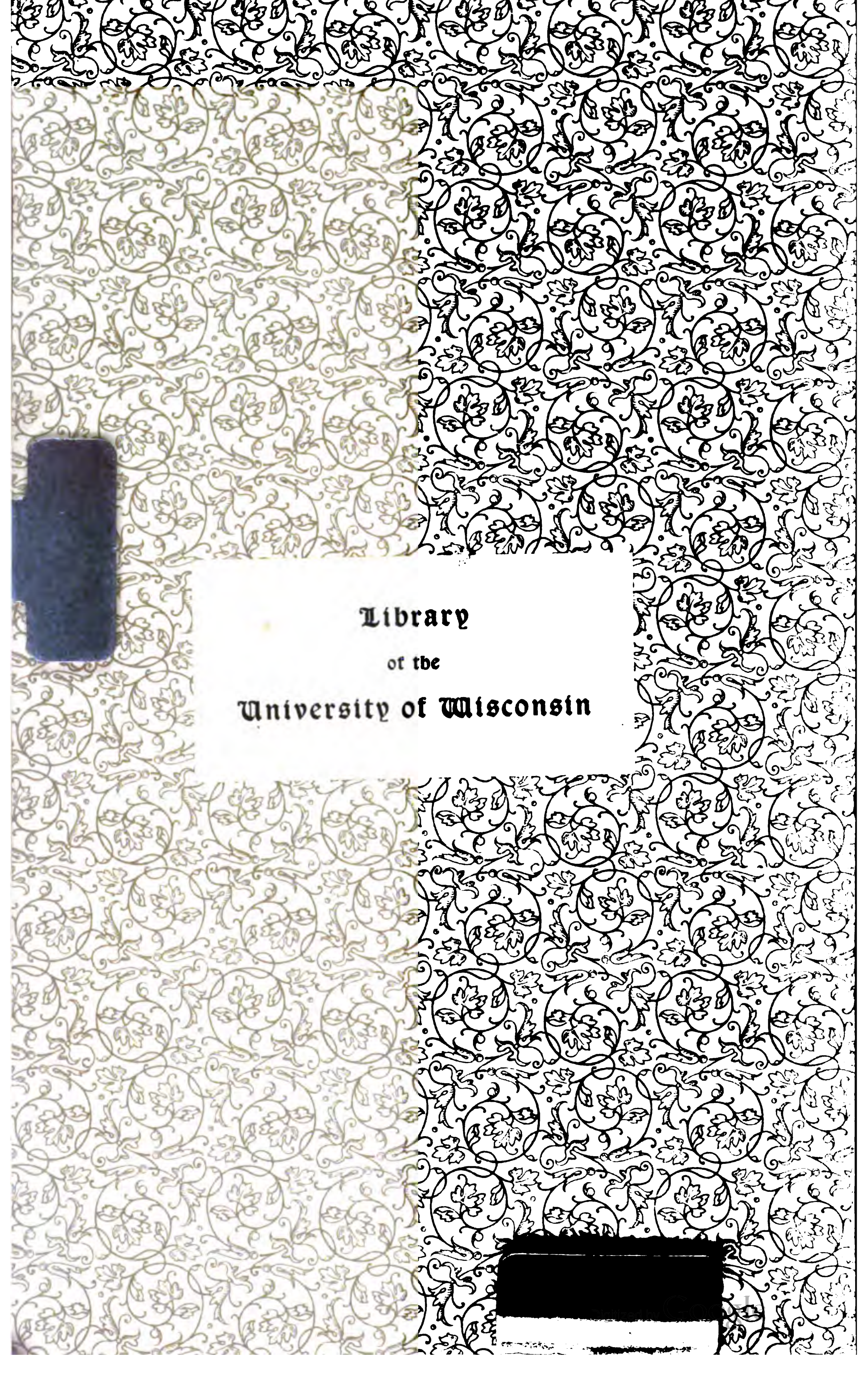






SAMMLUNG

Elektrotechnischer Vorträge.

Unter Mitwirkung von

Geheimrat Prof. Dr. E. Arnold-Karlsruhe, Direktor Dr. Corsepius-Dresden, Direktor Einbeck-Berlin, Prof. C. P. Feldmann-Delft, Prof. Dr. K. Feußner, Mitglied der physikal.-technischen Reichsanstalt, Oberingenieur Görling-Nürnberg, Ingenieur A. Heyland-Brüssel, Prof. Dr. Heinke-München, Chefingenieur J. Heubach-Kleinzschachwitz, Geheimrat Prof. Dr. E. Kittler-Darmstadt, Oberingenieur L. Kohlfürst-Kaplitz, Direktor Nerz-Nürnberg, Prof. Dr. Niethammer-Brünn, Prof. Dr. G. Roeßler-Danzig, Elektroingenieur Alex Rothert-Nancy, Dr. P. Schoop-Pfronten, Ingenieur Ch. P. Steinmetz-Schenectady, Baurat F. Uppenborn-München, Prof. H. F. Weber-Zürich, Prof. Dr. W. Wedding-Berlin

herausgegeben von **Prof. Dr. ERNST VOIT,**
München.

X. BAND.

Mit 220 Abbildungen.



STUTTGART.
VERLAG VON FERDINAND ENKE.
1907.

Druck der Union Deutsche Verlagsgesellschaft in Stuttgart.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Die Fortschritte auf dem Gebiete der drahtlosen Telegraphie. IV. Von Ingenieur Adolf Prasch. Mit 164 Abbildungen 1

Energie der Wirbelströme in elektrischen Bremsen und Dynamomaschinen. Von Dr.-Ing. Reinhold Rüdenberg. Mit 21 Abbildungen . . . 269

Theorie der Kommutation in Gleichstromdynamomaschinen, insbesondere beim Gebrauch von Wendepolen und breiten Kollektorbürsten. Von Dr.-Ing. Reinhold Rüdenberg. Mit 35 Abbildungen 371

Die Fortschritte auf dem Gebiete der drahtlosen Telegraphie.

IV.

Von

Ingenieur **Adolf Prasch,**

k. k. Regierungsrat und Eisenbahnoberinspektor a. D., Neudegg, Krain.

Mit 164 Abbildungen.

A. Einleitung.

Der Zweck dieser fortlaufenden Zusammenstellungen, alle Neuerungen und Errungenschaften auf dem Gebiete der drahtlosen Telegraphie festzuhalten und so dem Leser ein Bild über die Entwicklung dieses technischen Anwendungsgebietes zu geben, wurde bereits in „Die Fortschritte auf dem Gebiete der drahtlosen Telegraphie II“ eingehender erläutert.

Wie in der Einleitung zu den Fortschritten III erwähnt wurde, ist der Schwerpunkt der Forschungen zur Zeit mehr in die physikalischen Laboratorien verlegt, von welchen aus die Klärung aller noch nicht vollständig erkannten Erscheinungen schrittweise erfolgt. Da jedoch die Verhältnisse des praktischen Betriebes wesentlich verschieden von jenen sind, wie solche in den Laboratorien künstlich geschaffen werden müssen, lassen sich die Ergebnisse der Forschungsarbeit nicht unmittelbar für die Praxis nutzbar machen und bedarf es daher noch vieler mühsamer Versuchs- und Erfinderarbeit, um aus den gewonnenen Erkenntnissen Vorteil für den Betrieb ziehen zu können.

Es mußte dementsprechend auch hier dem physikalischen Teile ein breiterer Raum gewidmet werden; dabei dürfte vielleicht auffallen, daß die schon aus dem Jahre 1904 stammenden Untersuchungen von Abraham, Mandelstamm, Zenneck und Seibt erst hier Aufnahme fanden. Der bemessene Raum ließ jedoch deren Vorführungen in die Fortschritte III ohne lückenhaft zu werden nicht ermöglichen.

Epochemachende Neuerungen sind diesmal wenige zu verzeichnen, weil ja nunmehr die Grundlagen erkannt sind und daher den zu er-

strebenden Endzielen, die Richtfähigkeit der Wellen und die Entsendung ununterbrochener Wellenzüge zu ermöglichen, nur schrittweise zugesteuert werden kann. Bemerkenswert in dieser Richtung sind die Methoden zur Lenkung der Wellen von Allesandro Artom und von Dr. Ferdinand Braun, sowie der Lichtbogenunterbrecher von Ruhmer, da mit diesen die Lösung jener wichtigen Fragen angebahnt zu sein scheint.

Das Interesse, welches der drahtlosen Telegraphie so vielseitig entgegengebracht wird, läßt es nicht verwundern, daß in der Zwischenzeit auch wieder mehrere sogenannte Systeme der drahtlosen Telegraphie geschaffen wurden, wie die Systeme von Massie und Murgas und auch die bereits bestehenden Systeme eine große Zahl von Neuerungen aufzuweisen haben. Die beiden erwähnten neueren Systeme fußen auf den durch Marconi, Braun und Slaby gegebenen Grundlagen und beschränkt sich das Neue nur auf die besondere Ausgestaltung der Empfangsapparate und eine etwas geänderte Anordnung der Einrichtungen im allgemeinen.

Eine noch ungelöste Frage bezieht sich auf die Erdung der Sende- und Empfangsleiter. Eine Reihe von Untersuchungen spricht sich übereinstimmend dahin aus, daß die Anwendung eines elektrischen Gegengewichtes der unmittelbaren Erdung vorzuziehen ist. Im praktischen Betriebe wendet man aber die Erdung noch immer mit Vorliebe an und will damit günstigere Ergebnisse erzielen als mit dem Gegengewichte, benutzt daher letzteres nur dort, wo eine gute Erdung infolge der ungünstigen Bodenverhältnisse schwer herzustellen ist, oder die Verhältnisse ein rasches Aufstellen und Abbrechen der Einrichtung bedingen. Die Fortsetzung der einschlägigen Versuche unter Verhältnissen, welche den Bedingungen des praktischen Betriebes Rechnung tragen, dürfte jedoch auch hier bald die nötige Klärung bringen.

Zu erwähnen ist, daß bei den zu Tage getretenen Neuerungen vielfach wieder auf die sogenannten Leitungsmethoden zurückgegriffen wurde, wobei man sich jedoch die Wirkung nunmehr in anderer Weise zu erklären versucht und auch teilweise Wellenbewegung in der Erde annimmt. Zu diesen Methoden der Energieübertragung sind die im folgenden gleichfalls vorgeführten Einrichtungen von Nicola Tesla, Orling-Armstrong und von Hugo Mosler zu rechnen.

Der Lichttelegraphie und Lichttelephonie, wiewohl diese auch unter die Einrichtungen der drahtlosen Telegraphie zu rechnen wäre, wurde in dieser Zusammenstellung ebenso wie in den vorhergehenden nicht erwähnt, weil hier nur die auf rein elektrischer Fortpflanzung

von einer Stelle zur anderen beruhenden Methoden vorgeführt werden wollten. Außerdem erscheint der praktische Wert der lichtelektrischen Einrichtung wegen der geringen Uebertragungsentfernungen und der vielfachen Hindernisse, welche sich bei Eintritt von Nebelbildungen u. s. w. ergeben, viel zu gering, um diesen besondere Aufmerksamkeit zu widmen.

Wenn in der vorstehenden Zusammenstellung, ebenso wie in den vorhergehenden auch vielfach Material herangezogen wurde, für welches der Nachweis der praktischen Brauchbarkeit aussteht, so dürfte dies entgegen einer zum Ausdrucke gebrachten Anschauung eher ein Vorteil als ein Nachteil sein, da es Zweck dieser Arbeit ist, über alles auf dem Gebiete Geschaffene, und seien es auch nur Erfinderideen, Auskunft zu geben, wodurch vielseitig vor Nacherfindungen bewahrt werden dürfte.

Die Ungleichmäßigkeit in der Behandlung der einzelnen Materien, wie solche gleichfalls gerügt wurde, findet ihre Begründung darin, daß die Zusammenstellung nur auf Grundlage der angeführten Literaturbelege erfolgen konnte, diesfalls aber vieles nur skizzenhaft vorgeführt ist, was natürlich in der Wiedergabe nur in gleicher Weise zum Ausdrucke kommen kann. Wollte alles dieses ausgeschieden werden, so wäre der Zweck der Arbeit verfehlt, da sich gerade unter diesen oft nur kurz behandelten Teilen doch so manches vorfinden dürfte, was zu neuem Schaffen Anregung gibt. Eine Ergänzung des Originales erscheint jedoch mit der Tendenz überhaupt nicht vereinbarlich und könnte nur zu Irrungen führen.

In Anlage und Aufbau wurde gegenüber den vorhergegangenen Arbeiten, auf welche sich auch hier vielfach berufen werden mußte, nichts geändert. Auch die bisher gebrauchten Abkürzungen wurden beibehalten und sollen im nachstehenden wiederholt werden:

Die drahtlose Telegraphie	= d. T.
Die Fortschritte auf dem Gebiete der drahtlosen Telegraphie	= F. d. T.
„ „ „ „ „ „ „ „ II.	= F. d. T. II.
„ „ „ „ „ „ „ „ III.	= F. d. T. III.
Elektrotechnische Zeitschrift	= E. T. Z.
Annalen der Physik	= A. d. Ph.
Physikalische Zeitschrift	= Ph. Z.
L'Éclairage Electrique	= E. E.
Electrical Review	= E. R.
Electrical World and Engineer	= E. W.
Band	= Bd.
Seite	= S.

Alle jene Zeitschriften, die nur seltener in Betracht kommen, wurden, weil für diese der Gebrauch von Abkürzungen nur Erschwernisse für den Leser gebracht hätte, mit der vollen Bezeichnung angeführt.

B. Theorien und physikalisch theoretische Untersuchungen.

Eine neue Theorie über die Fritterwirkung. Dr. K. E. Guthe[1]) hat auf dem internationalen Elektrotechnikerkongreß zu St. Louis eine neue Theorie der Fritterwirkung entwickelt, die mehr Wahrscheinlichkeit für sich hat, als einer der Erklärungsversuche von Lodge, Auerbach, Eccles, Branly, Shaw, Bose u. s. w. Um einen Vergleich dieser neuen Theorie mit den bisherigen Hypothesen zu ermöglichen, seien die letzteren vorerst kurz skizziert.

Lodge nimmt an, daß die feinen Metallteilchen des Fritters mit einer dünnen schlechtleitenden Oxydschicht überzogen sind, die unter dem Einflusse der elektrostatischen Anziehung teilweise durchbrochen wird, so daß sich die Metallteile, unter Bildung unendlich kleiner Funken, durch Zusammenschmelzen vereinigen. Abgesehen davon, daß sich unter dem Mikroskope ein solches Zusammenschmelzen nicht feststellen läßt, und eine Funkenbildung nur dann beobachtet wird, wenn die Erregung weit über jenes Maß hinausgeht, welches zur Erreichung der Frittwirkung nötig ist, läßt sich beispielsweise bei Kohlefrittern ein Zusammenschmelzen der kleinsten Teilchen überhaupt nicht annehmen. Diese Hypothese gibt auch darüber keine Aufklärung, daß eine leichte Temperaturerhöhung den Ursprungswiderstand des Fritters wiederherstellt, wogegen eine Abkühlung keine entsprechende Wirkung ausübt.

Aus dem Einflusse, welche Schallwellen auf den Widerstand des Fritters ausüben, schließt Auerbach, daß die elektrischen Schwingungen in den kleinen Teilchen mechanische Schwingungen hervorrufen, die Widerstandsänderung sich sonach auf mechanischem Wege vollzieht. Da aber der Widerstand des Fritters unter der Einwirkung elektrischer Schwingungen auch dann abnimmt, wenn die Späne in feste Dielektrika eingebettet sind und unter Umständen bei starker elektrischer Beeinflussung eine Erhöhung des Widerstandes eintritt, was nach dieser Annahme unmöglich wäre, erscheint auch diese Erklärung nicht stichhaltig.

Nach Eccles spielt die Orientierung der einzelnen Teilchen eine

[1]) The Electrician, 4. Nov. 1904.

wichtige Rolle und nimmt er an, daß zwischen den Enden der einzelnen Teilchen Brücken aus Metallstaub entstehen, die bei mechanischer Erschütterung wieder zusammenbrechen. Tissot stellte tatsächlich fest, daß eine durch eine magnetische Kraft hervorgerufene Orientierung die Empfindlichkeit des Fritters steigert, er konnte aber niemals eine solche Orientierung durch Eintritt der Frittung feststellen. Abgesehen davon läßt sich hiermit die Erscheinung der selbsttätigen Entfrittung nicht erklären.

Nach Branly soll sich die Natur des zwischen den Teilchen befindlichen Dielektrikums unter der Einwirkung elektrischer Wellen in dem Sinne ändern, daß sich dessen Leitfähigkeit erhöht. Da ein derartiger Einfluß auf die Dielektrika noch in keinem Falle beobachtet wurde, die Frittwirkung auch vollkommen unterdrückt wird, wenn der isolierende Ueberzug der Partikelchen nicht sehr dünn ist, und es ferner für das Eintreten der Leitfähigkeit vollständig gleichgültig zu sein scheint, ob die Späne sich im Vakuum, in atmosphärischer Luft oder in irgend einem anderen Gase befinden, erscheint diese Theorie höchst zweifelhaft.

Bose kommt auf Grund der Tatsache, daß einige Fritter statt einer Abnahme eine Zunahme des Widerstandes unter der Einwirkung elektrischer Wellen zeigen, andere, namentlich Kohlefritter, nach Aufhören der elektrischen Bestrahlung selbsttätig in den nichtleitenden Zustand zurückkehren, zur Annahme, daß die Metalle in zwei allotropischen Formen vorkommen, von welchen die eine den Strom gut, die andere dagegen schlecht leitet. Der Uebergang aus der einen in die andere Form soll nun durch die elektrischen Schwingungen herbeigeführt werden. Die mit der Umformung auftretende molekulare Spannung kann dabei unter Umständen so stark werden, daß eine plötzliche Rückkehr in die stabilere Form, oder eine selbsttätige Entfrittung eintreten kann. Da jedoch Eccles nachgewiesen hat, daß eine beständige Potentialdifferenz die gleiche Wirkung hervorruft, wie elektrische Schwingungen, erscheint insbesondere in Berücksichtigung dessen, daß die Wirkungsweise der selbstentfrittenden Fritter bei verschieden starker Erregung vielfach wechselt, die Annahme von zwei allotropischen Formen des Metalles die Frage nur zu komplizieren, statt sie zu lösen.

Guthes neue Theorie baut sich auf der Elektronentheorie auf. Nach dieser Theorie bewegen sich in den Metallen freie Elektronen nach jeder Richtung, welche sich nach J. J. Thomson nicht aus dem Metall entfernen, weil bei ihrem Austritt eine elektrostatische An-

ziehung von der Größe $\frac{\varepsilon^2}{4r^2}$ zwischen den Elektronen und dem Metalle stattfindet, wobei ε die Ladung des Elektrons und r dessen Abstand von der Oberfläche des Metalles bedeutet. Treffen jedoch elektrische Wellen auf das Metall, so wird die Neigung des Elektrons das Metall zu verlassen, durch ein starkes äußeres elektrostatisches Feld unterstützt, welches die kinetische Energie des Elektrons vergrößert. Hierdurch wird es den Elektronen ermöglicht, von dem negativ geladenen Metall auf die andere Seite überzutreten. Es kommt ein elektrischer Strom zu stande, dessen Träger die Elektronen sind. Hieraus erklärt sich auch, daß man bei einem selbst in längerem Gebrauche befindlichen Fritter keinen Uebergang von Metall feststellen kann. Sind einmal die Metalle infolge des Elektronenüberganges in molekulare Beziehung zueinander getreten, so hat eine Vermehrung der elektrischen Energie nur eine Vermehrung der Elektronenzahl im Gefolge, oder es nimmt die Stromstärke zu, die Spannung bleibt dagegen konstant.

Der Uebergang der Elektrizität ist von einem senkrecht zur Stromrichtung wirkenden Drucke begleitet, welcher alle etwa zwischen den Metallteilchen befindlichen Moleküle des Dielektrikums zur Seite schleudert, so daß ein ununterbrochener metallischer Leitweg entsteht. Hören die elektrischen Impulse auf, so kehren die Teilchen in der Regel nur durch Anwendung einer mechanischen Kraft in ihre ursprüngliche Lage zurück, es bleibt sonach die Leitfähigkeit ohne diese bestehen. Werden durch Klopfen u. s. w. die Elektroden getrennt, so verdichtet sich das Dielektrikum wieder an der Oberfläche des Metalles, auch kommen unter Umständen andere Punkte in gegenseitige Berührung und es stellt sich der ursprüngliche nichtleitende Zustand wieder her. Werden jedoch unmittelbar nach der Trennung die Metalle an den gleichen Punkten wieder zusammengeführt, so hat das Dielektrikum noch nicht Zeit gefunden, sich vollständig zu verdichten und bleibt daher der Widerstand noch gering. Hierdurch erklärt sich die bereits erwähnte Beobachtung von Shaw. In diesem Falle scheint eine Umkehrung des Stromes die Rückkehr der Elektronen zu begünstigen und nimmt Guthe als Grund hierfür elektrolytische oder chemische Vorgänge an.

Dieser Theorie widerspricht auch nicht das Verhalten erhitzter Metallpulver, die, wie bekannt, gute Leiter sind. Guthe erzielte durch Erwärmung von Einzelkontakten eine Verminderung des Widerstandes und ging die zum Eintritt des Frittens erforderliche kritische Spannung praktisch auf Null zurück. Durch Abkühlung kehrt der frühere Zu-

stand wieder zurück. Hier zeigt sich eine Aehnlichkeit mit einem anderen Vorgange, bei welchem es sich gleichfalls um Elektronenübergänge handelt, nämlich mit der durch Erhitzung der Kathode in einer Vakuumröhre erzielten Wirkung.

Bei Frittern, welche einen sehr hohen Widerstand haben, was als ein Charakteristikum der selbstentfrittenden Fritter ist, sind die sich berührenden Teile der Metallspänchen sehr klein und es können demgemäß verhältnismäßig nur wenige Elektronen übergehen. Es findet in solchen Fällen, namentlich wenn die Erregung sehr schwach ist, zwar ein Elektronenübergang statt, der entstehende Strom ist aber nicht stark genug, um die Moleküle des Dielektrikums zur Seite zu schleudern und dadurch eine dauernde Leitfähigkeit herzustellen. Da diese Erklärung nicht für alle Fälle der Selbstentfrittung ausreicht, nimmt Guthe an, daß der Elektronenübergang von einer Ionisation des umgebenden Gases begleitet wird, welche mit Aufhören der elektrischen Erregung verschwindet. Die Ionisation hängt nun von der aufgewendeten Energie ab und verringert bezw. vergrößert sich der Widerstand mit wachsender bezw. abnehmender E.M.K.

Bei gleichbleibender E.M.K. und kleinem Widerstande des äußeren Stromkreises kann die Abnahme der Potentialdifferenz im Fritter nach Herstellung des Stromes eine Rückbildung der Gasmoleküle zur Folge haben, worauf die Potentialdifferenz wieder zunimmt und der Strom von neuem ansteigt und so fort. Das System befindet sich sodann gerade an der Grenze der Frittwirkung. Periodische Aenderungen dieser Art können wie Ferrié und Hornemann beobachtet haben, zu musikalischen Tönen Anlaß geben, wie solche auch in Vakuumröhren auftreten.

Die vielfach beobachtete Verzögerung der Frittwirkung, die namentlich dann häufiger eintritt, wenn die erregende E.M.K. in der Nähe der kritischen Spannung liegt, erklärt sich hier einfach aus dem Zeitaufwand, welcher der schwache Erregerstrom erfordert, um eine ausreichende Ionisation herbeizuführen.

Die Einbuße an Empfindlichkeit, wie solche an manchen Frittern, nachdem sie einige Zeit gebraucht wurden, zu bemerken ist, läßt sich nicht in allen Fällen auf eine Zunahme der Oberflächenoxidation zurückführen, da beispielsweise nach Huth ein Paraffinöl enthaltender Fritter sich nach zwölfstündiger Ruhe erholte, und ein Luft als Dielektrikum enthaltender Fritter durch Zufuhr frischer Luft nahezu die volle Empfindlichkeit erhielt. Die bei Entladungsröhren beobachteten gleichartigen Erscheinungen lassen die Guthesche Theorie auch

auf diesen Vorgang anwenden. Bei Metallpulverfrittern macht sich die Erscheinung der Ermüdung besonders bemerkbar und erklärt sich dies einfach dadurch, daß eine große Zahl der Partikel bei der Frittwirkung nicht beteiligt ist, diese aber einen Teil der Ionen von dem Stromwege abdrängen.

Zur Theorie ungedämpfter elektrischer Schwingungen[1]). Im singenden Lichtbogen entstehen, wie es schon länger bekannt ist, ungedämpfte elektrische Schwingungen. Der Mechanismus dieser Schwingungen blieb trotz einschlägiger Untersuchungen umso mehr im unklaren, als es überhaupt unmöglich erscheint, ungedämpfte Schwingungen zu erzeugen, indem die Energie in Form Joulescher Wärme zerstreut wird und sohin die entstandenen Schwingungen früher oder später ein Ende nehmen müssen.

Die Duddellschen Experimente zeigen jedoch, daß ungedämpfte Schwingungen dennoch existieren müssen. Die Theorien von Duddell, Janet und Granquist nehmen diese Existenz als ein Postulat an und suchen nach einer Ursache, welche die verlorene Energie wieder ersetzen könnte. Sie gelangen nun dahin, daß ungedämpfte Schwingungen dann entstehen, wenn $\frac{dv}{di} < 0$, wobei dv die momentane Aenderung der Spannung an den Bogenelektroden und di die momentane Aenderung des Stromes bedeutet.

Diese Theorie kann nun nach Ansicht des Verfassers S. Maisel nicht richtig sein und wird auch durch die Tatsachen widerlegt, indem singende Bögen beobachtet wurden, in welchen $\frac{dv}{di} > 0$ war. Auch wurde entgegen der Annahme der vorerwähnten Physiker bereits von Maisel und auch von Corbino nachgewiesen, daß die Schwingungen im singenden Lichtbogen gar nicht dem harmonischen Gesetze gehorchen. Für die Entwicklung einer Theorie dieser ungedämpften Schwingungen ist es besser, den Lichtbogen, bei welchem zufälligerweise die ungedämpften Schwingungen zum ersten Male beobachtet wurden, ganz beiseite zu lassen, da sich der Bogen, weil man von ihm noch zu wenig weiß, schlecht zu theoretischen Untersuchungen eignet.

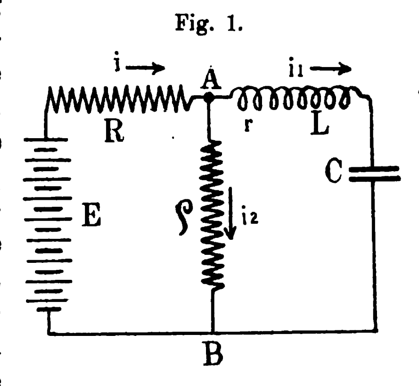
Es ist daher ratsam, die Frage breiter zu fassen und als Ausgangspunkt einen Stromkreis, wie er in Fig. 1 dargestellt ist, anzunehmen. Der Leiter AB sei hier ein einfacher Leiter, auf den das

---

[1]) Phys. Z. 1905, Nr. 2, S. 38.

Ohmsche Gesetz Anwendung findet, jedoch mit dem Unterschiede von gewöhnlichen Leitern, daß er den Strom nicht unter allen Umständen zu leiten vermag, d. h. daß dessen Widerstand, wenn die Spannung an seinen Enden zu niedrig wird, plötzlich bis zur Unendlichkeit wächst. Dabei kann er zum Leitendwerden einer viel größeren Spannung bedürfen, als diejenige ist, bei der er zu leiten aufhört. Ein solcher Leiter läßt sich leicht vorstellen und läßt sich auch die erwähnte Bedingung in die Rechnung einführen und zwar durch die Annahme, daß im Leiter A B eine fiktive gegenelektromotorische Kraft existiert.

Fig. 1.



Bezeichnet man jetzt mit i die momentane Hauptstromstärke, mit i_1 die momentane Stromstärke im Kondensatorzweig, mit i_2 die momentane Stromstärke im Leiter A B, mit R, r und ρ die Widerstände der Hauptleitung, des Kondensatorzweiges und des Leiters A B, mit C und L die Kapazität und den Selbstinduktionskoeffizienten des Nebenschlusses, mit E die Spannung der Akkumulatorenbatterie, mit e die fiktive gegenelektrische Gegenkraft im Leiter A B, und mit $\mathfrak{v}$ den momentanen Wert der Spannung am Akkumulator, so gelangt man nach den gegebenen Ableitungen zu den beiden Formeln

$$\frac{\sqrt{C}}{\sqrt{L}} \geqq \frac{E - e_m}{(E_1 - \mathfrak{v}) R} e, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$$\mathfrak{v} \geqq E_1 - (U_{max} - E_1) e^{-\frac{M\pi}{2L^e}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

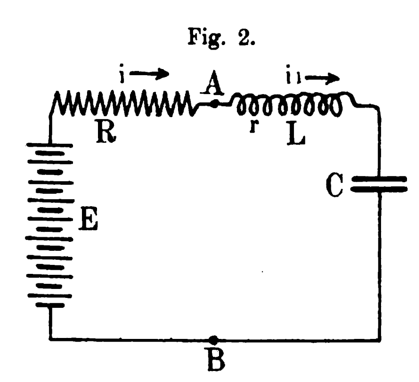
welche eine allgemeine Erklärung der Entstehung ungedämpfter Schwingungen ermöglichen.

Es ist hier noch notwendig, darauf hinzuweisen, daß die Fig. 1 die Form der Fig. 2 annimmt, wenn die Spannung an den Enden des Leiters A B so weit abnimmt, daß der Widerstand dieses Leiters unendlich wird, da dann in diesem Falle dieser Leiter für die Stromvorgänge als nicht vorhanden angesehen werden kann.

Die Vorgänge der Entstehung ungedämpfter elektrischer Schwingungen lassen sich nun wie folgt darstellen: Wird angenommen, daß es für den Leiter A B (Fig. 1) eine Minimalspannung gibt, bei welcher er noch leitend ist, so entsteht, wenn im Stromkreise die Bedingung

der Gleichung (1) erfüllt ist, während des Ladens des Kondensators, im Stromkreise eine Unstetigkeit, die das Ueberladen des Kondensators bewirkt. Infolgedessen wird dem Kondensator während der Ladung von der Stromquelle so viel Energie zugeführt, daß bei der folgenden Entladung die Spannung am Kondensator viel weiter herabsinkt, als dies bei einem stetigen Stromkreise der Fall wäre. Ist die dabei entstehende Maximalspannung noch zu hoch um die Bedingung der Gleichung (2) zu erfüllen, so klingen die Schwingungen mehr oder minder rasch ab. Wird jedoch die Bedingung dieser Gleichung erfüllt, so können die einmal entstandenen Schwingungen nicht mehr aufhören. Im Falle des Gleichheitszeichens setzen sie sofort mit normaler Amplitude ein und dauern so lange an, als der Stromerzeuger Energie liefert. Im Falle des Ungleichheitszeichens gibt es vorerst eine Einstellungsperiode, nach deren Abfließen die Schwingungen wieder unendlich lange bestehen können.

Fig. 2.



Es wird sonach die Energie der Schwingungen nicht neu geschaffen, sondern von der Stromquelle geliefert, und gibt es in jeder Phase einer einzelnen Schwingung eine sogar recht starke Dämpfung. Die eintretende Unstetigkeit des Stromkreises gestattet aber, die von der Stromquelle gelieferte Energie völlig auszunützen und die Verluste zu decken.

Auf Grund der entwickelten Formeln lassen sich die Strom- und Spannungskurven im Leiter A B aufzeichnen. Solche gezeichnete Kurven ergaben, daß die Stromkurve sehr nahe mit der im singenden Bogen experimentell gefundenen Kurve übereinstimmt. Die Spannungskurven waren in beiden Fällen jedoch sehr voneinander verschieden, was sich auch aus den Eigenschaften des Bogens leicht erklären läßt.

Die Formel (1) bietet die Möglichkeit, das Verhältnis zwischen der Kapazität und der Selbstinduktion zu berechnen, und hat sich hierbei gezeigt, daß bei Einsetzen der Strombedingungen für den singenden Bogen das gleiche Verhältnis berechnet wurde, welches Duddell auf experimentelle Weise ermittelt hat.

Der Verfasser behält sich vor, noch Erweiterungen der Theorie und experimentelle Beweise für deren Richtigkeit zu erbringen.

Dr. Max Abrahams Theorie des an einen geschlossenen Sendekreis unmittelbar angeschlossenen Sendedrahtes[1]. Die Kapazität eines in sich geschlossenen Schwingungskreises sei C_0 dessen Selbstinduktion L_0, erstere sei in den Kondensatoren vereinigt, letztere auf die Verbindungsdrähte zwischen den Belegungen verteilt. Es lassen sich sodann quasistationäre Strömungen annehmen. Wird C_0 im absoluten elektrostatischen und L_0 im absoluten elektromagnetischen Maße, also in Zentimetern ausgedrückt und die eine Kondensatorbelegung mit der Erde und die andere mit dem Luftdrahte verbunden gedacht, so ist, wenn die Länge l des Luftdrahtes gleich einem Viertel der Wellenlänge des ungekoppelten Kreises angenommen wird

$$4l = \lambda_0 = 2\pi \sqrt{C_0 L_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Der Schwingungsvorgang bei Vernachlässigung der Dämpfung. Ist in einem Schwingungskreis die Dämpfung nicht so groß, um die Frequenz der Eigenschwingungen merkbar zu beeinflussen, so kann in erster Annäherung die Dämpfung vernachlässigt werden. Bei Vernachlässigung der Dämpfung läßt sich für die Bestimmung der Schwingungsfrequenz, sowie der Verteilung des Stromes und der Spannung längs des Luftdrahtes annehmen, daß die Schwingungen der Spannung an dem mit dem Luftdrahte verbundenen Belage der Leydenerflaschen nach der Gleichung verlaufen

$$V_0 = b_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{\tau}\right), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

worin τ die Dauer der Schwingung im Sendedrahte bedeutet. Wird V_0 in elektrostatischen und die Stromstärke im primären Kreise J_0 in elektromagnetischen Einheiten gemessen und bedeutet c die Lichtgeschwindigkeit im Aether, so erhält man

$$V_0 - \frac{L_0}{c} \cdot \frac{d \,.\, J_0}{dt} = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Der resultierende primäre Wechselstrom ist sodann

$$J_0 = b_0 \frac{\lambda}{2\pi L_0} \sin \frac{2\pi t}{\tau}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

worin $\lambda = c\tau$ die gesuchte Wellenlänge bedeutet.

Der durch die wechselnde Ladung der Kapazitäten entstehende Strom (in elektromagnetischen Einheiten) ergibt sich aus

$$-\frac{1}{c} C_0 \frac{d V_0}{dt} = b_0 \frac{2\pi C_0}{\lambda} \sin \frac{2\pi t}{\tau}.$$

[1]) Ph. Z. 1904, 1. April.

Dieser Strom geht teilweise durch den primären Kreis und teilweise durch den Luftdraht. Der erstere Teil ist durch die Gl. (4) und der zweite Teil durch den Ausdruck

$$b_0 \sin \frac{2\pi t}{\tau} \left(\frac{2\pi C_0}{\lambda} - \frac{\lambda}{2\pi L_0} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

dargestellt.

Wird der Strom und die Spannung im Luftdrahte mit J bezw. V bezeichnet, so lassen sich diese an einem beliebigen Punkte z, dessen Wert zwischen o und l veränderlich ist, durch die Formeln darstellen

$$J = a \sin x \left(1 - \frac{z}{l} \right) \sin \left(\frac{2\pi t}{\tau} \right), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

$$V = - \frac{a\, l}{C} \cos x \left(1 - \frac{z}{l} \right) \cos \left(\frac{2\pi t}{\tau} \right), \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

worin

$$x = \frac{2\pi l}{\lambda}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

C ist hierbei die Kapazität des Luftdrahtes und $\frac{C}{l}$ die Kapazität für die Längeneinheit des Drahtes. Es erfüllen sonach die Gl. (6) und (7) die Beziehungsgleichung

$$- c \frac{dJ}{dz} = \frac{C}{l} \frac{dV}{dt}.$$

An dem oberen Ende des Drahtes, also für $z = l$ befindet sich ein Knoten des Stromes. Das Potential an diesem Punkte ist

$$V_l = - \frac{a\, l}{C} \cos \frac{2\pi t}{\tau}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Wäre es möglich, die Wellenlänge λ des mit dem geschlossenen Schwingungskreise verbundenen Sendedrahtes gleich λ_0 d. i. der Wellenlänge des primären Kreises im nicht verbundenen Zustande zu machen, so müßte nach Gl. (1) und (8) $x = \frac{\pi}{2}$ werden und am Anschlußpunkte des Luftdrahtes ein Spannungsknoten ($V = o$) entstehen. Dies ist aber unmöglich, weil infolge der Koppelung die Spannung am unteren Luftdrahtende nach Gl. (2) veränderlich sein muß und folgert sich hieraus, daß die Schwingungsperiode des Luftdrahtes mit jener des Primärkreises nicht übereinstimmen kann.

Die Koppelung des Primärkreises mit dem Luftdrahte gibt zwei Gleichungen. Auf der einen Seite wird die Spannung am Anschluß-

punkte nach Gl. (7) für $z = 0$, der durch die Gl. (2) dargestellten Spannung der Kondensatorbelegung gleich sein, sohin

$$\frac{a\,l}{C} \cos x = -b_0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Auf der anderen Seite muß die Stromstärke am Anschlußpunkte des Luftdrahtes sowohl durch die Gl. (5) als auch durch die Gl. (6) für letztere $z = 0$ dargestellt werden können und ist sonach

$$a \sin x = b_0 \left(\frac{2\pi C_0}{\lambda} - \frac{\lambda}{2\pi L_0} \right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Gl. (11) durch Gl. (10) dividiert findet man:

$$\operatorname{tg} x = -\left(\frac{2\pi C_0}{\lambda} - \frac{\lambda}{2\pi L_0} \right) \frac{l}{C} = \left(\frac{l\lambda}{2\pi C_0 L_0} - \frac{2\pi l}{\lambda} \right) \frac{C_0}{C}.$$

Bezeichnet man zur Abkürzung wie in Gl. 1

$$x_0 = \frac{2\pi l}{\lambda_0} = \frac{l}{\sqrt{C_0 L_0}} = \frac{\pi}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

und das Verhältnis zwischen Luftdraht- und Kondensatorkapazität d. i. das sogenannte Kapazitätsverhältnis mit α

$$\alpha = \frac{C}{C_0}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

so ergibt sich unter Berücksichtigung der Gl. (8)

$$\operatorname{tg} x = \frac{x_0^2 - x^2}{\alpha x}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Diese transzendente Gleichung bestimmt die Schwingungsperioden des direkt gekoppelten Senders. In anderer Form wurde diese Formel bereits von Dr. G. Seibt entwickelt, doch unterließ es dieser, hieraus die für die drahtlose Telegraphie wichtigen Schlußforderungen zu ziehen.

Die Wurzeln der Gl. (14) lassen sich auf graphischem Wege leicht ermitteln. In den für die Praxis der Wellentelegraphie wichtigen Fällen weichen jedoch die Wellenlängen λ' und λ'' des gekoppelten Systemes von der Schwingungslänge $\lambda_0 = 4\,l$ des ungekoppelten Primärkreises nicht sehr weit ab, und gelangt man daher durch das folgende Näherungsverfahren zu einem Ueberblicke über den Schwingungsvorgang.

Schreibt man Gl. (14)

$$(x_0^2 - x^2) \operatorname{cotg} x = \alpha x,$$

berücksichtigt man ferner, daß nach Gl. (12) $x_0 = \frac{\pi}{2}$ ist und setzt man

$$x = \frac{2\pi l}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + \xi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

und nimmt an, daß ξ gegen $\frac{\pi}{2}$ so klein ist, daß Quadrate und höhere Potenzen von ξ vernachlässigt werden können, man sohin $\cos x = -\xi$, $\sin x = 0$ und $\operatorname{cotg} x = -\xi$ setzen darf, so wird

$$\left[\left(\frac{\pi}{2} + \xi\right)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2\right]\xi = \alpha\left(\frac{\pi}{2} + \xi\right).$$

Da nun α von der Ordnung ξ^2 ist, kann $\alpha\xi$ rechts und ξ^3 links weggelassen werden und ergibt sich sohin

$$\xi = \pm\sqrt{\frac{\alpha}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Es lassen sich demnach für ein hinreichend kleines Kapazitätsverhältnis die Wurzeln der Gl. (14) darstellen

$$x' = \frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{\alpha}{2}}, \qquad x'' = \frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{\alpha}{2}} \quad . \quad . \quad (16a)$$

Die anderen, den Oberschwingungen des Luftdrahtes entsprechenden Wurzeln, kommen für die drahtlose Telegraphie nicht in Betracht.

Es ist nun vorteilhaft, an Stelle von x die Schwingungszahl n in 2π Sekunden einzuführen

$$n = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{2\pi c}{\lambda} = \frac{c}{l}x. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Dann sind die Schwingungszahlen der beiden langsamsten Eigenschwingungen des direkt gekoppelten Sendedrahtes

$$n' = \frac{c}{l}x', \qquad n'' = \frac{c}{l}x''. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Das arithmetische Mittel dieser Schwingungszahlen

$$n_0 = \frac{n' + n''}{2} = \frac{c}{l}\left(\frac{x' + x''}{2}\right) = \frac{c}{l}\,\frac{\pi}{2} = \frac{c}{l}x_0 = \frac{2\pi c}{\lambda_0} \quad (19)$$

ist gleich der Schwingungszahl des ungekoppelten Primärkreises. Die halbe Differenz dieser Zahlen

$$\nu = \frac{n' - n''}{2} = \frac{c}{l}\sqrt{\frac{\alpha}{2}} = \frac{c}{l}\sqrt{\frac{C}{2C_0}} \quad . \quad . \quad (20)$$

ist um so geringer, je kleiner die Luftdrahtkapazität C im Verhältnisse zur Kondensatorkapazität C_0 des Primärkreises ist. Die von dem Grafen Arco auf experimentellem Wege gefundenen Ergebnisse sind hierdurch theoretisch bestätigt und formuliert.

Mit Hilfe der für x gefundenen Werte läßt sich nun auch die den Eigenschwingungen des Senders entsprechende Verteilung des Stromes und der Spannung im Luftdrahte bestimmen. Cos $x = -\xi$ und nach Gl. (10) und Gl. (16)

$$a = \pm b_0 \frac{C}{l} \sqrt{\frac{2}{\alpha}}.$$

Wird zur Abkürzung gesetzt

$$\eta = \frac{C}{l} \sqrt{\frac{2}{\alpha}} = \frac{1}{l} \sqrt{2 C C_0} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{2 C}{L_0}}, \quad . \quad . \quad (21)$$

so stellen die Ausdrücke

$$a' = -b_0' \eta \quad \text{und} \quad a'' = -b_0'' \eta$$

nach Gl. (6) die diesen Eigenschwingungen entsprechenden Stromamplituden im Luftdrahtanschluß dar, da in diesem Falle sin $x = 1$ zu setzen ist.

Die beiden Schwingungen überlagern sich und ergibt sich demnach der resultierende Strom mit

$$J_{z=0} = \eta \left[b_0' \sin(n' t) - b_0'' \sin(n'' t)\right]. \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

Für die Spannung am freien Luftdrahtende erhält man nach Gl. (9) und Gl. (21)

$$V_l = \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \left[- b_0' \cos(n' t) + b_0'' \cos(n'' t)\right] \quad . \quad . \quad (23)$$

und für die Spannung am unteren Ende des Drahtes nach Gl. (2)

$$V_0 = b_0' \cos(n' t) + b_0'' \cos(n'' t). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Der für die Spannung am Luftdrahtende maßgebende Faktor $\sqrt{\frac{2}{\alpha}}$ der Gl. (23), dessen reziproker Wert nach Gl. (20) die Schwingungsdifferenz bestimmt, führt zu der Folgerung, daß die Spannung am Luftdrahtende umso größer wird, je geringer die Schwingungsdifferenz ist.

Für die Zwecke der drahtlosen Telegraphie ist es jedoch weniger wichtig, hohe Spannungen am Luftdrahtende, als möglichst

große Stromamplituden oder Intensitätsbäuche am Luftdrahtanschlusse zu erreichen, da die Amplituden der vom Sender ausgehenden Wellen dieser Stromamplitude unmittelbar proportional sind. Die Länge des Luftdrahtes ist hierbei von keinem Einfluß auf die Stromamplitude. Die Vergrößerung der wirksamen Länge des Luftdrahtes wird durch das Anwachsen der Wellenlänge kompensiert, wogegen die Intensität des elektrischen Feldes der Wellen proportional der zeitlichen Aenderung der Stromintensität ist. Es ist sonach zur Vergrößerung des elektrischen Feldes der Wellen die durch Gl. (21) definierte Größe η möglichst groß zu machen, d. h. die Luftdrahtkapazität bei konstant zu haltender Wellenlänge im ungekoppelten Primärkreise zu vergrößern und die Selbstinduktion des Primärkreises zu verkleinern.

Vermittels eines ungedämpften Resonators lassen sich, wenn die Schwingungsdifferenz v nicht zu klein ist, die vom Sender ausgestrahlten Teilwellen n' und n'' voneinander trennen. Je kleiner dagegen v ist, desto eher wird die Dämpfung der Sender- und Resonatorschwingungen die beiden Teilwellen abflachen und bei genügend kleinem v sogar zum Verschwinden bringen, so daß beide Wellen vom Empfänger wie eine einzige aufgenommen werden.

Für diesen Fall ist es zweckmäßig, die Formeln (22) bis (24) so umzugestalten, daß sie die Verschmelzung der beiden Teilschwingungen zu einer einzigen von der Schwingungszahl n_0 und schwebender Amplitude zum Ausdruck bringen. Zu Beginn des Schwingungsvorganges ($t = 0$) ist der Sender stromlos und die Potentialdifferenz der Kondensatorbelegungen V_0 ist, wie die Spannung am Luftdrahtende gleich dem Funkenpotentiale B_0 und es wird

$$b_0'' + b_0' = B_0 \quad \text{und} \quad b_0'' - b_0' = B_0 \sqrt{\frac{\alpha}{2}}\,.$$

An Stelle der hieraus resultierenden Werte

$$\left\{\begin{aligned} b_0'' &= \frac{B_0}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{\alpha}{2}}\right) \\ b_0' &= \frac{B_0}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{\alpha}{2}}\right) \end{aligned}\right.$$

welche dem angenommenen Anfangszustande entsprechen, kann man, wenn man sich mit einer annähernden, für geringe Schwingungsdifferenzen zutreffenden Rechnung begnügt $b_0'' = b_0' = \dfrac{B_0}{2}$ setzen und wird dann

$$\left\{\begin{aligned} J_{(\text{für } s=0)} &= B_0 \eta \sin(v t) \cos(n_0 t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25) \\ V_l &= B_0 \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \sin(v t) \sin(n_0 t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26) \\ V_0 &= B_0 \cos(v t) \cos(n_0 t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27) \end{aligned}\right.$$

Die Schwingungszahl (n_0 in 2π Sekunden) ist jene des ungekoppelten Primärkreises oder jene des direkt erregten Marconisenders.

Die Anzahl der Perioden (Schwebungszahl, $2v$ in 2π Sekunden) bestimmt sich aus den Gl. (19) und (20) mit

$$\frac{2v}{n_0} = \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

Zu Beginn des Vorganges ist Energie nur im Primärkreise vorhanden, im Verlauf der Schwebung geht sie auf den Luftdraht über und ist nach einer halben Schwebung, sonach zur Zeit

$$\tau = \frac{\pi}{2v} = \frac{\pi}{n_0} \cdot \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{2}{\alpha}} = \tau_0 \frac{\pi}{8} \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \quad . \quad . \quad (29)$$

die ganze Energie aus dem Primärkreis in den Sendedraht übergegangen. Von da würde sie nach einer pendelartigen Bewegung zur Gänze wieder zurückschwingen, wenn nicht durch die Ausstrahlung ein Teil verloren gegangen wäre.

Strahlungsdämpfung. Um die Menge der durch den Sender ausgestrahlten Energie zu bestimmen, ist es notwendig, die beiden Teilwellen zu einer in der Zeit veränderlichen Amplitude zu vereinigen. In Wirklichkeit überlagern sich die Felder der beiden Wellen ganz gut, dies trifft aber nicht für die ausgestrahlte Energie in gleicher Weise zu, nachdem die Strahlung proportional dem Quadrate der Intensität des resultierenden Feldes ist.

Die Stromamplitude im Strombauche ist nach Gl. (25)

$$A = B_0 \eta \sin(v t), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

Die mittlere Ausstrahlung in der Sekunde ist gegeben durch

$$S = \frac{c Q^2}{4} \cdot 2{,}44 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

Das logarithmische Dekrement der Dämpfung, hervorgerufen durch die Eigenschwingung des Sendedrahtes, wird durch die Integrierung der Maxwellschen Gleichungen bestimmt.

Dieses Dekrement der Grundwelle ist

$$\sigma = \frac{2{,}44}{\log \text{nat} \left(\frac{2l}{\rho}\right)}, \quad \ldots \ldots \quad (32)$$

worin ρ den Radius des Luftdrahtquerschnittes darstellt.

Diese für die einfache Marconischaltung gültigen Formeln (31) und (32) sind nun auch hier zu verwenden, da die Stromverteilung bei geringer Schwingungsdifferenz nur wenig von dem unmittelbar erregten Sender Marconis abweicht. Da die auf die Längeneinheit des Luftdrahtes entfallende Selbstinduktion $\left(\frac{L}{l}\right) = 2 \log \text{nat} \left(\frac{2l}{\rho}\right)$ gleich dem reziproken Wert der Kapazität für die Längeneinheit ist, hat man:

$$\frac{C}{l} = \frac{l}{L} = \frac{1}{2 \log \text{nat} \left(\frac{2l}{\rho}\right)} \quad \ldots \ldots \quad (33)$$

und geht die Formel (32) über in

$$\sigma = 2{,}44 \frac{2C}{l}. \quad \ldots \ldots \quad (34)$$

Obgleich nun die Formel (33) mit der in der Elektrostatik gefundenen Kapazität eines Drahtes von der Länge $2l$ (Luftdraht und sein Spiegelbild) übereinstimmt, so ist es unmöglich, sie auf elektrostatische Betrachtungen zu stützen. Die Verteilung der Ladung und die Entstehung eines Feldes sind ganz andere, wenn es sich um schnelle Schwingungen handelt, als bei einer statischen Ladung. Diese Formel führt indessen zu Werten der Energie des Feldes eines Sendedrahtes, welche mit dem Ausdruck (34) für die Strahlung den exakten Wert des Dekrements der Dämpfung gibt.

Die Stromamplitude des einfachen Marconisenders verringert sich infolge der Dämpfung in der Zeit t auf den Bruchteil $e^{-\frac{\sigma t}{T_0}}$. Bei dem gekoppelten Sender befindet sich die Energie vorher in dem primären Kreis und überträgt sich nur nach und nach auf den Sendedraht. Die maximale Stromamplitude im Sendedraht zur Zeit $T = \frac{\pi}{2v}$, welche ohne Dämpfung nach Gl. (30) gleich $B_0 \eta$ wäre, wird durch die Strahlung auf den Wert $e^{-\frac{\sigma T}{2 T_0}}$ herabgemindert. Bei dem gekoppelten Sender findet sich tatsächlich im Sendedrahte nur während der Zeit T einer halben Periode Energie vor. Es kann sohin nur die Hälfte der

Energie ausgestrahlt werden und ist daher als Dämpfungsfaktor $\frac{\sigma}{2}$ an Stelle des Wertes σ für den einfachen Marconisender einzusetzen. Unter Berücksichtigung der Gl. (29) findet man die maximale Stromamplitude mit $A_m = B_0 \eta e^{-\frac{\sigma\pi}{16}\sqrt{\frac{2}{a}}}$, oder wenn man σ aus Gl. (34) einsetzt, Gl. (21) berücksichtigt und zur Vereinfachung $\frac{\pi}{8} \cdot 2{,}44 = f$ setzt mit

$$A_m = B_0 \eta e^{-f\eta}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (35)$$

Die Maximalamplitude der Welle ist proportional dieser maximalen Stromamplitude. Für ein gegebenes Entladungspotential erhält man die größtmögliche Amplitude bei der direkten Kopplung durch die Wahl eines Wertes von η, bei welchem der Ausdruck $\eta e^{-f\eta}$ ein Maximum wird. Nach

$$\frac{d}{d\eta}(\eta e^{-f\eta}) = e^{-f\eta}(1 - f\eta)$$

tritt dieses Maximum dann ein, wenn

$$\eta_m = \frac{1}{f} = \frac{8}{\pi \cdot 2{,}44} \quad \ldots \ldots \quad (36)$$

wird. Der korrespondierende Wert von A_m ist

$$A_m = \frac{B_0}{f}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (37)$$

Nach Gl. (21) ist das Verhältnis der primären Selbstinduktion und der Kapazität des Luftdrahtes für dieses Maximum

$$\frac{L_0}{C} = \frac{8}{\pi^2} f^2 = \frac{(2{,}44)^2}{8}$$

oder wenn L_0 wie vorhin in Zentimeter, C hingegen in Mikrofarad gemessen wird

$$L_0 = 6{,}7 \cdot 10^5\, C. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (38)$$

W e n n m a n d a h e r f ü r e i n e n g e g e b e n e n L u f t d r a h t v o n d e r K a p a z i t ä t C (i n M i k r o f a r a d s) d i e M a x i m a l a m p l i t u d e d e r e n t s e n d e t e n W e l l e n s o v i e l a l s m ö g l i c h v e r g r ö ß e r n w i l l, m u ß d i e S e l b s t i n d u k t i o n n a c h (G l. 38) d e f i n i e r t w e r d e n.

Die Abschwächung der Amplituden im Verhältnis zu ihrem Höchstwert beträgt nicht mehr als 10 v. H., wenn sich L_0 innerhalb der Grenzen $3 \cdot 10^5\, C$ und $2 \cdot 10^6\, C$ bewegt

$$3 \cdot 10^5\, C < L_0 < 2 \cdot 10^6\, C. \quad \ldots \ldots \quad (38\text{a})$$

Will man eine Verringerung der Amplituden um 18 v. H. zugestehen, so sind die Grenzen

$$2 . 10^5 C < L_0 < 2{,}7 . 10^6 C. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38\,b)$$

In den Apparaten für die Sendung mit einem einzigen Sendedraht läßt sich die Selbstinduktion jedoch kaum auf den Wert herabdrücken, welcher den Bedingungen für die Höchstamplitude entspricht. Wenn man jedoch die Dämpfung vernachlässigt, so ist die vorhergehende festgestellte Regel immer wertvoll, da für eine gegebene Wellenlänge mit der geringsten Selbstinduktion und der größtmöglichen Kapazität im Primärkreise gearbeitet werden soll.

Die vorhergehenden Betrachtungen finden auch auf Sendegebilde mit mehreren Luftdrähten Anwendung, da, wie Drude gezeigt hat, ein solches Sendegebilde gleichwertig einem einfachen Drahte von bestimmtem Querschnitt ist.

Alle anderen Ursachen der Dämpfung wurden hier nicht in Betracht gezogen. Unter diesen sind es hauptsächlich der Widerstand der Funkenstrecke und die Verluste in den Kondensatoren, welche niemals nutzbringend gemacht werden können und welche daher für Zwecke der drahtlosen Telegraphie möglichst herabzudrücken sind.

L. Mandelstamms Theorie des Braunschen Senders[1]). Dr. Ferdinand Braun[2]) entwickelte eine Theorie für den Fall der unmittelbaren Kopplung, wobei er jedoch zu einer Hypothese Zuflucht nahm, welche nur für sehr lose Kopplung zutreffend ist. Er nimmt nämlich an, daß in dem Sendedraht eine Welle von der gleichen Periode entwickelt wird, wie in dem geschlossenen Kreise. In gleicher Weise studierte Dr. G. Seibt[3]) die direkte Kopplung, jedoch ohne die Dämpfung zu berücksichtigen. In beiden Fällen erscheint ein offener mit einem geschlossenen Kreise gekoppelt.

Max Wien[4]) behandelte die rein induktive Kopplung und beziehen sich seine Berechnungen auf zwei geschlossene Kreise, sohin auf ein System, welches zwei verschiedene Grade der Wirkung zeigt. Es ergab sich nach diesen Arbeiten ein Unterschied zwischen der direkten oder galvanischen und der induktiven oder elektromagnetischen Kopplung. Nimmt man jedoch für den Fall der direkten Kopplung an, daß das sekundäre System geschlossen ist, so gelangt man zu den-

[1]) Ph. Z. Bd. 5, S. 245.
[2]) A. d. Ph. Bd. 8, S. 208.
[3]) E. T. Z. 1902, S. 315.
[4]) A. d. Ph. Bd. 8.

selben Gleichungen wie bei der induktiven Kopplung, vorausgesetzt, daß man den Widerstand des gemeinsamen Teiles der beiden Kreise vernachlässigt, was auch praktisch zulässig ist.

J. Zenneck[1]) hat auch gezeigt, daß in Wirklichkeit kein prinzipieller Unterschied zwischen diesen beiden Kopplungsarten besteht.

L. Mandelstamm suchte nun in Verfolg dieser Arbeiten diese Behauptung zu bestätigen und auf den allgemeinen Fall irgend einer beliebigen Kopplungsart zu erweitern.

Er betrachtet einen beliebig gekoppelten Sender unter der Annahme, daß die Dämpfung eine sehr geringe sei. Dies führt wieder auf die Annahme, daß die gesamten Widerstände von einem Faktor k abhängen, welcher im Verhältnis zur Einheit sehr klein ist und dessen höhere Potenzen vernachlässigt werden können. Er beschränkt sich hierbei fast ausschließlich auf den Fall der festen Kopplung, nachdem die lose Kopplung von Zenneck (s. o.) bereits studiert wurde.

Unter diesen Bedingungen ergibt sich das Gesetz, daß die Dauer der Schwingungen und deren Amplituden unabhängig von der ersten Potenz von k sind und sie demnach berechnet werden können, wenn $k = 0$ gesetzt wird.

Bezeichnet man (Fig. 3) mit c die Kapazitäten, mit p die Selbstinduktionen und mit i_1, $i_2 \ldots$, $i_z \ldots i_m$ die Ströme in der ersten, zweiten, z^{ten}, m^{ten} Drahtspule, so erhält man für jeden Stromkreis m eine bestimmte Gleichung, die sich für das ganze System wie folgt ausdrücken lassen.

$$\left.\begin{array}{l}
\frac{2 i_1}{c} + p \frac{\delta^2 i_1}{\delta t^2} - \frac{i_2}{c} = 0 \\
-\frac{i_1}{c} + \frac{2 i_2}{c} + p \frac{\delta^2 i_2}{\delta t^2} - \frac{i_3}{c} = 0 \\
- - - - - - - - - - - - \\
-\frac{i_z - 1}{c} + \frac{2 i_z}{c} + p \frac{\delta^2 i_z}{\delta t^2} - \frac{i_z + 1}{c} = 0 \\
-\frac{i_m - 1}{c} + \frac{i_m}{c} + p \frac{\delta^2 i_m}{\delta t^2} = 0
\end{array}\right\} \quad . \; . \quad (I)$$

setzt man

$$i_z = P \sin z \beta \cos n t, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

worin β der Bedingung entspricht

$$\cos \beta = 1 - \frac{p c n^2}{2}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

[1]) Ph. Z. Bd. 4, S. 656.

so bestätigen die aus der Gl. (I) bestimmten Werte von i_1 bis i_2 die Gleichungen (1) bis auf die letzte (H. v. Helmholtz, Vorlesungen über theoretische Physik III). Um auch die letzte Gleichung von (1) zu beglaubigen, ist

$$\beta = \frac{2s+1}{2m+1}\pi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

zu setzen, worin

$$s = 1, 2, 3, \ldots$$

wird. Der Wert von n, aus den Gl. (2) und (3) bestimmt, gibt

$$n = \frac{2}{\sqrt{pc}} \sin \frac{1}{2}\left(\frac{2s+1}{2m+1}\right)\pi. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Nimmt s alle Werte zwischen 1 und $m - 1$ an, so erhält man m Schwingungen, welche m Graden der Freiheit des Systems entsprechen. Für $s = m$ werden alle $i = 0$, so daß keine neue Anzahl der Schwingungen entstehen kann. Für $s > m$ wiederholen sich die Werte von n.

Setzt man an Stelle von c und p die Gesamtkapazität C und die Selbstinduktion P des Systemes, was sich durch $C = mc$ und $P = mp$ ausdrückt, so erhält man

$$n = \frac{2m}{\sqrt{PC}} \sin \frac{1}{2}\left(\frac{2s+1}{2m+1}\right)\pi. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4a)$$

Wird angenommen, daß die Gesamtkapazität C und die Gesamtselbstinduktion P sich in einem einzigen Kreise befinden, in welchem Falle $m = 1$ wird, so nimmt die Formel (4a) die Form an

$$n = \frac{1}{\sqrt{PC}}.$$

Bei der weiteren Annahme, daß die Selbstinduktion und die Kapazität vollkommen gleichmäßig längs eines Drahtes verteilt ist, was einem Wert für $m = \infty$ entspricht, wird

$$n = \frac{\pi}{2\sqrt{PC}}.$$

Für irgend einen beliebigen Wert von m nimmt die Formel der Grundschwingung (4a) die Form an

$$n = \frac{\pi}{2\sqrt{PC}}\left(\frac{4m}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{4m+2}\right).$$

Der Ausdruck in der Klammer strebt bei wachsendem m der Einheit zu und unterscheidet sich schon für $m = 10$ nur mehr sehr wenig von

der Einheit. Dies besagt, daß man mit einem Systeme, welches 10 geschlossene Kreise umfaßt, in Bezug auf die Grundschwingung die gleiche Wirkung erhält wie mit einem offenen Systeme, welches die gleiche Kapazität und Selbstinduktion enthält.

Setzt man den Wert von β aus Gl. (3) in Gl. (1) ein, so schreibt sich diese

$$i_z = \sin \frac{z\,(2s+1)\,\pi}{2m+1} \cos n\,t$$

und zeigt dies, daß die Intensitäten nach dem Sinugesetze vom Nullpunkte (Erdungspunkte) ausgehend, abnehmen.

Für $m = \infty$ wird

$$i_x = \sin \frac{x\,(2s+1)}{2\,l}\,\pi \cos n\,t,$$

worin x die Entfernung vom Null- oder Erdungspunkte und l die Länge des Drahtes bezeichnet.

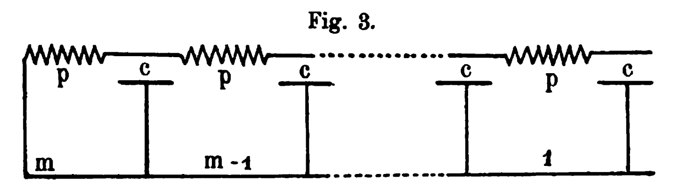
Die Spannung V_z an den Enden eines Kondensators z ist gleich

$$V_z = \frac{i}{c\,n} = \frac{i_z - i_{z+1}}{c\,n} = 2\,\frac{\sin \frac{\beta}{2} \cos\left(z + \frac{1}{2}\right)\beta}{c\,n}.$$

Für die Grundschwingung befindet sich sonach das Maximum der Spannung am freien Ende ($z = l$).

Aus dem Vorhergehenden folgt, daß nach dem Schema (Fig. 3) m zusammengekoppelte geschlossene Kreise, wenn m hinreichend groß

Fig. 3.



ist, vom Gesichtspunkte der Dauer der Schwingungen, sowie der Verteilung des Stromes und der Spannung aus, gleichwertig mit einem einzigen Sendedrahte sind.

Nimmt man jedoch statt eines offenen Systemes ein einziges in sich geschlossenes System von gleicher Kapazität und gleicher Selbstinduktion, so ist die Anzahl der Schwingungen annähernd halb so groß wie in dem Falle des offenen Systemes.

Seien nunmehr zwei gekoppelte Systeme, deren primäres geschlossen, das sekundäre hingegen offen ist, wie dies Fig. 4 zeigt, in Betracht gezogen.

Es seien hier:

c und p die Kapazität und die Selbstinduktion der geschlossenen Kreise 1, 2, 3, . . .;

L_1, C_1 die Selbstinduktion und Kapazität des primären Kreises;

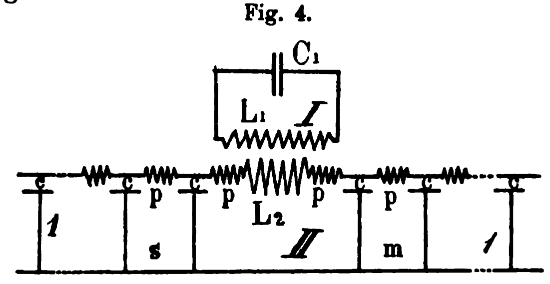
L_2 die Selbstinduktion der sekundären Wicklung;

$\mathfrak{M}$ der Koeffizient der wechselseitigen Induktion;

$(m + 1)\, p$, $(m + 1)\, c$ die Selbstinduktion und die Kapazität des rechts vom primären System gelegenen Teiles;

$(s + 1)\, p$, $(s + 1)\, c$ die Selbstinduktion und die Kapazität des links gelegenen Teiles.

Fig. 4.



Für die rechts und links gelegenen Kreise kann, wenn vom ersten Kreise bis zu $(m - 1)\, c$ und $(s - 1)\, c$ ausgegangen wird, die Gl. (1) Anwendung finden und erhält man:

Für den rechten Teil

$$i_z = P_m \sin z\beta \cos n t$$

und für den linken Teil

$$i_z = P_s \sin z\beta \cos n t,$$

wobei

$$\cos\beta = 1 - \frac{c p n^2}{2}$$

und P_m und P_n beliebig sein können.

Bezüglich der Stromkreise I, II; m und s (Fig. 4) ergeben sich die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}
L_1 \frac{\delta^2 J_1}{\delta t^2} + \mathfrak{M} \frac{\delta^2 J_2}{\delta t^2} + \frac{J_1}{C_1} &= 0 \\
L_2 \frac{\delta^2 J_2}{\delta t^2} + \mathfrak{M} \frac{\delta^2 J_1}{\delta t^2} + \frac{2 J_2}{c} - \frac{i_s}{c} - \frac{i_m}{c} &= 0 \\
p \frac{\delta^2 i_m}{\delta t^2} + \frac{2 i_m}{c} - \frac{i_{m-1}}{c} - \frac{J_2}{c} &= 0 \\
p \frac{\delta^2 i_s}{\delta t^2} + \frac{2 i_s}{c} - \frac{i_{s-1}}{c} - \frac{J_2}{c} &= 0
\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (II)$$

Nimmt man nun als Hypothese an, daß m und s im Verhältnisse zur Einheit sehr groß sind, so gibt die Formel (2) unter diesen Bedingungen

$$\beta = n\sqrt{pc}.$$

Setzt man ferner voraus, daß

$$J_1 = A \cos n t$$
$$J_2 = B \cos n t,$$

so schreibt sich die Gl. (1) für diese beiden Fälle

$$i_m = P_m \sin m\beta \cos n t$$
$$i_s = P_s \sin s\beta \cos n t.$$

Die Gl. (II) reichen nun aus, um n, Q, B, P_m und P_s zu bestimmen. Insbesondere ergibt sich aus den zwei letzten Gleichungen von (II) unter der Annahme, daß m und s im Verhältnisse zur Einheit sehr groß sind

$$P_m = \frac{B}{\sin m\beta}$$

$$P_s = \frac{B}{\sin s\beta}$$

und man erhält sonach

$$\frac{J_2}{c} - \frac{i_m}{c} = \frac{i_m - i_{m-1}}{c}$$

$$= \frac{B}{\sin m\beta} \cos m\beta \,.\, \frac{\beta}{c} \cos n t = \sqrt{\frac{p}{c}}\, n B \cot m\beta \cos n t,$$

$$\frac{J_2}{c} - \frac{i_s}{c} = \frac{i_s - i_{s-1}}{c}$$

$$= \frac{B}{\sin s\beta} \cos s\beta \,.\, \frac{\beta}{c} \cos n t = \sqrt{\frac{p}{c}}\, n B \cot s\beta \cos n t.$$

Durch Einsetzen dieser Werte in die ersten zwei Gl. (II) erhält man

$$\left.\begin{array}{l} A\left(\frac{1}{C_1} - L_1 n^2\right) - \mathfrak{M} B n^2 = 0 \\ A \mathfrak{M} n^2 + (L_2 n^2 - f) B = 0 \end{array}\right\} \quad . \; . \; . \; . \quad \text{(III)}$$

worin

$$f = n\sqrt{\frac{p}{c}}\,(\cot m n\sqrt{pc} + \cos s n\sqrt{pc}).$$

Wachsen m und s bis zu $+\infty$ an und bedeutet C die Kapazität für die Längeneinheit und l und l_1 die Längen der zur rechten und

linken Seite des primären Systemes gelegenen Teile, so nimmt der Ausdruck für f folgende Form an

$$f = n \sqrt{\frac{L}{C}} \left(\cot l_1 n \sqrt{LC} + \cos l n \sqrt{LC}\right).$$

In Bezug auf die Werte von n erhält man nun aus den Gl. (II) und (III) folgende transzendentale Gleichung

$$n^2 (\mathfrak{M}^2 - L_1 L_2) + L_1 n f - \frac{f}{n C_1} + \frac{L_2 n}{C_1} = 0. \quad . \quad . \quad (5)$$

Wird $\mathfrak{M}^2 = L_1 L_2$, so erhält man

$$\frac{1}{n C_1} - L_1 n = \frac{L_2 n}{C_1 f}$$

oder

$$\frac{1}{L_1 n} - n C_1 = \frac{L_2}{L_1} \frac{n}{f}$$

und setzt man den Wert von f ein

$$\frac{1}{L_1 n} - C_1 n = \frac{L_2}{L_1} \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \frac{\sin (n l \sqrt{LC}) \sin (n l_1 \sqrt{LC})}{\sin n (l + l_1) \sqrt{LC}}. \quad (5a)$$

Bezeichnet man mit $F(n)$ und $F_1(n)$ die beiden Glieder dieser Gleichung, so wird

$$F(n) = F_1(n).$$

Und man hat

$$F(0) = +\infty,$$

$$F\left(\frac{1}{\sqrt{C_1 L_1}}\right) = 0,$$

$$F(+\infty) = -\infty.$$

Das Verhalten von $F_1(n)$ für die positiven Werte von n ist immer eintönig

$$F_1(0) = 0,$$

$$F_1\left(\frac{\pi}{(l + l_1)\sqrt{LC}}\right) = +\infty.$$

Wenn n weiter anwächst, wird

$$F_1 = -\infty$$

und wächst in eintöniger Art bis

$$F_1\left(\frac{\pi}{l\sqrt{LC}}\right) = 0, \qquad l > l_1.$$

Nimmt man weiters an, daß

$$\frac{1}{\sqrt{C_1 L_1}} < \frac{\pi}{l\sqrt{LC}},$$

was sich im Falle einer symmetrischen elektrischen Erregung ereignet, so ist die Eigenschwingungszahl des primären Stromkreises viel kleiner als jene des symmetrischen sekundären Sendekreises.

Sind diese Bedingungen erfüllt, so ziehen sich aus der Gl. (5a) folgende qualitative Schlüsse.

1. In der Zwischenzeit

$$\frac{\pi}{l\sqrt{LC}} > n > 0$$

bestehen zwei reelle Wurzeln von (5a), welchen zwei Grundschwingungen entsprechen.

2. Eine dieser Schwingungen ist sehr tief, die andere viel schärfer wie die tiefe und überhaupt die schärfste unter den Eigenschwingungen beider Systeme.

3. Ersetzt man die Funktion $F_1(n)$ durch eine andere Funktion $F_2(n)$, so daß

$$[F_{2\,(n)}] \gtrless [F_{1\,(n)}]$$

für jeden Wert von n ist, und welche überdies das gleiche eintönige Fortschreiten wie $F_1(n)$ hat, so wird der Unterschied in der Zahl der Schwingungen dieser beiden Grundschwingungen noch viel größer, bezw. viel kleiner, wie die korrespondierenden Eigenschwingungen.

Aus dieser letzten Folgerung ergibt sich weiters, daß man ebenfalls zu dem gleichen qualitativen Ergebnisse gelangt, welches man durch die Aenderung der Kopplung erreicht, wenn man den Luftdraht unter sonst gleichen Verhältnissen an verschiedenen Stellen erregt. Es entspricht dies der festesten symmetrischen Erregerkopplung, wenn die Funktion $F_1(n)$ durch das Maximum (für $l = l_1$) hindurchgeht, also wenn

$$F_1(n) = \frac{1}{2}\frac{L_2}{L_1}\sqrt{\frac{C}{L}}\operatorname{tang} n\,l\sqrt{CL},$$

wobei $l + l_1$ konstant gehalten werden.

Die Gl. (5a) erhält für diesen Sonderfall die Form

$$\frac{1}{L_1 n} - C_1 n = \frac{1}{2}\frac{L_2}{L_1}\sqrt{\frac{C}{L}}\operatorname{tang} n\,l\sqrt{CL}.$$

Liegt der Sendedraht an Erde, so hat man [1])

$$\frac{1}{L_1 n} - C_1 n = \frac{L_2}{L_1} \sqrt{\frac{C}{L}} \operatorname{tang} n l \sqrt{C L}.$$

Die Erdung des Sendedrahtes beim Sender von Braun ist demnach nicht analog der Anordnung eines symmetrischen Drahtes und entspricht vielmehr einer sehr festen Kopplung.

Zur Bestimmung der Stromverteilung entlang der beiden Drähte, wird die Gl. (I) zu Hilfe genommen, welche in Bezug auf den rechten Teil des Kreises

$$i = \frac{B \sin x n \sqrt{L C}}{\sin l_1 n \sqrt{L C}} \cos n t$$

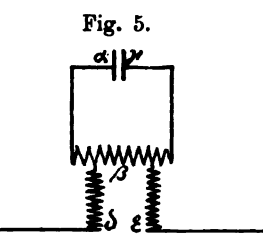
und für den linken Teil des Kreises

$$i_x = \frac{\beta \sin x n \sqrt{L C}}{\sin l n \sqrt{L C}} \cos n t$$

ergibt.

Direkte oder galvanische Kopplung. Fig. 5 stellt den allgemeinen Fall dar. Man erhält genau dieselben Gleichungen wie im vorhergehenden Falle. Die Gl. (II) behält ihre Form bei, wenn L_1 die Selbstinduktion von $\alpha \beta \gamma$ und L_2 die Selbstinduktion von $\delta \beta \varepsilon$ und $\mathfrak{M}$ die Selbstinduktion des gemeinsamen Teiles von $L_1 L_2$ bezeichnet. Die direkte Kopplung ist so auf den Fall der induktiven Kopplung zurückgeführt. Dies ist jedoch nur dann gültig, wenn man von dem Widerstande gänzlich absieht, was für die erste Annäherung ebenso zulässig ist, wie für die Berechnung der Schwingungszahlen und der Amplituden.

Fig. 5.



Die direkte Kopplung läßt sich sonach als einen besonderen Fall der induktiven Kopplung betrachten, für welchen $\mathfrak{M} \leq L_1$ ist.

Die direkte Kopplung gewährt den Vorteil, daß, um den gleichen Kopplungsgrad zu erhalten, weniger Drahtwindungen in den Luftdraht eingeschaltet werden müssen, wie bei der induktiven Kopplung, weil in dem letzteren Falle die Beziehung $L_1 L_2 = \mathfrak{M}^2$ in praktisch genügender Weise nicht erfüllt werden kann.

[1]) G. Seibt s. S. 29.

Für die Aufstellung der Gl. (II) wurde angenommen, daß der Strom in L_1 und L_2 quasistationär sei, was gerechtfertigt erscheint, da die Drahtspulen nur eine sehr geringe Kapazität haben.

Die Gl. (5 a) besitzt eine unbegrenzte Zahl rationeller Wurzeln, welche Schwingungen höherer Ordnung (harmonischen Schwingungen) entsprechen. Bestimmt man aus dieser Gleichung die Zahl der Schwingungen, so kann man mit Benützung der Gl. (III) das Verhältnis der Amplituden und hierauf in erster Annäherung die Werte von

$$z \; (i = e^{zt} \sin \ldots)$$

nach der Formel

$$z = -\frac{1}{2} \frac{w_{11} A_1^2 + 2 w_{12} A_1 B_1 + \ldots}{p_{11} A_1^2 + 2 p_{12} A_1 B_1 + \ldots}$$

berechnen, welche sich auf den allgemeinen Fall bezieht (s. Routh Dynamics II, 242).

Geht man auf den praktischen Fall eines Sendedrahtes über und bezeichnet mit w_1 den Widerstand des primären Kreises und mit w_2 den Widerstand des sekundären Kreises für die Längeneinheit, so erhält man, wenn man den Widerstand von $\beta \delta \varepsilon$ und jenen der Spule L_2 vernachlässigt, die Formel

$$z = -\frac{w_1 A^2 + \frac{w^2}{l} \left(\int_0^l \sin n x \sqrt{LC} \,.\, dx \right)^2 . B^2}{-\frac{1}{2} L_1 A^2 + 2 \mathfrak{M} A B + L_2 B^2 + \frac{L}{l} \left(\int_0^l \sin n x \sqrt{LC} \,.\, d x \right)^2 . B^2}.$$

A und B werden aus dem aus Gl. (III) gezogenen Verhältnisse $\frac{A}{B}$ bestimmt.

Georg Seibt. Vergleich der Sender für drahtlose Telegraphie mit direkter und induktiver Kopplung[1]).

1. Methode zur Berechnung der Eigenschwingungen. Vernachlässigt man die Dämpfung der Schwingungen, was für die erste Annäherung zulässig ist, so kann man sowohl für die Spannungs-, als auch Stromänderungen sinoidalen Verlauf annehmen und die in der Wechselstromtechnik sehr verbreitete symbolische Methode anwenden. Diese Methode gewährt den Vorteil, daß die Gleichungen mit jenen des Gleichstromes ähnlich werden. Man hat dann stets ebenso viele Gleichungen, als notwendig sind, um für einen gegebenen Punkt die Spannung und den Strom zu bestimmen. Durch Ausscheiden ihrer Werte erhält man die Gleichung, welche die Eigenschwingung des

---

[1]) Ph. Z. 1904, 1. August.

Systemes ergibt. Man erhält hierbei eine transzendente Gleichung, wenn die Kapazität und die Selbstinduktion als verteilt angesehen werden. Die Schwierigkeit der Lösung dieser Gleichung läßt sich auf zweierlei Weise umgehen. Man erhält entweder deren Wurzeln auf graphischem Wege oder man beschränkt sich darauf, die Grundwelle zu betrachten und die Kapazität und Selbstinduktion als konzentriert anzusehen. Die erste Methode wurde für die Behandlung des Falles der direkten und die zweite für die Behandlung des Falles der induktiven Kopplung angewendet. Für den Vergleich der beiden Kopplungsarten wird hingegen bloß die zweite Methode gebraucht, welche vom mathematischen Standpunkte aus viel einfacher ist und mehr mit den praktischen Bedingungen übereinstimmt; weil in der Mehrzahl der Ausführungsformen des Sendegebildes (Käfig-, Fächer-, Kegel- oder Zickzackform) der größte Teil der Kapazität sich an der Spitze des Gebildes findet. In dem besonderen Falle, wo eine dünne Kabelschnur durch einen Ballon oder Drachen in der Höhe erhalten wird, ist die Kapazität nahezu gleichmäßig verteilt, jedoch ein wenig größer in der Nachbarschaft der Erde.

Fig. 6.

Die angewendete Methode zur Berechnung der Frequenz ist nicht vollkommen exakt, weil in einem zusammengesetzten Systeme zwei Elemente lose oder unvollkommen gekoppelt und in Resonanz sind. Die Verteilung des Stromes hängt hier daher wesentlich von der Dämpfung ab. Aber in diesem Falle ist auch die Deformation der ursprünglichen Schwingung ebenso schwach, wie die Methode weniger genau ist. Man kann daher von der Frequenz eines nicht gekoppelten Systemes ausgehen. Es wäre jedoch unter diesen Voraussetzungen nachteilig, die Dämpfung bei Berechnung der Amplituden zu vernachlässigen.

2. Schwingungsfrequenz. a) Des induktiv gekoppelten Senders (Fig. 6). Nach der gewöhnlichen Schreibweise hat man die folgenden Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} E_1 + i\omega L_1 J_1 + i\omega M J_2 &= 0 \\ E_2 + i\omega L_2 J_2 + i\omega M J_1 &= 0 \\ J_1 &= i\omega C_1 E_1 \\ J_2 &= i\omega C_2 E_2 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

woraus sich ergibt

$$\omega^4 - \omega^2 \frac{C_1 L_1 + C_2 L_2}{C_1 C_2 (L_1 L_2 - M^2)} + \frac{1}{C_1 C_2 (L_1 L_2 - M^2)} = 0$$

und

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{2 C_1 C_2 (L_1 L_2 - M^2)} [C_1 L_1 + C_2 L_2] \mp \sqrt{(C_1 L_1 - C_2 L_2)^2 + 4 C_1 C_2 M^2}} . \quad (2)$$

Für den Fall der Resonanz $C_1 L_1 = C_2 L_2 = CL$ erhält man, $\mathfrak{M}^2 = x^2 L_1 L_2$ setzend

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{CL} \cdot \frac{1+x}{1-x^2}} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

und für die Wellenlänge

$$\lambda = 2 \pi v \sqrt{CL . \frac{1-x^2}{1+x}} . \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Wird mit λ_0 die Wellenlänge des nicht gekoppelten Kreises bezeichnet, so ist die Maximalwelle

$$\lambda_1 = \lambda_0 \sqrt{1+x} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

und die Minimalwelle

$$\lambda_2 = \lambda_0 \sqrt{1-x} . \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

Der Unterschied zwischen der schnellsten und der ursprünglichen Schwingung ist daher ein wenig größer, als jener zwischen der langsamsten und der ursprünglichen Schwingung. Dieser Unterschied verschwindet umsomehr, je loser die Kopplung wird.

Zwischen diesen drei Wellen besteht nun die einfache Beziehung

$$\lambda_0^2 = \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{2} . \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

Die Formeln (5) und (6) geben nun eine Methode um den Kopplungsfaktor experimentell zu bestimmen. Werden diese drei Wellen eines Senders gemessen, so läßt sich x^2 aus einer der folgenden Gleichungen bestimmen

$$\left. \begin{aligned} x^2 &= \left(\frac{\lambda_1^2}{\lambda_0^2} - 1 \right)^2 \\ x^2 &= \left(1 - \frac{\lambda_2^2}{\lambda_0^2} \right)^2 \\ x^2 &= \frac{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \end{aligned} \right\} \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Die Anwendung dieser Methode in der Praxis ist sowohl für den Sender als auch für den Empfänger sehr zu empfehlen, welcher Art

auch die Kopplung sein möge. Der Empfänger ergibt dann die besten Resultate, wenn dessen Kopplung die gleiche ist, wie jene des Senders. (Die Kapazität des letzteren kann als in Serie mit der Kapazität des Luftdrahtes verbunden gedacht werden. Diese beiden zusammen bilden die mit C_2 zu bezeichnende Kapazität. Die beste Uebereinstimmung der Sekundären wird erreicht, wenn die Schwingungsperiode des Luftdrahtes gleich jener der sekundären Spule und des Erdkondensators ist. Der Knoten der Spannung befindet sich dann am oberen Ende der Spule.)

Fig. 7.

Es ergeben sich hierbei aber große praktische Schwierigkeiten und zwar: 1. Die Kreise in Bezug auf die Wellenlänge und den Kopplungsgrad in Uebereinstimmung zu bringen erfordert eine große Geschicklichkeit des Ingenieurs, welcher mit den Schwingungsvorgängen von Grund aus vertraut sein muß. 2. Das beste Mittel, sich gegen die durch die anderen Kreise hervorzurufenden Störungen zu sichern, besteht bis heute noch in der Anwendung der losen Kopplung beim Sender und Empfänger (Wien). Aber man verringert auch auf diese Weise die Tragweite. Um die Fernwirkung und Sicherheit der Uebertragung zu erreichen, gelangt vorerst die feste und sodann die lose Kopplung zur Anwendung und müssen die Aenderungen in beiden Stationen gleichzeitig durchgeführt werden und auch die gleichen sein. Es lassen sich jedoch Mittel finden, diese Schwierigkeiten zu verringern.

Der Kopplungsgrad eines durch Induktion erregten Senders läßt sich auf drei verschiedene Weisen ändern und zwar: 1. Durch Verstellung der Induktionsrollen gegeneinander; 2. durch Veränderung des Verhältnisses zwischen Kapazität und Selbstinduktion des Luftdrahtes und 3. durch Aenderung des Verhältnisses zwischen der Kapazität des Erdkondensators und der Selbstinduktion der sekundären Spule. Eine kleine Selbstinduktion und eine große Kapazität des Luftdrahtes im Vereine mit einer großen Selbstinduktion und kleinen Kapazität im Erregerkreise und dem unteren Teile des sekundären Systemes führen zu einer festen Kopplung.

Der Kopplungsfaktor X^2 kann als Funktion des Verhältnisses zwischen den Kapazitäten und den Selbstinduktionen erhalten werden.

Teilt man zu diesem Zwecke die Sekundärrolle in zwei Teile, deren erster L''_2 einer ideal fest gekoppelten Spule und deren zweiter

einer Spule entspricht, welche ganz außerhalb des Feldes der Primärspule liegt, so ist der Koeffizient der wechselseitigen Induktion

$$\mathfrak{M}^2 = L_1 L_2'' = x^2 L_1 L_2$$

und der Kopplungsfaktor

$$x^2 = \frac{L_2''}{L_2}.$$

Der gekoppelte Teil der sekundären Selbstinduktion steht dann in einem festen Verhältnisse zur primären Selbstinduktion. Sei nun

$$a = \frac{L_2''}{L_1}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

so ist dieses Verhältnis genau das gleiche wie jenes der Quadrate der Windungszahlen der Selbstinduktionen, welche als vollkommen fest gekoppelt angesehen werden können. Man hat daher

$$x^2 = a \frac{L_1}{L_2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

oder

$$x^2 = a \frac{C_2}{C_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

b) Des direkt gekoppelten Senders (Fig. 7). Bezeichnet man die Stromstärken in der primären Spule mit J_{1L}, in dem Kondensator mit J_{1C} und in dem Luftdraht mit J_2, sei ferner L_2' die Selbstinduktion des letzteren, so erhält man folgende Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} E &= i\,\omega\, L_1 J_{1L} \\ E &= -\,i\, J_{1C} \frac{1}{\omega C_1} \\ E &= i\, J_2 \left(\omega L_2' - \frac{1}{\omega C_2}\right) \\ J_{1L} &+ J_{1C} + J_2 = 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (12)$$

und man bekommt

$$\omega^4 - \omega^2 \frac{C_2 L_2' + C_2 L_1 + C_1 L_1}{C_1 C_2 L_1 L_2'} + \frac{1}{C_1 C_2 L_1 L_2'} = 0. \quad . \quad (13)$$

Man findet auch hier die zwei Schwingungen, von welchen bereits im Jahre 1901 gesprochen wurde.

Nimmt man nun an, die beiden Stromkreise seien in Resonanz. Da eine genaue Definition dieses Zustandes für die direkte Kopplung bisher nicht erfolgt ist, läßt sich diese, einem Gebrauche folgend, wie folgt definieren: Die Resonanz besteht dann, wenn die Länge des Luft-

drahtes genau gleich einem Viertel der Wellenlänge des ungekoppelten Primärkreises ist, also wenn

$$l = \frac{\lambda_0}{4} \quad \text{oder} \quad C_2 L_2' = C_1 L_1.$$

Der Schließungsbogen der Kapazitäten gehört hier nicht bloß zum primären, sondern auch zum sekundären Systeme. Setzt man daher

$$C_1 L_1 = C_2 (L_2' + L_1) = C_2 L_2,$$

so bekommt die Gl. (13) folgende Form

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{C_2 L_2'}\left(1 \mp \sqrt{1 - \frac{1}{1 + \frac{L_1}{L_2'}}}\right)}$$

oder für

$$\frac{1}{C_2 L_2'} = \frac{1}{CL}\left(1 + \frac{L_1}{L_2'}\right)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{CL}\left(1 + \frac{L_1}{L_2'}\right)\left(1 \mp \sqrt{1 - \frac{1}{1 + \frac{L_1}{L_2'}}}\right)}. \qquad (14)$$

Setzt man nun

$$1 + \frac{L_1}{L_2'} = \frac{1}{1 - \rho^2},$$

so wird

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{CL} \cdot \frac{1 \mp \rho}{1 - \rho^2}}, \quad \ldots\ldots \quad (15)$$

worin

$$\rho^2 = \frac{L_1}{L_1 + L_2'}$$

wird, und da $L_1 + L_2' = L_2$, das ist der gesamten sekundären Selbstinduktion, ist

$$\rho^2 = \frac{L_1}{L_2}$$

oder auch

$$\rho^2 = \frac{C_2}{C_1}.$$

3. Vergleich der beiden Systeme. Wie man sieht, sind die Gl. (3) und (15), welche die Schwingungsperiode der beiden Systeme darstellen, von der gleichen Form. An Stelle von ρ in der Gl. (15) hat man x in der Gl. (3). Alle Schlußfolgerungen, welche sich aus 2.

über die induktive Kopplung ziehen lassen, sind daher auch für die direkte Kopplung anwendbar.

x ist gleich ρ wenn $a = l$ ist, oder wenn bei der induktiven Erregung der Teil der festgekoppelten sekundären Selbstinduktion gleich der Selbstinduktion des primären Kreises ist. Der Uebergang einer Montage auf die andere kann in der Weise durchgeführt werden, daß die primäre und sekundäre Spule auf den gleichen Kern aufgewickelt werden. Sodann ist es gestattet, wenn die beiden Spulen nicht von dem gleichen Strome durchflossen sind, die Isolation, welche die beiden Drähte trennt, wegzunehmen und die beiden Spulen zu einer einzigen zu verbinden, wodurch keine Aenderung der Spannungs- und Stromverteilung hervorgerufen wird.

Der Sender mit direkter Kopplung wird ebenso auf einen besonderen Fall der induktiven Kopplung zurückgeführt.

Theoretisch ist die induktive Erregung der direkten Erregung überlegen. Man kann tatsächlich mit der gleichen Windungszahl in der primären bei induktiver Kopplung eine viel festere Kopplung erzielen und die in den Kapazitäten aufgespeicherte Energie viel vollkommener ausnützen. Aber dieses System hat den praktischen Nachteil, daß die Uebereinstimmung viel schwieriger herzustellen ist. Man vermeidet fast allgemein die Kapazität des Erregerkreises zu ändern. Bei der direkten Kopplung läßt sich die Selbstinduktion schrittweise fortschreitend mit Hilfe eines Läufers ändern, wie man will, wogegen man bei der induktiven Kopplung dies nur durch Abschneiden von Stücken des Drahtes erreichen kann. Denn sobald man einen Läufer für die Regulierung der Selbstinduktion einführt, verursacht der Stromzuführungsdraht und der notwendige größere Abstand der Windungsdrähte eine bedeutende Streuung, welche die Vorteile der festen Kopplung wieder aufhebt.

Vom Standpunkte des Konstrukteurs und des die Einrichtung Bedienenden gibt es wieder eine große Zahl von besonderen Umständen, die für und gegen diese beiden Systeme sprechen. Für Stationen, bei welchen die Einstellung im Laufe des Betriebes nicht geändert wird, ist nach Seibts Ansicht die induktive Kopplung vorzuziehen.

Theorie und Praxis in der drahtlosen Telegraphie. J. Zenneck[1]). Seit Wien in klarer Weise die Hauptpunkte für die Anwendung gekoppelter Systeme in der drahtlosen Telegraphie entwickelt hat, sind mehrere Studien erschienen, welche einschlägigen

[1]) Ph. Z., 1. Oktober 1904.

Spezialfragen gewidmet wurden. Eine bestimmte Zahl dieser Arbeiten ist von Wichtigkeit, weil sie, wenn auch die gefundenen Ergebnisse für die drahtlose Telegraphie entweder nicht anwendbar oder auch bereits bekannt sind, viel zur Klärung der Hauptfragen beitragen. Wenn in dieser Arbeit, in welcher diese Studien in Bezug darauf, ob sie etwas Nützliches oder Neues für die Praxis der drahtlosen Telegraphie bringen, untersucht werden, ist es doch nicht die Absicht, sie zu kritisieren. Es besteht im Gegenteil der Wunsch, auf der einen Seite die Aufmerksamkeit auf die wirklichen Bedingungen der drahtlosen Telegraphie zu lenken, welche, wie es scheint, noch wenig bekannt sind, und auf der anderen Seite die Ergebnisse dieser Studien praktisch verwertbar zu machen.

1. M. Huth (Dissert., Rostock 1904) studierte im Laboratorium verschiedene wichtige Fragen der drahtlosen Telegraphie. Aber seine Anordnungen entsprachen nicht allen Bedingungen, welchen man in der Praxis begegnet. (Die Beziehung zwischen der Ausstrahlung und der Länge des Luftdrahtes für die Sendung und den Empfang wurde in einem Zimmer mit einem Luftdrahte, welcher zwischen 267 und 50 cm wechselte, durchgeführt und betrug die Entfernung zwischen Sender und Empfänger 220 cm. Der Einfluß des Erdanschlusses auf den Sender wurde mit der folgenden Anordnung studiert: Die Länge des Luftdrahtes betrug 1 m. Die zweite Funkenkugel war mit dem Erddrahte durch einen senkrechten Draht von 1 m Länge verbunden. Die Erdverbindung selbst bestand aus einem 6 m langen Kupferdraht, welcher in eine 1 m lange in die Erde versenkte Messingröhre endigte.) Es lassen sich sonach aus diesen Untersuchungen keine Schlüsse für die praktische Anwendung ziehen.

2. Drude studierte teilweise theoretisch, teilweise experimentell die elektrischen Eigenschaften und die Eigenschwingungen von Drahtspulen in Verbindung mit geraden Drähten und aufgehängten metallischen Platten, um zu ermitteln, ob diese für die Konstruktion von gegenseitig abgestimmten Sendern und Empfängern der drahtlosen Telegraphie verwendet werden können.

Da früher ein Unterschied von 5 v. H. zwischen der beobachteten und der berechneten Wellenlänge gefunden wurde, sagt Drude folgendes: „Wenn man in der drahtlosen Telegraphie mit genügend langen Drähten arbeitet, welche entsprechend weit von den Gebäuden entfernt sind, kommt man den theoretischen Bedingungen für die freien Schwingungen eines Drahtes sehr nahe.“ Betrachtet man jedoch die Konstruktion der Masten für bleibende Stationen der drahtlosen

Telegraphie mit ihren vielen Verspannungsseilen, so sieht man sofort, daß man von diesen theoretischen Bedingungen noch sehr weit entfernt ist. Bei den Schiffsinstallationen ist die Sache noch viel schlimmer und ist jede Berechnung ausgeschlossen, da es genügt, den Finger einem metallischen Maste zu nähern, um einen Funken von mehreren Millimetern herauszuziehen.

Anderseits macht sich das Bedürfnis, die Eigenschwingungen eines Sendesystemes auf rechnerischem Wege bestimmen zu können, nicht besonders fühlbar. Die Resonanzmethode von Bjerkneß, durch welche auf experimentellem Wege die Frequenz irgend eines nicht zu stark gedämpften Systemes gefunden werden kann, ermöglicht es, zu jeder Zeit rasch und bequem die Schwingungsperiode eines Sendesystemes bestimmen zu können.

3. Die gewonnenen Ergebnisse am Schlusse seiner Studien zusammenfassend sagt Drude folgendes: „Der Vorteil, welchen die Luftdrähte des Senders gewähren, sind eine Verlängerung der Periode und vor allem eine Verstärkung der Ausstrahlung. Die verdickten Sendegebilde entsprechen insbesondere diesen beiden Bedingungen. Die mehrfachen Luftdrähte sind demnach insbesondere vorteilhaft, weil sie bei bedeutender Oekonomie des Gewichtes, die verstärkten Sendegebilde vollkommen ersetzen. Ein aus mehreren Drähten bestehendes Sendegebilde in Käfigform wirkt wie ein einfacher Draht von viel größerem Radius." Es ist jedoch aus dieser Studie von Drude kein Beweis dafür zu finden, daß ein mehrdrahtiges Sendegebilde, vom Gesichtspunkte der Ausstrahlung, einem einfachen Drahte von größerem Radius gleichwertig sei.

Das Verhältnis zwischen einem eindrahtigen und mehrdrahtigen Sendegebilde, soferne die Strahlung in Betracht kommt, ist folgendes:

Die Kapazität eines mehrdrahtigen Senders ist für gleiche Längen viel größer, wie die eines eindrahtigen Senders. Nach den Arbeiten von Wien ist leicht zu ersehen, daß die Stromamplitude des sekundären Systemes der Sendeeinrichtung für eine gegebene Spannung annähernd

$$\sqrt{C_1 C_2}$$

proportional ist, wobei C_1 die Kapazität des primären, C_2 die des sekundären Systemes darstellt.

Nach Abraham (s. S. 14) ist es die Stromamplitude, welche für die Ausstrahlung eines senkrechten Senders maßgebend ist. Hieraus ergibt sich, daß, wenn alle Bedingungen gleich sind, für eine gleiche Spannungsamplitude im primären Systeme der absolute Wert der

Ausstrahlung bei Mehrfachdrähten viel größer sein muß, als für einen einfachen Draht.

Ferner ist bei mehrdrahtigen Sendegebilden die Größe der ausgestrahlten Energie im Verhältnisse zur eingelieferten Energie oder das Dekrement der Strahlung viel größer, als bei einem einfachen Drahte. Dies ergibt sich auch aus den Messungen von Brandes. Es gestattet sohin das mehrdrahtige Sendegebilde eine viel bessere Ausnützung der primären Energie.

4. In seiner letzten Studie [1]) beschäftigt sich Drude mit der Frage, wie die Primäre eines Teslatransformators für feste Kopplung zu konstruieren sei, um die besten Ergebnisse zu liefern. Er kommt zu dem Schlusse, daß die Kapazität so groß als möglich und die Selbstinduktion so klein als möglich sein soll, was praktisch besagt, daß die Primäre nur aus einer Windung bestehen und die Streuung so gering als möglich sein soll.

Diese Bedingungen sind schon lange bekannt und werden bei dem System Braun schon seit 1899 erfüllt. Es wurde aber gefunden, daß es vorteilhaft sei, an Stelle einer Windung in der Primären deren mehrere anzuwenden und sie parallel zu schalten. Diese Anordnung wurde auch von Marconi und Fleming im Jahre 1901 angenommen. Daß es schlecht ist, in der Primären mehrere Windungen in Serie zu verwenden, weiß man schon sehr lange.

5. Drude fand, daß für eine Teslaanordnung der Kopplungsgrad $K' = 0{,}6$ das Maximum der Spannung im sekundären Systeme gibt

$$K'^2 = K_0^2 - \frac{(\gamma_1 - \gamma_2)^2}{2\pi},$$

worin K_0^2 der Kopplungsfaktor und $\gamma_1\ \gamma_2$ die logarithmischen Dekremente des primären und sekundären Systems sind.

Es wurde nun schon lange festgestellt, daß die Wirkung eines Teslatransformators oder eines Braunschen Senders für einen bestimmten Kopplungsgrad die beste wird, aber es ist im allgemeinen nicht richtig, daß dieses Maximum genau für $K' = 0{,}6$ wie dies die Berechnungen von Drude zeigen, eintritt. Es läßt sich dies aus den nachfolgenden Messungen am besten ersehen. Ein primärer Kreis erregte einen sekundären Kreis und beide wurden in Resonanz gebracht und sodann die Kopplung geändert. Die maximale Schwingungsperiode des Sekundärkreises wurde annähernd an einer Meßfunkenstrecke bestimmt. Um den Kopplungsgrad oder den Faktor K' zu bestimmen,

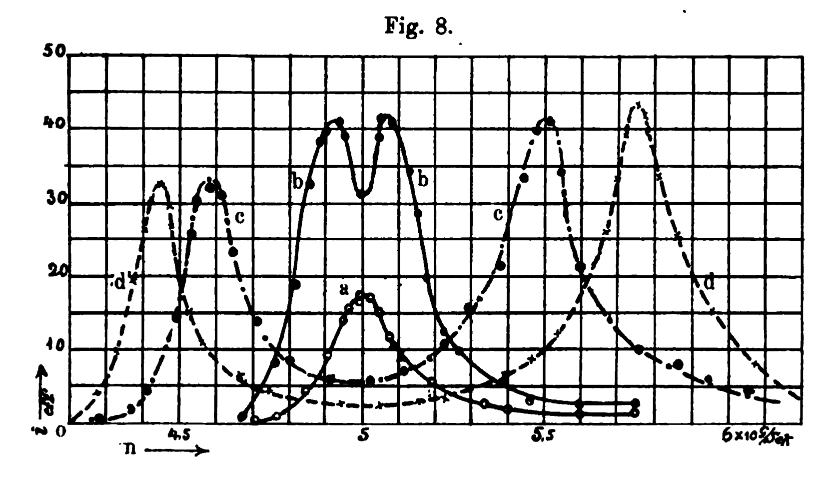
[1]) A. d. Ph. 1904.

wurde mittels eines veränderlichen Meßstromkreises, welcher einen Kondensator und Bolometer enthielt, die Resonanzkurve der Schwingungen des Sekundärkreises studiert. Aus den Gipfelpunkten der Resonanzkurven wurden wenigstens annäherungsweise die Frequenzen n_1 und n_2 der beiden Schwingungen im Sekundärkreise bestimmt und der Faktor K' nach der Gleichung berechnet.

$$\frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{1 + K'}{1 - K'}}.$$

Die Kurven, welche durch allmähliche Verstärkung der Kopplung erhalten wurden, sind durch a, b, c, d (Fig. 8) wiedergegeben. Der

Fig. 8.



Kopplungskoeffizient, welcher sich hieraus ergibt, sowie die beobachteten Längen der Meßfunkenstrecke sind nachstehend verzeichnet.

	K'	F
a	—	1,2 mm
b	ungefähr 0,02	2,7
c	„ 0,18	3,2
d	„ 0,25	3,1

Die Amplitude in dem sekundären Systeme erreicht demnach ihr Maximum schon für $K' = 0{,}18$, also für eine viel losere Kopplung als jene, welcher $K' = 0{,}6$ entspricht.

Die Ursache dieses beträchtlichen Unterschiedes wird dem zugeschrieben, daß Drude gezwungen war, die Dämpfung des primären Kreises als konstant anzunehmen, während sich wahrscheinlicherweise der Widerstand der Funkenstrecke im Primärkreise mit der Kopplung und damit verbundenen Aenderung der Schwingungen ändert.

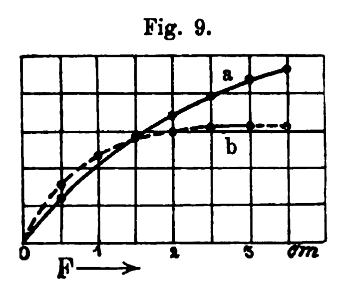
6. Aus der Tatsache, daß die Maximalamplitude des sekundären Systems (F Anfangspotentialdifferenz im Primärkreise, w_1 Widerstand dieses Kreises, welcher praktisch als identisch mit dem Widerstande der Funkenstrecke anzusehen ist) proportional Fw_1 ist, zieht Drude den Schluß, daß die Wirkung des Teslatransformators innerhalb gewisser Grenzen wenig von der Potentialdifferenz abhängig ist.

Die Weise, in welcher die Initial-Potentialdifferenz mit der Länge des Funkens wächst, hängt für relativ große Funkenlängen von dem Halbmesser der Funkenkugeln ab. Für große Funkenkugeln, z. B. von 2,5 cm Halbmesser, wächst das Potential bis zu 4 cm Funkenlänge sehr rasch, aber nicht proportional zur Entfernung an. Bei kleinen Funkenkugeln mit einem Halbmesser unter 1 cm wächst die Potentialdifferenz von einer Funkenlänge von 1 cm ausgehend sehr wenig mit der zunehmenden Entfernung.

Die Weise, in welcher sich der Widerstand w_1 des Funkens mit der Länge ändert, hängt hauptsächlich von der Kapazität im Kondensatorkreise ab. Für Kapazitäten, welche 200 cm überschreiten, nimmt der Widerstand der Funkenstrecke bis auf eine Funkenlänge von 0,5 cm nicht zu, sondern ab. Ueber diese Entfernung hinaus nimmt der Widerstand mit der Länge des Funkens zu, aber in sehr verschiedenem Maße, je nach der Größe der Kapazität und zwar sehr rasch bei verhältnismäßig kleinen Kapazitäten und langsam bei großen Kapazitäten.

Es läßt sich daher über das Verhalten von Fw_1 kein allgemeiner Schluß ziehen. Die Kurven (Fig. 9) zeigen, wie sehr dies von den Verhältnissen abhängt. Die Kurven wurden durch Auftragen der Funkenlängen des primären Kreises als Abszissen und der Funkenlänge zwischen zwei sehr großen Kugeln von 5,7 cm Halbmesser im Sekundärkreise als Ordinaten gewonnen. Die Kurve a bezieht sich auf einen Teslatransformator, bei welchem die primäre Kapazität 246 cm und der Halbmesser der Funkenkugeln 0,75 cm war. Die Kurve b stammt von einer Anordnung, deren primäre Kapazität 984 cm betrug und bei welcher die beiden Funkenkugeln einen Halbmesser von 2,5 cm hatten. Wenn auch der Unterschied in diesen beiden Fällen nicht sehr bedeutend ist, so zeigen doch diese beiden Kurven ein ganz ungleiches Verhalten.

Fig. 9.



Es ist sicher richtig, daß innerhalb gewisser Grenzen die Spannungsamplitude des Sekundärkreises sich nur wenig ändert, wenn man die primäre Potentialdifferenz vergrößert. Aber bei den für die drahtlose Telegraphie gegebenen Bedingungen, bei welchen der Wert der primären Kapazität für kleinere Stationen 10000 bis 40000 cm und bei sehr großen Stationen bis zu 200000 cm beträgt und bei welchen außerdem die Funkenkugeln einen sehr großen Durchmesser haben, wächst die Maximalamplitude im sekundären Systeme verhältnismäßig rasch mit der primären Potentialdifferenz an, wenigstens bis zu 4 cm Schlagweite. In Wirklichkeit kommen in der Praxis Schlagweiten bis zu 4 cm und darüber zur Anwendung.

7. Drude gibt eine Methode zur Bestimmung der Dämpfung des Oszillators und Resonators, sowie der Frequenz des Resonators. Nach dieser Methode bestimmt man die Maximalamplitude (maximalen Wert des Potentials V_2) der Resonanzkurven und wird diesfalls vorgeschlagen, die experimentelle Bestimmung mittels eines Funkenmikrometers oder besser noch durch die elektrische Ablenkung der Kathodenstrahlen einer Braunschen Röhre durchzuführen.

In der Telegraphie ohne Draht handelt es sich jedoch um Frequenzen von der Ordnung 10^6 und ist für diese Frequenzen die Braunsche Röhre nicht mehr anwendbar. Wäre sie zu verwenden, so würde sie die direkte Bestimmung der Dämpfung ermöglichen. Um die Maximalamplitude nach der Schlagweite abschätzen zu können, ist es notwendig, die Beziehung zwischen der Schlagweite und der Spannungsamplitude für schnelle Schwingungen zu kennen. Ueber diesen Punkt ist aber bisher so viel wie nichts bekannt (Bjerkneß hat gezeigt, daß man bei den Messungen an den Schwingungen eines großen Oszillators von Hertz falsche Resultate erhält, wenn man die Beziehungen zwischen Schlagweite und der für statische Ladungen gültigen Potentialdifferenz zu Grunde legt). Es scheint daher, daß der Methode von Drude, abgesehen von anderen Erwägungen, die erforderliche Grundlage fehlt.

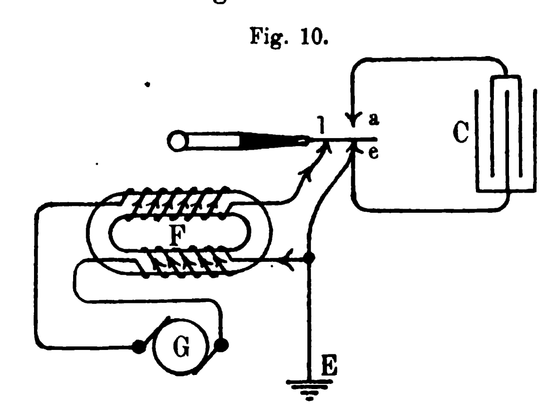
In Bezug auf die Bestimmung der Dämpfung in der Telegraphie ohne Draht gibt die Methode von Bjerkneß sehr gute Resultate. Es ist einzig und allein empfehlenswert, im Resonanzkreise bloß die Kapazität und nicht den Selbstinduktionskoeffizienten abzuändern und die Messungen mittels eines in einem induzierten Kreise eingefügten Bolometers durchzuführen.

Diese Methode gibt mit hinreichender Genauigkeit die Dämpfungen des primären und sekundären Kreises und die Frequenz eines dieser Kreise, wenn die des anderen bekannt ist.

Theorie des Senders für drahtlose Telegraphie von James Foster King[1]). Ueber die Einrichtung des Wellenerregers dieses bereits in die F. d. T. III, S. 221 beschriebenen Systems gibt King folgende theoretische Erläuterungen. Als Hypothese für das Arbeiten wird angenommen

1. Der von dem Erreger G (Fig. 10) gelieferte Erregerstrom J ist für verschiedene Belastungen konstant.

Fig. 10.



2. Die aufgedrückte Spannung V, welche diesen Strom durch einen Kreis von veränderlichem Widerstande zwingt, und von der Bezeichnung

$$V_t = J\left(R + \frac{Dp}{dp}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

($d \infty t$) abhängt, muß sich in Uebereinstimmung mit einem sich steigernden Lichtbogenwiderstand (dp) ändern, welcher in den vorher geschlossenen Kreis des Erregerstromes eingefügt wird, sobald sich der bewegliche Kontakt 1 von dem geerdeten Kontakt e trennt. Es ist hier

R der konstante Widerstand des Erregerkreises, wenn d gleich 0 ist,

p der konstante Widerstand eines Lichtbogens von der Einheit der Länge,

d Zwischenlänge des Lichtbogens zu irgend einem Zeitpunkte t und

D die maximale Länge des Lichtbogens.

3. Die zum Auslöschen dieses Bogens erforderliche Zeit, welche von dem durch ihn durchgeleiteten Energiebetrag in der Zeiteinheit

[1]) E. W. Bd. 45, S. 719.

abhängt, die Menge und das spezifische Hitzestrahlungsvermögen des Dampfes der freien Elektroden, und die Selbstinduktion des Lichtbogens müssen immer kleiner sein, als eine Viertelperiode $\frac{T}{4}$ des geschlossenen Schwingungskreises, so daß sie als augenblicklich angesehen werden können.

4. Die Selbstinduktion des Erregers G ist vernachlässigbar und kann die Gesamtselbstinduktion des Erregerkreises in dem Induktor F als vereinigt angesehen werden.

Der wirkliche Wert der totalen Selbstinduktion L ist proportional dem Quadrate der Anzahl von geschlossenen Stromelementen, verbunden mit dem magnetischen Kraftfluß i des weichen Eisenkernes und gegenüber den verhältnismäßig schwachen konstanten Erregerströmen sehr groß, weil die magnetische Permeabilität des den Kern bildenden Eisens groß ist.

Es werden große effektive Werte der Selbstinduktion erhalten, wenn der Eisenkern große Permeabilität für die magnetisierende Kraft des Erregerstromes hat und der magnetische Kraftfluß sich der Sättigung nähert. Eine plötzliche Aenderung des erregenden Stromes ruft durch ein teilweises oder gänzliches Auslöschen des die unterbrochenen Enden l und e verbindenden Lichtbogens eine selbstinduzierte Spannungswelle hervor, welche in diesem besonderen Beispiele den anregenden Strom in der gleichen Richtung kreuzt, wie die ursprüngliche Erregerenergie.

Die selbstinduzierte Spannungswelle wird einen unendlich großen Wert annehmen, wenn der Strom J augenblicklich auf 0 gebracht werden kann. Dieser Wert wird verhältnismäßig um so kleiner, je größer die Zeit ist, welche gebraucht wird, um diesen Strom gänzlich zu unterbrechen. Stromänderungen in dem Bogen werden aber nur dann eintreten, wenn ein Weg besserer Leitfähigkeit zwischen den getrennten Kontakten l und e hergestellt wird, als der vorher bestehende Lichtbogen. Dies ist dann möglich, wenn diese unterbrochenen Enden einen Zweigkreis in dem Augenblick schließen, in welchem der Lichtbogen die größte Länge erreicht hat und der Widerstand des Bogens größer ist als die Impedanz dieses Kreises.

Dieser den Kondensator C und einen Teil der Selbstinduktion des Oszillators einschließende Zweigkreis wird innig mit dem Erregerkreise verbunden und bildet, wenn der bewegliche Kontakt l bei seiner Bewegung von e nach a mit a in Kontakt kommt, einen integrierenden Teil dieses Kreises.

Beim Senden gelangt nun der bewegliche Kontakt 1 in Verbindung mit dem Kontakt a und die erregende Energie wird von dem Bogen, welcher zwischen der unteren Fläche von 1 und der oberen Fläche von e entsteht, abgelenkt und ladet nunmehr den Kondensator C in Serienschaltung.

Die Impedanz, welche ein nicht geladener Kondensator entgegensetzt, ist zu Beginn fast unbemerkbar und ist es daher klar, daß der Impedanzfaktor $\left(\frac{1}{2\pi n C_1}\right)$ des Kondensators nicht in die Gleichung eingesetzt zu werden braucht, welche die wirkliche Impedanz, die sich dem Ladungsstrom entgegensetzt, zum Ausdrucke bringt, und man hat daher

$$Z = \sqrt{R_1^2 + 2\pi n L_1^2} \quad \dots\dots \quad (2)$$

und ist es, wenn $Dp > Z$, außer Zweifel, daß der Lichtbogen zu dessen natürlicher Erlöschungsperiode absterben wird. Der den Kondensator ladende Strom ändert sich bis zum Verschwinden in einer Viertelperiode $\frac{T}{4}$ der Schwingungsperiode des Oszillators

Die selbstinduzierte Spannungswelle wird ihren maximalen Wert

$$V'' = 2\pi n L \quad \dots\dots\dots \quad (3)$$

zu Beginn der Ladung und einen minimalen Wert zu Beginn der Entladung von

$$V' = 2\pi n L - \left(\frac{1}{2\pi n C_1}\right) \quad \dots\dots \quad (4)$$

haben.

Die Impedanz des Induktors F bei der hohen Freqenz n der Schwingungsströme verhindert die hochgespannten Entladungen des Kondensators C, durch die Windungen des Erregers hindurchzugehen und dessen Windungen in gefährlicher Weise zu überhitzen. Es wird daher über die in dem geschlossenen Kreise eingefügte Funkenstrecke eine disruptive Entladung stattfinden, wodurch sich ein periodischer Ausgleich der in diesem Kreise aufgespeicherten und auf diesen beschränkten Energie vollzieht.

Die Entladungen sind oszillatorischer Natur, wenn der Widerstand des Schwingungskreises, den Widerstand der Funkenstrecke eingeschlossen, der folgenden Gleichung entspricht

$$(Dp + R_1)^2 < \frac{4L}{C} \quad \dots\dots\dots \quad (5)$$

Die Frequenz n dieses geschlossenen Schwingungskreises bestimmt sich aus $n = \frac{1}{T}$, wobei die natürliche Schwingungsperiode sich durch

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{L_1 C_1} - \frac{(Dp + R_1)^2}{L_1^2}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

darstellt, worin die Konstanten L_1, C_1, R_1 und Dp, welche die in dem Kreise enthaltene Selbstinduktion, Kapazität und den Gesamtwiderstand der Kreise bedeuten, bekannt sind.

Neue Formel von B. Straßer zur Bestimmung des Selbstinduktionskoeffizienten von Solenoiden[1]. Die nach der Stefanschen Formel berechneten Werte der Selbstinduktion kurzer Spulen mit wenigen Windungen ergeben gegenüber den durch den Versuch ermittelten Werten oft eine Abweichung von 20 v. H. Dies wurde von Drude für schnelle Schwingungen und vom Verfasser für langsame Schwingungen festgestellt. Die vom Verfasser aufgestellte neue Formel erweist, wie dies durch Beispiele belegt ist, daß man mittels deren Hilfe durch Rechnung der Wirklichkeit viel näher kommt als mit der Formel von Stefan. Ist L das Selbstpotential einer Spule, n die Anzahl der Windungen, $2r$ der mittlere Durchmesser der Spule, g ihre Ganghöhe, ρ die Dicke des Spulendrahtes und setzt man

$$2[\ln (n-1)!\,(n-2)!\,\ldots] = A,$$

$$3[(n-2)2^2 \ln 2 + (n-3)3^2 \ln 3 + \ldots] = B,$$

so ist

$$L = 4\pi r \left\{ n\left(\ln \frac{r}{\rho} + 0{,}333\right) + n\,(n-1)\left(\ln \frac{8r}{g} - 2\right) - A + \frac{g^2}{8r^2}\left[\left(3 \ln \frac{8r}{g} - 1\right)\left(\frac{n^2(n^2-1)}{12} - B\right)\right]\right\}.$$

Die Werte der Größen A und B bis für 30 Windungen sind in der Tabelle S. 46 enthalten.

Diese Formel liefert, wenn $g = 0{,}6r$ bezw. $ng = 5r$, für L noch recht gute Werte.

Zum Gesetze der elektrischen Durchschläge. Zu den in die F. d. T. III, S. 18 gebrachten Erläuterungen dieses Gesetzes führt Richard Schroeder[2] sich auf H. Grob (S. 23 d. B.) beziehend an, daß

[1] Ann. d. Ph. Bd. 17, S. 763.

[2] E. T. Z. 1905, S. 19.

n	A	B	n	A	B
1	—	—	16	354,4	35 694
2	—	—	17	415,8	46 757
3	1,386	8,315	18	482,8	60 427
4	4,970	43,296	19	555,5	76 662
5	11,33	140,82	20	634,2	96 910
6	20,90	366,95	21	718,9	119 330
7	34,06	794,73	22	809,7	146 517
8	51,11	1499,55	23	906,6	178 140
9	72,32	2590,62	24	1009,8	217 338
10	97,92	4187,55	25	1119,4	259 868
11	128,17	6572,94	26	1235,4	305 044
12	163,14	9769,47	27	1357,9	359 767
13	202,1	14042,1	28	1487,0	421 783
14	248,2	19532,2	29	1618,1	491 819
15	298,6	26740,1	30	1765,4	570 515

bei dessen Versuchen tatsächlich Resonanz vorhanden gewesen zu sein scheint, wogegen sich die von Dr.-Ing. Monasch bei seinen Versuchen beobachteten Spannungserhöhungen nicht ohne weiteres durch Resonanz erklären lassen. Monasch arbeitete mit Wechselstrom von 2000 Volt Spannung und Stromstärken von 0,03 bis 0,07 Ampere. Die Elektroden waren Konusse von 5 mm Höhe, 10 mm Grunddurchmesser. Als Material wurden 10 verschiedene Metalle verwendet. Die Spannung ergab sich proportional der Elektrodenentfernung. Wurde jedoch eine bestimmte untere Grenze erreicht, die nach dem Elektrodenmateriale eine verschiedene war, so änderte sich der Funkenübergang. Der oberhalb dieser kritischen Zone liegende Funke ist zischend, wogegen er in der kritischen Zone knisternd wird und gleichzeitig eine große Spannungserhöhung eintritt. Für Cadmium wurde erhalten

Funkenlänge mm	Spannung Volt
0,6	800
1,3	1100
1,5	1000
2,0	650
3,0	750
3,7	800

Da an den Zuleitungen nichts verändert wurde, blieb auch die Selbstinduktion konstant. Die Kapazität der Elektroden liegt nach der

Rechnung für einen Abstand von 1 bis 2 mm unter 0,5 cm. Um zu einem Ergebnisse zu gelangen, müßte man Versuche mit parallel zur Funkenstrecke geschalteten Kapazitäten von 20 bis 30 cm anstellen, um die Kapazität der Funkenstrecke gleichzuhalten.

Gegenüber der von Dr. Benischke aufgestellten Behauptung (siehe die F. d. T. III, S. 29), daß die Messungen von Walter und Voege (S. 20 d. B.) keinen technischen Wert hätten, weisen die beiden Herren in einem Briefe [1]) darauf hin, daß die erhobenen Einwendungen, zu großer magnetischer Streuung der benutzten Funkeninduktoren, Möglichkeit des Auftretens unberechenbarer Spannungserhöhungen durch Resonanz und Nichtberücksichtigung des durch die Vorentladung des Funkens bedingten Spannungsabfalles, nicht zutreffend sind und sie behaupten zu können glauben, daß das von ihnen aufgestellte Gesetz auch für die Praxis zutreffend sei und großen Nutzen zu gewähren vermöge. Untersuchungen mit einem technischen Transformator würden jedenfalls eine Bestätigung dieser Anschauung bringen.

In einem späteren Schreiben [2]) weisen die Herren Walter und Voege nach, daß Ueberschlagsversuche mit einem technischen Transformator bereits im Jahre 1898 von C. E. Skinner [3]) durchgeführt wurden. Diese Versuche wurden mit einem 30 Kw.-Transformator für 100 000 Volt ausgeführt, wobei die primäre Spannungskurve genaue Sinusform hatte. Da bei einem Transformator von so hoher Leistung, eine Verzerrung der Spannungskurve, durch die schwache Vorentladung eines Funkens, entweder nicht oder nur in sehr schwachem Maße stattfinden kann, lassen sich die Maximalspannungen durch Multiplikation der erhaltenen Effektivwerte mit $\sqrt{2}$ berechnen und ergeben sich dann für die Schlagweiten in Luft zwischen Spitzenelektroden folgende Werte.

Schlagweite in Zentimeter	Maximalspannungen	
	gefunden von Skinner	berechnet nach Voege
10,2	73 500	72 000
15,2	102 000	97 000
20,3	127 000	121 000
30,5	170 000	169 000
35,6	196 000	194 000

[1]) E. T. Z. 1905, S. 131.
[2]) E. T. Z. 1905, S. 243.
[3]) E. W. 1898, S. 300.

Die Uebereinstimmung der mit dem Transformator und dem Induktor ermittelten Werte ist demnach eine so gute, daß das aufgestellte Schlagweitengesetz, welches mit Induktoren ermittelt wurde, auch für technische Transformatoren als gültig angenommen werden kann. Benischke[1]) sieht in den vorstehend gegebenen Zahlen nur einen Beweis für seine Behauptung, weil sämtliche Spannungswerte von Voege kleiner sind als die von Skinner und zwar durchschnittlich um 6 v. H. Nimmt man hierzu, daß Voege bei Belastung des Induktors eine um 2 v. H. höhere Spannung erhalten hat als bei Leerlauf, was doch unmöglich ist, so ist dies ein weiterer Beweis für diese Behauptung. Er hält in Anbetracht der vielen Nebenumstände, die auf die Schlagweite Einfluß haben, Messungen, die nicht genau unter den gleichen Bedingungen in Bezug auf Luftdruck und Temperatur angestellt sind, überhaupt nicht vergleichbar.

Dr.-Ing. W. Voege[2]) hat neuerliche Untersuchungen über den Uebergangswiderstand und die Beeinflussung größerer Funkenstrecken durch ionisierende Körper durchgeführt, welche auf die vorhergehend gefundenen Tatsachen, daß zwischen Schlagweite und Spannung, von einer bestimmten Funkenlänge an, Proportionalität besteht und daß an den Elektroden ein Uebergangswiderstand vorhanden ist, welcher bei zunehmender Schlagweite abnimmt und für größere Funkenlängen von einer bestimmten Grenze ab konstant zu bleiben scheint (siehe die F. d. T. III, S. 18), einiges Licht zu werfen geeignet sind. Für kleinere Funkenstrecken ist erwiesen, daß der Funkenüberschlag durch deren Bestrahlung, mit Bequerel- und Röntgenstrahlen, sowie mit ultraviolettem Lichte, regelmäßiger vor sich geht und die Funken häufig schon bei geringerer Spannung übergehen und eine weißere Farbe annehmen.

Die Untersuchung von Funkenstrecken über 10 cm Länge unter Einwirkung dieser Strahlen ergab jedoch einen kaum bemerkenswerten Einfluß, so daß das Schlagweitengesetz

$$V = A d + B$$

auch unter dieser Einwirkung auf die Funkenstrecke keine Aenderung erfährt.

Die Bildung eines elektrischen Funkens ist sich nach der neuesten Anschauungsweise wie folgt vorzustellen: Zwischen den Elektroden sind stets einige freie Ionen vorhanden. Durch ein starkes elektrisches

[1]) E. T. Z. 1905, S. 292.
[2]) E. T. Z. 1905, S. 360.

Feld zwischen den Elektroden erhalten diese Ionen in kurzer Zeit eine große Geschwindigkeit, stoßen dadurch auf die vorhandenen Gasmoleküle und spalten sie in neue Ionen, welche nun ihrerseits wieder zur Bildung neuer Ionen u. s. f. beitragen. Die positiven Ionen wandern zur negativen und die negativen Ionen zur positiven Elektrode und befindet sich daher an jeder Elektrode ein Ueberschuß an Ionen entgegengesetzten Vorzeichens. Er stellte sich nun die Frage, ob diese Schichten positiver und negativer Elektronen bei der Funkenbildung eine Rolle spielen, bezw. wie sich der Funkenüberschlag ändert, wenn man an den Elektroden fremde Ionen eines bestimmten Vorzeichens erzeugt. Zur Erzeugung von freien Ionen bot die Bunsenflamme ein bequemes

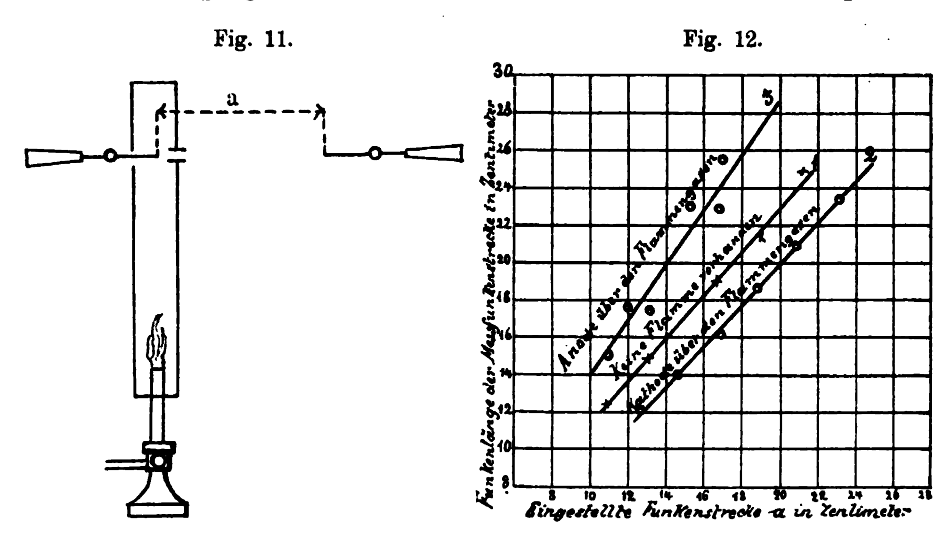


Fig. 11. Fig. 12.

Mittel. Nach der Versuchsanordnung (Fig. 11) brennt die Bunsenflamme in einem Glaszylinder. Die zu prüfende Elektrode ragte durch eine seitliche Oeffnung in den Zylinder und befand sich der Spitze gegenüber ein kleines Loch, durch welches die Funken mit Leichtigkeit überschlagen konnten. Es zeigte sich nun, daß, wenn die in der Flamme befindliche Elektrode „Kathode" war, sich der Funkenübergang erleichterte, war sie jedoch „Anode", so wurde dieser in bedeutend höherem Grade erschwert.

Fig. 12 zeigt die für verschiedene Funkenlängen aufgenommenen Kurven. Die Spannungen wurden wie früher durch eine parallel geschaltete Funkenstrecke mit Spitzenelektroden bestimmt. Der Spannungsunterschied ist nach diesen Kurven für die einzelnen Schlagweiten so ziemlich der gleiche. Für die Kurve 3 liegen die Aufnahmspunkte der Kurve ziemlich unregelmäßig.

Untersuchungen der Flammengase mittels eines hochempfindlichen Elektroskopes ließen einen überwiegenden Einfluß der positiven oder negativen Ionen nicht feststellen.

Eine Nernstlampe, welche im glühenden Zustande vorwiegend negative Ionen aussendet, an Stelle des Bunsenbrenners in den Zylinder gebracht, ergab folgendes: War die Elektrode im Zylinder die Kathode, so wurde der Funkenüberschlag nicht wesentlich beeinflußt, war sie jedoch Anode, so wurde er bedeutend erschwert. Die folgende Tabelle, in welcher die Zahlen die Funkenlängen der Vergleichsfunkenstrecke in Zentimeter bedeuten, zeigt das Ergebnis der Messungen.

Eingestellte Funkenstrecke a in Zentimeter	Die Nernstlampe brennt nicht im Zylinder		Die Nernstlampe brennt im Zylinder	
	Kathode	Anode	Kathode	Anode
11	12,6	11,2	—	—
13	14,3	14,5	13,6	15,8
15	—	17,2	16,5	18,0
17	—	19,0	18,5	20,5
19	21,8	20,5	21,3	22,0

Wurde ein auf elektrischem Wege dunkelrotglühend gemachter Platindraht, welcher positive Ionen aussendet, direkt als eine der Elektroden verwendet, so erhielt Voege die in nachfolgender Tabelle verzeichneten Ergebnisse.

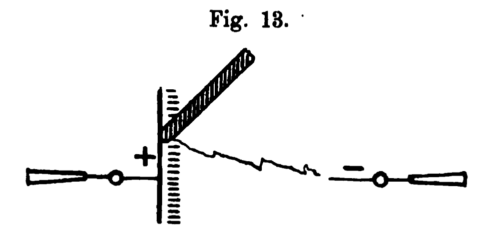
Eingestellte Funkenstrecke a in Zentimeter	Platindraht, Kathode		Platindraht, Anode	
	kalt	glühend	kalt	glühend
5	3,6	2,8	—	—
7	6,0	4,6	—	—
10	9,5	8,3	9,7	9,4
12	12,0	10,1	12,2	12,5
14	13,5	11,95	—	—
16	15,4	14,4	15,7	15,6
18,5	18,0	17,2	—	—
20	19,2	17,9	—	—

Glühender Platindraht als Anode beeinflußt sonach den Funkenübergang nur unwesentlich, fördert hingegen als Kathode die elektrische Entladung.

Nach diesen Versuchen läßt sich der Satz aufstellen: Gleichnamige fremde Ionen in die Nähe einer Elektrode gebracht, üben auf den Funkenübergang keinen besonderen Einfluß. Negative Ionen an der Anode erschweren, positive an der Kathode erleichtern den Uebergang. Es ist sonach anzunehmen, daß alle negativen Ionen an der positiven Elektrode einen Widerstand für die elektrischen Entladungen bilden und daß man in dieser Schicht negativer Ionen an der Anode einen wesentlichen Teil des Uebergangswiderstandes beim Austritt der Elektrizität aus der Elektrode in das Gas zu suchen hat. Durch diese Annahme läßt sich manche eigentümliche Erscheinung auf dem Gebiete des Funkenüberschlages, so namentlich der Unterschied der Entladung zwischen Spitze und Platte, wenn die Spitze positiv oder negativ ist, erklären. Bei positiver Spitze erfolgt die Funkenentladung schon bei bedeutend geringerer Spannung, als bei negativer Spitze. Bei positiver Platte bildet sich an dieser eine Schicht negativer Ionen, welche den Austritt der positiven Büschel erschweren, so daß sie lieber den weiteren Weg vom Rande als von der Mitte der Platte nehmen. Ist umgekehrt die Spitze positiv, so spielt naturgemäß die Schicht negativer Ionen eine viel geringere Rolle und vereinigt sich außerdem die ganze elektrische Wirkung auf einen Punkt, so daß sie den Widerstand viel leichter zu durchbrechen vermag.

Sind bei positiver Platte und negativer Spitze die Elektroden so weit voneinander entfernt, daß kein Funkenübergang mehr stattfindet, so läßt sich dieser sofort auslösen, wenn man die Platte an irgend

Fig. 13.

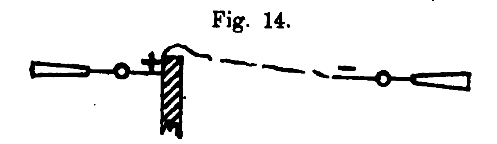


einer Stelle mit einem festen Isolator berührt und so die Ionenschicht durchbricht. Die Funken schlagen dann genau nach dem berührten Punkte der Platte. Der berührende Körper kann dabei vollkommen abgerundet oder kugelförmig sein, so daß an eine Spitzenwirkung nicht zu denken ist (Fig. 13). Ebenso läßt sich zwischen zwei Spitzen, zwischen denen für gewöhnlich kein Funke mehr überspringt, ein lebhafter Funkenübergang durch Verdeckung der positiven Spitze mit

einem Isolator, etwa einer Hartgummiplatte, hervorrufen. Die Funken schlagen hier trotz des größeren Weges um den Rand der Platte herum (Fig. 14) und hören sofort auf, wenn man die Platte von der Spitze entfernt. Es läßt sich auch durch den Widerstand der negativen Ionenschicht an der Anode der unregelmäßige Verlauf der Entladung bei Anwendung von Kugelelektroden erklären.

Durch Vermehrung der positiven Ionen an der negativen Elektrode wird der Funkenübergang erleichtert, wogegen gleichnamige Ionen an dieser Stelle keinen Einfluß üben. Die Ionenvermehrung läßt sich aber auch durch einen elektrischen Funken bewirken. Nähert man beispielsweise der negativen Elektrode eine schlecht zur Erde abgeleitete dritte Elektrode von unten oder von der Seite, so springen bei kleinem Abstande Funken nach dieser über. Trotz der durch diese Ableitung stattfindenden Erniedrigung des Potentiales an der Spitze,

Fig. 14.



genügt die Wirkung der erzeugten positiven Ionen, um einen Funkenüberschlag zu veranlassen, welcher sofort nach Entfernung der dritten Elektrode wieder verschwindet. Da eine Vergrößerung der Kapazität und hieraus sich ergebende Resonanzwirkung hier nicht in Betracht kommen kann, indem die Wirkung bei metallischer Berührung mit der dritten Elektrode verschwindet, erklärt sich dies nur dadurch, daß der überspringende kleine Funke Ionen erzeugt, welche die Entladung auslösen. An der Anode erweist sich die dritte Elektrode meist wirkungslos.

Der eigentümliche Verlauf der Schlagweitenkurve läßt sich durch folgende Betrachtung erklären. Eine auf hohes Potential geladene Spitze sendet als Kathode negative, als Anode positive Ionen aus. Die Ionen werden von der Spitze aus mit einer gewissen Geschwindigkeit in den Raum hinausgeschleudert und ist hierbei die Geschwindigkeit der leichteren negativen Ionen größer als die der positiven. Bei kleinem Elektrodenabstande befindet sich die positive Elektrode im Wirkungsbereiche der Kathode und wird der Widerstand dadurch erhöht, indem die von der Kathode ausgesendeten Ionen bis zur Anode gelangen. Je weiter nun die Spitzen auseinanderrücken, desto geringer ist die Einwirkung des negativen Poles auf den positiven. Endlich gelangt es zu einer Grenzstellung, wo nur ab und zu, wie bei plötz-

licher Spannungssteigerung, negative Ionen die positive Spitze erreichen und ist dies die Zone der unsicheren Beobachtung. Die positiven Ionen der Anode, welche die Kathode treffen, erleichtern zwar den Funkenübergang, scheinen aber nur eine untergeordnete Rolle zu spielen, weil der Wirkungsbereich der Anode infolge der verschiedenen Ionengeschwindigkeit kleiner als der der Kathode ist. Das steilere Ansteigen der Schlagweitenkurve zu Beginn ist sonach einer Rückwirkung der negativen Elektrode auf die positive zuzuschreiben.

Im luftverdünnten Raume scheint sich infolge anderer Geschwindigkeitsverhältnisse eine andere Verteilung der Ionen herzustellen, da ja bekanntermaßen in Vakuumröhren das größte Potentialgefälle an der Kathode liegt. Nachstehende Versuche scheinen diese Erklärung zu bestätigen.

1. Wird zwischen die ursprünglichen Elektroden A B (Fig. 15) eine dritte Elektrode mit zwei spitzen Enden a b gebracht, so ist es

Fig. 15.

nicht gleichgültig, an welcher Stelle sich diese Elektrode befindet. Der Gesamtwiderstand dieser Funkenstrecke ist dann am geringsten, wenn sich die Spitze b in kleinem Abstande von der Anode A, sohin die Spitze a in verhältnismäßig großem Abstande von der Kathode B sich befindet. Die Anode A muß sich weit von dem Wirkungsbereiche der Kathode B befinden. Kommt b zu dicht an A, so wird die negative Ionenschicht bei A verstärkt. Es übt die Kathode B mit ihrer höheren Spannung naturgemäß eine größere Wirkung aus wie die erst mittelbar zur Kathode werdende Spitze b, und ist daher der Widerstand nicht am kleinsten, wenn b a in der Mitte zwischen A B liegt. Bei Verschieben von b a nach der einen oder der anderen Seite wird der Funkenüberschlag schwächer oder hört auch ganz auf. Der Uebergangswiderstand nimmt den größten Wert an, wenn sich die Hilfselektrode in der Lage b′ a′ befindet. Bringt man b a so dicht an eine der Elektroden heran, daß metallische Berührung stattfindet, so ist die zur Funkenbildung erforderliche Spannung fast genau so groß, als wenn sich b a in der günstigsten Stellung befindet. Es scheint sonach in der letzteren Stellung der Uebergangswiderstand an der dritten Elektrode annähernd gleich null zu sein. Man erhält das gleiche Ergebnis, wenn man statt der Spitzen Kugeln verwendet.

2. Bei Näherung einer geerdeten Spitze an eine mit einem Induktor

verbundene Spitzenelektrode, springen bei einem gewissen Abstande Funken über. Bei nicht zu großer Funkenstrecke lassen sich bei der gleichen Spannung längere Funken erzielen, wenn die mit dem Induktor verbundene Spitze Anode, als wenn sie Kathode ist, weil im ersten Falle die Rückwirkung der Kathode auf die Anode viel geringer ist, als im zweiten, wo diese vom Induktor auf ein hohes Potential geladen wird. Bei den Versuchen wurden bei positiver Spitze Funken von 3,5 cm und bei negativer solche von 2,7 cm Länge erhalten.

3. Hiergegen scheint die Tatsache im Widerspruch zu stehen, daß Radiumstrahlen den Funkenübergang erleichtern, wenn sie die Anode treffen, insbesondere, da es sich hier um die negativ geladenen β-Strahlen handelt. Die Wirkung der Radiumstrahlen auf die Funkenstrecke geht nämlich auch durch dickes Bleiblech hindurch, welches die positiven α-Strahlen absorbiert. Der sich hier abspielende Vorgang läßt sich vielleicht folgendermaßen erklären: Von dem Radiumpräparate werden kleine negative Teilchen mit großer Geschwindigkeit ausgesendet, welche, wenn sie die negative Ionenschicht an der Anode treffen, die negativen Ionen teils mechanisch, teils elektrostatisch ablenken, die Schichte hierdurch lockern und so eine Verringerung des Uebergangswiderstandes hervorbringen, so daß die Wirkung eine ähnliche ist, als wenn man die Anode mit einer Hartgummiplatte bedeckt.

Durch diese Untersuchungen wird einiges Licht auf das seltsame Verhalten des Funkens geworfen und läßt sich im weiteren Verfolg vielleicht ein Mittel finden, die zu so großen Energieverlusten führende Dämpfung in der Funkenstrecke wesentlich herabzudrücken.

Die Dämpfung von Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke[1]). P. Drude hat diesbezüglich eingehende Versuche durchgeführt und deren Ergebnisse in einer längeren Abhandlung niedergelegt, welcher jedoch, weil zu umfangreich, nicht gefolgt werden kann, sich somit auf die Wiedergabe der Hauptergebnisse beschränkt werden muß. Es sind dies die folgenden:

In jedem Kondensatorkreis mit Funkenstrecke gibt es einen gewissen Bereich der Funkenlängen, für welche die Dämpfung eine minimale wird. Diese Funkenlängen können auch etwas vom Speiseinduktor abhängen. Innerhalb dieses Bereiches der Funkenlängen hängt das logarithmische Dekrement γ_1 kaum merklich von der Funkenlänge ab und kann bei allen Schwingungskreisen mit sehr verschiedener Kapazität C_1 und Selbstinduktion L_1 annähernd auf den

[1]) Ann. d. Ph. Bd. 15, S. 709.

gleichen Wert gebracht werden, wenn die Funken durch einen Induktor nicht zu schwach und nicht zu kräftig gespeist werden und der Kondensator weder Hysteresis noch Büschelentladungen aufweist. Der annähernd gleichbleibende Minimalwert dieses Dekrements γ_1 liegt bei Zinkelektroden und kleinen Funkenlängen von etwa 1—2 mm zwischen 0,05 und 0,08. Das Verhältnis $C_1 : L_1$ konnte hierbei sogar den großen Wert 17 besitzen. Bedingung für die Erzielung so kleiner Dekremente ist vor allem, die Speiseleitung möglichst nahe am Funken anzulegen. Zuführungsfunkenstrecken (Righi-Speisung) sind bei Funken in Luft zu vermeiden.

Als Erregerkondensatoren dienen am besten in Petroleum oder einem sonst geeigneten Oel eingesetzte Metallplatten, ohne direkte Verbindung der entgegengesetzt geladenen Platten durch einen festen Isolator, weil solche keine Hysteresis besitzen noch Büschelentladungen aufweisen. Zinkelektroden zeigen die geringen Dämpfungsdekremente, auch nach längerem Gebrauche ohne Reinigung. Frisch gereinigt erhöht sich nach kurzer Zeit die Aktivität des Funkens, das Dekrement γ_1 wird kleiner und der Integraleffekt in einem Resonanzkreise größer. Bei kleinen Kapazitäten C_1 macht sich eine Verminderung des Dekrements γ_1 während des Funkenspieles bemerklich. Bei Speisung der Funkenstrecke mit Induktorien erhöht ein Wechsel der Stromrichtung das Dekrement γ_1. Die Speisung der Funken mit Wechselstromtransformatoren erweist sich gleich gut, aber nicht besser, wie die Speisung mit Induktoren. Eine Speisung der Funkenstrecke mit Teslatransformatoren ist nur bei sehr kleinen Erregerkapazitäten C_1 empfehlenswert und soll man dann die Funken unter Oel oder Petroleum überschlagen lassen. Die Integralwirkung des Erregerkreises in einem Resonanzkreise nimmt mit wachsender Funkenlänge zunächst zu, dann aber von einer bestimmten Funkenlänge wieder ab. Diese Wirkung erhöht sich wesentlich durch kräftigere Funkenspeisung, welche eine erhöhte Anzahl der Teilentladungen bewirkt. Die den größten Integraleffekt ergebende Funkenlänge hat bei kräftiger Funkenspeisung zumeist einen kleineren Wert als jene, welche dem kleinsten Werte des Dekrements γ_1 entspricht. Bei schwächerer Funkenspeisung fallen die beiden Werte zusammen. Der Integraleffekt hängt viel mehr von der Funkenlänge f_1 ab, als das Dekrement γ_1.

Will man größere Integraleffekte erzielen, so sind sehr kleine Funkenlängen f_1 zu verwenden, so bei einer Kapazität $C_1 = 36{,}600$ und kräftiger Speisung, etwa ein Funke von 5 mm und bei kleinerem C_1 entsprechend kleinere von etwa 1,5 mm an.

Der aus dem Dekrement γ_1 berechnete Funkenwiderstand w ist innerhalb eines Bereiches der Funkenlängen, bei welchen γ_1 nahezu konstant ist, von der Funkenlänge nur in sehr geringem Maße, dagegen sehr stark von der angelegten Kapazität C_1 und der Selbstinduktion L_1 des Schließungskreises abhängig. Der Widerstand w fällt mit wachsendem C_1 und abnehmendem L_1. So konnte z. B. für ein großes C_1 und ein kleines L_1 bei 1,8 mm Funkenlänge ein Widerstand von 0,18 Ohm erzielt werden, wo hingegen bei kleinerem C_1 und größerem L_1 für eine Funkenlänge von 1,4 mm der Widerstand $w = 2{,}1$ Ohm wurde. Bei konstanter Funkenspeisung, konstanter Kapazität und konstanter Funkenlänge hängt der Widerstand w stark von der Selbstinduktion L_1 des Schließungskreises ab.

Die Angabe eines Funkenwiderstandes ohne gleichzeitige Bekanntgabe der Kapazität C_1 und der Selbstinduktion L_1 ist sonach für die Beurteilung wertlos.

Georg Rempp[1]) suchte die Frage der Dämpfung von Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke von allgemeineren Gesichtspunkten als bisher zu beleuchten und verlangte daher von dem für seine Messung zu wählenden Verfahren, daß es 1. die gesamte Dämpfung richtig angebe, 2. die bei der drahtlosen Telegraphie praktisch vorkommenden Verhältnisse möglichst getreu widerspiegele und 3. alle in Betracht kommenden Größen, vor allem aber die Funkenlänge innerhalb weiter Grenzen zu verändern gestattet.

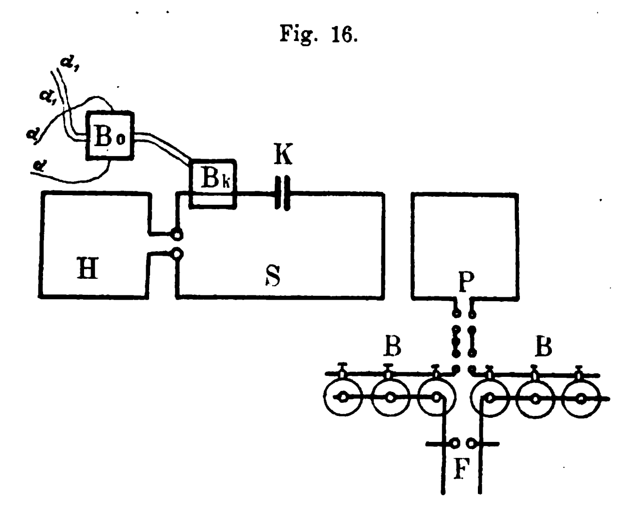
Die einzige Möglichkeit hierfür bot das Resonanzverfahren von Bjerkneß. Bei der gewählten Versuchsanordnung (Fig. 16) wurde der Primärkreis P in symmetrischer Schaltung (Teslaschaltung) an zwei Leydener Flaschen-Batterien BB, für deren Herstellung englisches Flintglas zur Anwendung gelangte, angeschlossen. Die inneren Belegungen dieser Flaschen führten über kurze Drähte zur Funkenstrecke F, wogegen die äußeren Belegungen durch quadratische Spulen von 1 bis 5 Windungen blanken Kupferdrahtes verbunden waren. Als Funkenkugeln wurden solche aus Zink mit 1.5, 3, 4 und 5 cm Durchmesser benutzt.

Der Sekundärkreis S, welcher mit dem Primärkreis sehr lose gekoppelt war, bildete ein Drahtrechteck aus 0,45 cm starkem Kupferdraht von 40 bezw. 100 cm Seitenlänge, in dessen Mitte der einen Längsseite ein regulierbarer Luftkondensator K angeschlossen war. Dieser Sekundärkreis wirkte wieder in loser Koppelung auf eine

[1]) Ann. d. Ph. Bd. 17, S. 627.

quadratische Spule B_k aus 0,19 cm starkem Drahte, bestehend aus 4 Windungen von je 20 cm Seitenlänge. An diesen zweiten Kreis war ein Bolometer B_0 geschaltet, das in der von Palzow und Rubens angegebenen Weise benutzt wurde. Die Drähte $d d_1$ bezw. $c c_1$ führen zur Hilfsbatterie bezw. zum Galvanometer. H bedeuten auswechselbare Hilfsspulen. Zum Laden der Flaschen wurden abwechselnd drei Induktoren mit Turbinenunterbrecher und eine Töplersche Influenzmaschine mit 20 Platten verwendet. In den Primär- und Sekundärkreis ließen sich Widerstände aus dünnem Manganin, Nickelin und Neusilberdraht einschalten.

Fig. 16.



Die Ergebnisse der Versuche, welche sich teils in Uebereinstimmung, teils im Widerspruche mit anderen Arbeiten befinden, sind folgende:

Der berechnete Widerstand der Leitungsbahn eines Kondensatorkreises betrug, sofern nicht absichtlich ein künstlicher Widerstand eingeschaltet wurde, in allen untersuchten Fällen nur einen geringen Bruchteil des Gesamtwiderstandes, wobei der Gesamtwiderstand stets aus der gesamten Dämpfung berechnet wurde. Die Dämpfung und der scheinbare Widerstand eines Kondensatorkreises wird daher fast ausschließlich durch den Funken und die Energieaufnahme der Kondensatoren bedingt. Der kleinste beobachtete Wert für das logarithmische Dekrement betrug $\gamma = 0{,}60$ und der kleinste Wert des Gesamtwiderstandes war $w = 0{,}52$ Ohm.

Das logarithmische Dekrement und der Gesamtwiderstand nimmt unter sonst gleichen Bedingungen mit wachsender Funkenlänge erst

ab und erreicht für eine Funkenlänge von 0,3 cm bei kleinen Kapazitäten und von 0,6 cm für größere Kapazitäten von 0,001 bis 0,008 Mikrofarad den Mindestwert. Bei wachsender Funkenlänge bis zu 5 cm steigt es innerhalb der Fehlergrenzen nahezu geradlinig an. Man arbeitet demnach in der Praxis mit einer bestimmten Funkenlänge, die je nach der Kapazität des Kreises zwischen 0,3 und 0,6 cm liegt, mit dem größten Nutzeffekt. Der Gesamtwiderstand steigt indes insbesondere bei größeren Kapazitäten so langsam an, daß auch mit weit größeren Funkenlängen noch keine wesentliche Verschlechterung des Wirkungsgrades eintritt. Die Wirkung auf ein lose gekoppeltes System erreicht jedoch unter Umständen erst bei viel größeren Funkenlängen ihren Höchstwert und zwar namentlich dann, wenn sie nur mit der ersten Potenz von γ abnimmt, was streng genommen beim Induzieren auf Bolometer und Dynamometer und angenähert auch beim Induzieren auf den stark gedämpften geradlinigen Sender tatsächlich der Fall ist.

Mit Vergrößerung der Kapazität der Kondensatoren nimmt das logarithmische Dekrement erst schnell, dann aber nur mehr langsam ab, erreicht bei etwa 0,03 Mikrofarad den geringsten Wert und steigt dann wieder langsam an. Der Gesamtwiderstand nimmt dagegen fortwährend ab, jedoch von 0,01 Mikrofarad angefangen nur mehr langsam. Der Gesamtwiderstand steigt mit wachsender Funkenlänge bei kleineren Kapazitäten viel rascher an, als bei großen Kapazitäten. Die Vergrößerung der Selbstinduktion übt unter sonst gleichen Verhältnissen, innerhalb der untersuchten Grenzen wenig Einfluß auf das logarithmische Dekrement aus. Der Gesamtwiderstand nimmt daher nahezu im geraden Verhältnis der Wurzel aus dem Selbstinduktionskoeffizienten zu.

Durch Einschalten von Widerständen w_1 in den Kondensatorkreis nimmt der Gesamtwiderstand w um größere Beträge zu, als dem Zuwachs w_1 entsprechen würde. Es steigt sonach gleichzeitig mit w_1 die Differenz $w - w_1$, also der Funkenwiderstand, an.

Bei Ersatz der Funkenkugeln von 1,5 cm durch solche von 3, 4, 5 cm Durchmesser ändert sich unter sonst gleichen Verhältnissen bis zu einer Funkenlänge von etwa 1 cm nichts. Ueber diese Länge hinaus wächst das logarithmische Dekrement bei größeren Kugeln stärker als bei kleineren. Bei größeren Funkenkugeln nimmt auch das Entladungspotentiale V in ganz anderer Weise zu und steigt der Stromeffekt bei größeren Funkenkugeln und wachsender Funkenlänge viel länger und zu einem viel größeren Höchstwert an.

Die Ladung der Kondensatoren mittels Influenzmaschine gibt für das logarithmische Dekrement des Kondensatorkreises die gleichen Werte wie die Ladung mittels Induktors. Die Ladung mittels Influenzmaschine ist jedoch, wenn die gelieferte Elektrizitätsmenge ausreicht, wegen der Ruhe und Regelmäßigkeit, einem Induktor mit gleichmäßig arbeitendem Unterbrecher für die Ladung der Kondensatoren vorzuziehen.

Die aus diesen Messungen gezogenen Schlußfolgerungen für die Praxis der drahtlosen Telegraphie lassen sich mit Nutzen nur auf jene Kondensatorkreise anwenden, welche entweder gar keine oder doch nur in sehr loser Koppelung Energie an andere schwingende Systeme abgeben, da die Versuche auch nur unter diesen Bedingungen durchgeführt wurden.

Entladungen über sehr kurze Funkenstrecken[1]. Der kleinste erreichbare Luftzwischenraum, über welchen ein Funke überspringt, beträgt in der Praxis bei gewöhnlicher Temperatur unter Gleichstromspannung von ungefähr 800 Volt, weniger als 0,25 mm. Die Untersuchung wird gewöhnlich zwischen zwei einander gegenüberliegenden Nadelspitzen, deren eine durch eine Schraube genähert oder entfernt wird, durchgeführt. Hierbei zeigt sich, daß eine Spannung von 250 Volt so lange keinen Funken hervorzurufen vermag, bis nicht vorher die Spitzen in unmittelbaren Kontakt gebracht und sodann etwas weniges auseinander gezogen werden. Dessen ungeachtet liegt die Ursache, daß für Spannungen bis zu 500 Volt keine Funkenentladung beobachtet werden konnte, nur in der mechanischen Unvollkommenheit der Funkenstrecke begründet, da es ja eine bekannte Tatsache ist, daß ein Fritter schon bei wenigen Volt zur Wirkung gelangt und zwar unter Bedingungen, bei welchen die Strecke zwischen zwei gegenüberliegenden Elektroden eine mikroskopische Länge hat.

Prof. Karl Kinsley veröffentlichte nun in dem Philosophical Magazin einen Aufsatz über die Entladungen zwischen sehr kurzen Funkenstrecken, als die Ergebnisse seiner Untersuchungen, die zu bemerkenswerten Ergebnissen führten und ein Licht auf die Wirkungsweise des Fritters zu werfen geeignet sind. Für die Funkenstrecke wurden als Elektroden statt der Nadeln verhältnismäßig starke polierte Metallflächen aus einer Platin-Iridiumlegierung verwendet. Die Form der Elektroden war die der Knopf- und Platten-

---

[1]) E. W. Bd. 45, S. 963.

type, wobei die Platte eine leichte Rundung aufwies. Die Platte wurde festgehalten, wogegen der Knopf durch eine Schraube, welche ihrerseits wieder durch eine endlose Schraube angetrieben wurde, nach Bedarf verschoben werden konnte. Es konnten auf diese Weise außerordentlich kleine Entfernungen zwischen Knopf und Platte erzielt und festgehalten werden. Diese Entfernungen wurden mikroskopisch gemessen. Einige der gemessenen Entfernungen gingen bis auf wenige Bikrons (ein Mikron ist gleich dem millionsten Teile eines Meters und ein Bikron gleich dem tausendsten Teile eines Mikrons), die tatsächlich gemessene kleinste Entfernung betrug 3 Bikron und die Funkenspannung in diesem Falle annähernd 1 Volt. In einem anderen Falle betrug die Spannung nur 0,2 Volt und schien einen noch kleineren Funken von etwa 0,2 Bikron Länge hervorzurufen.

Bei diesen Versuchen wurden besondere Vorsichtsmaßregeln getroffen, um jeden Staub von der Luftstrecke auszuschließen und die Temperatur stets auf gleicher Höhe zu erhalten. Trotzdem waren die an verschiedenen Tagen erhaltenen Ergebnisse sehr verschieden, wogegen sich für jeden Beobachtungstag die Funkenspannung proportional der Länge der Funkenstrecke erwies. Die Aenderungen der Entfernungen bewegten sich zwischen 1,2 bis 8 Bikrons für das Volt. Ueber die Ursachen dieser Aenderungen wird jedoch keine Aufklärung gegeben. Festgestellt wurde jedoch, daß die einem Volt entsprechende Funkenlänge mit der Zeit anstieg. So betrug in einem Falle, nachdem die Funkenstrecke 5 Stunden lang von der umgebenden Luft abgeschlossen war, die Funkenlänge 1,2 Bikron für das Volt und nach 22 Stunden war diese Länge auf 1,4 Bikron gestiegen. Die Funkenlänge stieg ferner immer durch das Waschen der Elektroden mit Alkohol und nachherigem Betupfen mit einem weichen Baumwollrad. Bei diesen Versuchen wurden auch sehr interessante Beobachtungen über die Erscheinung der Kohärenz gemacht, die sich bei dieser Vorrichtung zeigten. Werden zwei reine Kontaktflächen aneinander gepreßt, so ist ihr Kontaktwiderstand ganz klein und beträgt ungefähr $^1/_{10}$ Ohm. Werden diese beiden Elektroden langsam voneinander getrennt, so steigt der Widerstand, noch bevor die Kontinuität zerstört ist, rasch an und zwar annähernd, nachdem die Bewegung 30 Bikrons erreicht hat. Dies ist naturgemäß nur der Elastizität zuzuschreiben. Es ist anzunehmen, daß zwei vollkommen starre, jeder Nachgiebigkeit beraubte Körper den elektrischen Kontakt schon bei einer Trennungsbewegung von 1 Bikron unterbrechen würden. Wird nun, nachdem die Diskontinuität wieder erreicht ist, also bei einer Entfernung von

annähernd 100 Bikron, ein Funke zwischen den Elektroden überspringen gelassen, so findet eine Frittung der Oberflächen statt und wird hierdurch der Widerstand neuerdings sehr klein. Die Oberflächen erscheinen nun zusammengeschweißt, denn sie können nunmehr bis auf 700 Bikron auseinandergezogen werden, ehe die Kontinuität aufhört. Während des Auseinanderziehens steigt der Widerstand von einem Bruchteil eines Ohm bis 115 Ohm stetig an und erreicht den letzten Wert unmittelbar vor der Unterbrechung. Es wurde gezeigt, daß der Widerstand der Kohärenz 2 Ohm erreicht, wenn die Elektroden ungefähr um die Hälfte jenes Weges getrennt sind, bei welchem die vollständige Unterbrechung eintritt. Der mittlere Durchmesser eines Platin-Iridiumdrahtes von dieser Länge würde 440 Bikrons betragen und würde der Draht bei einem durchaus gleichförmigen Durchmesser annähernd ebenso lang sein als breit. Ueber diesen Stand der Trennung hinaus müßte der mittlere Durchmesser entsprechend der beobachteten Widerstandszunahme sehr rasch abnehmen.

Es zieht sich aus diesen Beobachtungen der Schluß, daß Platin-Iridiumoberflächen, die ungefähr 100 Bikron voneinander abstehen, unter der Einwirkung von wenigen Volt zum Fritten gelangen und den Zwischenspalt dauernd überbrücken. Nach Eintritt des Frittens sind die Flächen örtlich zusammengeschweißt. Werden nun die Flächen auseinandergezogen, so ziehen diese einen Metalldraht bis auf das Siebenfache jener Entfernung aus, bei welcher das Fritten eintrat. Der Draht entspricht einem Doppelkonus mit rasch abnehmendem Durchmesser gegen die Mitte zu.

Lodge stellt das Fritten als elektrostatische Erscheinung dar und nimmt an, daß, wenn zwei entgegengesetzte Elektroden sehr nahe aneinander gebracht werden, die elektrostatische Anziehung das zwischenliegende Gas oder den flüssigen Isolator durchbricht. Bringt man zwei metallische Flächen einander so gegenüber, daß alle Teile um 100 Bikron voneinander abstehen, und setzt sie einer Spannung von 20 Volt aus, so entspricht dies einer Spannung von zwei Millionen Volt für den Abstand von 1 cm. Dies läßt sich durch eine elektrostatische Anziehung darstellen, die einer Wirkung von $1^1/_2$ Atmosphären Druck der Platten gegeneinander entspricht. Es wäre daher in einem solchen Falle mehr zu verwundern, wenn eine Kohärenz nicht eintreten würde, als daß sie stattfindet. Hat die elektrostatische Schweißung einmal stattgefunden und hört die Ursache, welche sie herbeiführte, zu wirken auf, so ist eine sehr geringe Kraft ausreichend, um diese wieder aufzuheben. Wäre beispielsweise die Schweißungsfläche kreisförmig und

hätte einen Durchmesser von 500 Bikrons, so würden, die Zugfestigkeit des Eisens als Widerstand angenommen, wenige Milligramm Gewicht genügen, die Unterbrechung wieder herbeizuführen. Es scheint außerdem auch wahrscheinlich, daß die Bruchfestigkeit solcher elektrostatischen Schweißverbindungen viel geringer ist, als die des festen Metalles.

Es würde nun von großem Interesse sein, auch die Funkenlängen zwischen metallischen Elektroden, die nahe dem unmittelbaren Kontakte liegen, auf experimentellem Wege zu bestimmen, wenn der Luftzwischenraum durch einen solchen aus Oel ersetzt würde. Nach der elektrostatischen Theorie müßte die Spannung, welche einem gegebenen elektrischen Gradienten entspricht, in Oel viel größer sein als in Luft, wenn sich dünne Häutchen ebenso verhalten wie dicke Zwischenlagen. Versuch mit Leuchtgas an Stelle von Luft zeigten keinen bemerkenswerten Unterschied.

Klar geht aus den vorbeschriebenen Versuchen das eine hervor, daß die zur Durchbrechung dünner Luftschichten erforderliche elektrische Intensität viel größer ist, als jene, welche zur Durchbrechung dickerer Schichten benötigt wird. So ist zur Durchbrechung einer Luftschicht von 1 cm Dicke eine Spannung von 40 000 Volt erforderlich. Bezieht man nun die für die Durchbrechung so dünner Luftschichten wie die gemessenen gefundenen Spannungen auf das Zentimeter, so entspricht dies einer Spannung von 1 250 000 bis 8 000 000 Volt. Es müssen sonach solche dünne Luftschichten ganz besondere Eigenschaften haben.

Untersuchungen über den elektrischen Funken, besonders über die physikalischen Bedingungen für sein Erlöschen[1]). John Koch. Ueber die Erscheinung, daß ein durch eine Funkenstrecke entladener Kondensator sich im allgemeinen nicht vollständig entladet, wurden schon von Heydweiller Untersuchungen in quantitativer Beziehung durchgeführt. Die Ursache dieser unvollständigen Entladung liegt teilweise darin, daß die Polarisation des Dielektrikums zwischen den Kondensatorbelegungen während der Entladungszeit nicht zur Aufhebung gelangt, was als elektrischer Rückstand bezeichnet wird, und teilweise in dem Aufhören der Entladung, bevor die verfügbare Ladung völlig erschöpft ist, so daß noch eine Restladung verbleibt.

Bei der Untersuchung der Restladung durch Koch wurden die Kugeln eines Funkenmikrometers bezw. der mit ihnen verbundene

---

[1]) Ann. d. Ph. Bd. 15, S. 866.

Kondensator auf ein bestimmtes Potential geladen und dann die Kugeln einander langsam genähert, bis ein Funke übersprang, und sodann gleich das Potentiale bestimmt. Hierbei ergab sich, daß das Elektrodenmaterial (Messing, Eisen, Zink und Zinn) keinen Einfluß auf das Restpotential hat.

Das Erlöschen des Funkens läßt sich rein elektrodynamisch, wie das des elektrischen Lichtbogens erklären. Während der Glimmstromphase, also bei hinreichend großen Widerständen in der Leitung von dem Kondensator zum Funkenmikrometer scheint eine Phasenverschiebung zwischen Stromstärke und Elektrodenspannung im Funken nicht vorhanden zu sein. Die aus den Bestimmungen über das Restpotential berechneten Charakteristiken stimmen im großen und ganzen mit den Charakteristiken des stationären Zustandes überein.

Die vom Verfasser für den Zusammenhang von Widerstand und Restpotential, sowie für die totale Energieentwicklung aufgestellten Formeln sind für kleinere Widerstände genauer, als die von Heydweiller.

Ueber die Veränderung der Kapazität von Kondensatoren mit der Temperatur[1]). Bei den Untersuchungen von Terry über die Abhängigkeit der Kapazität von der Temperatur wurde ein d'Arsonvalsches Galvanometer benutzt, dessen Feld aus ringförmigen Scheiben weichen Eisens bestand, die einen Durchmesser von 30 cm und einen Gesamtquerschnitt von ungefähr 4 qcm hatten. Die Wicklung war für 110 Volt Wechselstrom von 60 Perioden bestimmt. Ein Schlitz von 1,5 cm diente zur Aufnahme der beweglichen Spule, die aus 40 Windungen doppelisolierten Drahtes auf eine Holzform gewickelt bestand, und einen Widerstand von nahezu 350 Ohm und einen Selbstinduktionskoeffizienten von 50 Millihenry hatte.

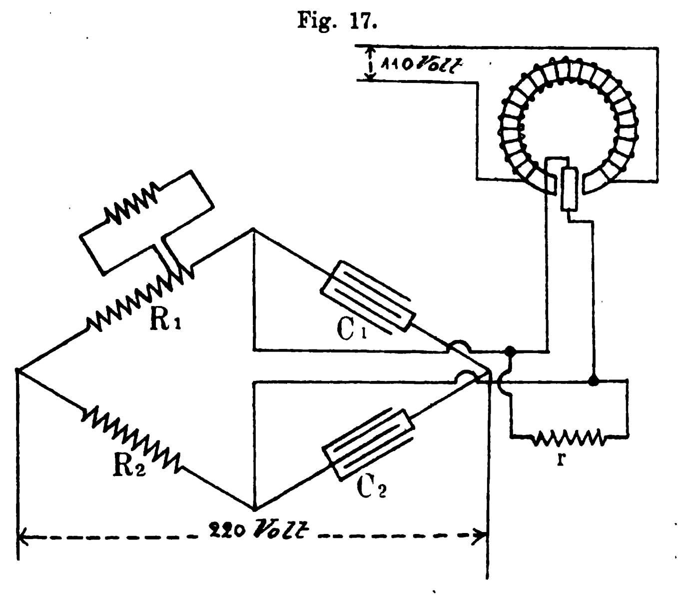
Der Uebelstand, daß die in einem wechselnden Magnetfeld schwingende Spule sich so einstellt, daß sie möglichst wenige Kraftlinien schneidet, wodurch die Empfindlichkeit des Instrumentes bedeutend herabgesetzt wird, läßt sich nun, wie Terry nachweist, durch einen Nebenschlußwiderstand beseitigen. Durch diesen Widerstand läßt sich auch eine passende Empfindlichkeit herstellen und außerdem das Galvanometer stets wieder auf den Nullpunkt zurückbringen. Mit dem so abgeänderten Instrumente wurde die für Messung von Unterschieden kleiner Kapazitäten erforderliche Empfindlichkeit erreicht.

Für die eigentlichen Messungen wurde die Brückenschaltung nach

[1]) Physical Review Bd. 31, S. 3.

Fig. 17 angewendet. C_1 und C_2 sind die beiden zu vergleichenden Kapazitäten mit einem Meßbereich von 0,05 bis 1 Mikrofarad. C_1 diente als Vergleichskapazität, während C_2 die zu messende darstellt, für welche der Temperaturskoeffizient bestimmt werden sollte. R_1 und R_2 sind Meßwiderstände, die eine Genauigkeit von 0,01 v. H. hatten und von denen R_1 für eine feine Regelung mit einem Nebenschlußwiderstande verbunden war. r ist der Nebenschluß des Galvanometers. Die Brücke wurde an eine Wechselstromspannung von 220 Volt, die Feldwicklung des Galvanometers an eine solche von 110 Volt angelegt.

Fig. 17.



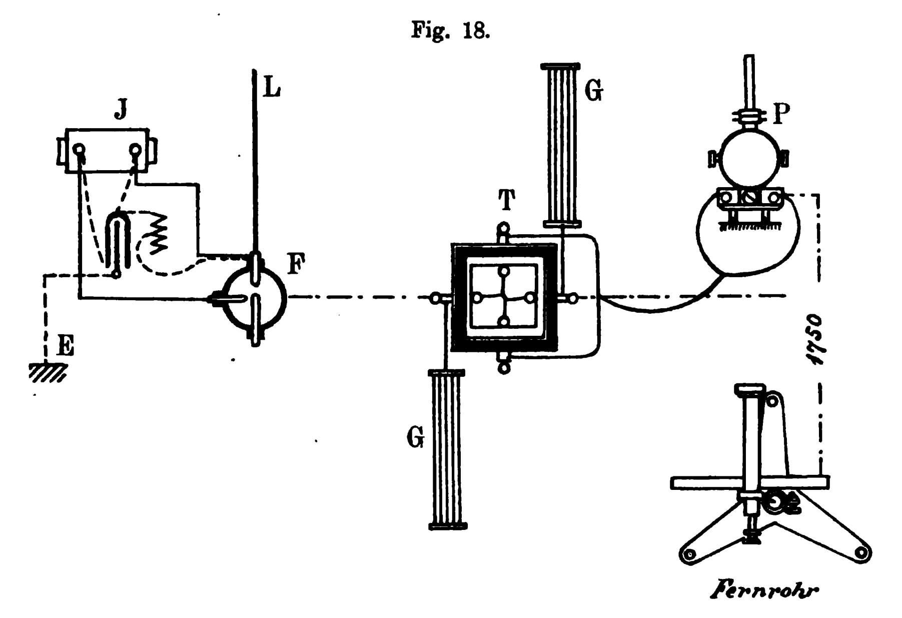
Für die Messung wurden beide Kapazitäten in Blechgefäße eingesetzt, die in Wasserbäder eintauchten, wobei C_1 auf gleichbleibender Temperatur erhalten, C_2 hingegen auf verschiedene Temperaturen zwischen 16 ° und 33 ° C. gebracht wurde. Das Wasser in dem zweiten Gefäß wurde durch kleine Rührwerke ständig in Bewegung und mittels eines Thermostaten auf der gewünschten Temperatur mit einer Unsicherheit von 0,1 ° C. erhalten. Wegen der großen Wärmekapazität der Kondensatoren dauerte es gewöhnlich 48 Stunden, ehe die Temperatur an allen Stellen die gleiche war.

Die einzelnen Kapazitäten des Kondensators C_2 wurden nun auf die angegebene Weise für verschiedene Temperaturen bestimmt und nach der Beziehung

$$C_2 = C_1 \frac{R_1}{R_2}$$

berechnet und aus diesen sodann die einschlägigen Temperaturkoeffizienten rechnerisch bestimmt. Von den untersuchten fünf Kondensatoren betrugen für die zwei an den äußeren Grenzen liegenden Kondensatoren mit den angegebenen Kapazitätswerten $C_2 = 0{,}05$ und $C_2 = 0{,}2$ die zugehörigen Temperaturkoeffizienten — 0,00011 und — 0,00033, zwischen welchen sich die gleichen Koeffizienten für die anderen drei Kapazitätswerte bewegten. In der graphischen Darstellung sind die die Abhängigkeit der Kapazitäten von der Temperatur darstellenden Linien Gerade, die sich mit zunehmender Temperatur der Abszissenachse nähern. Auf Grund der gewonnenen Ergebnisse wird zu den Schlüssen gelangt, daß

Fig. 18.



der Temperaturkoeffizient eines Kondensators in seinem Werte stark von der Bauart abzuhängen scheint und eine Größe annimmt, die bei genauen Messungen nicht vernachlässigt werden kann.

Strahlung von Spulen[1]). Eugen Nesper verwendete bei seinen Versuchen als Wellenanzeiger ein Thermoelement T nach Klemenčič, welches mit Gitterwellenfängern G und einem Panzergalvanometer P von 10 bis 13 Ampere Empfindlichkeit verbunden war. (Fig. 18). Ein solcher Wellenanzeiger wirkt bei Laboratoriumsversuchen besser ohne Kapazität, weil dann der Funkenwechsel viel rascher erfolgt und der Wärmestrom im Element ein kontinuierlicher

[1]) Ann. d. Ph. Bd. 15, S. 768.

ist, indem das Thermoelement zwischen den einzelnen auftreffenden Wellenzügen nicht Zeit hat, sich abzukühlen. Als Oszillator wurde ein Tropfföloszillator mit regelmäßigem Zu- und Abfluß von Petroleum benutzt und hat sich dieser bestens bewährt. Zunächst wurde untersucht, ob man mit senkrechten Drähten günstiger arbeitet als mit wagrechten und ergaben die Versuche mit geraden blanken Kupferdrähten am Sender und Empfänger bei wechselndem Abstande, daß die Ausstrahlung und Aufnahme wagrecht polarisierter Wellen jener von senkrecht polarisierten Wellen stark überlegen ist.

Der Vergleich der Wirkung eines geradlinig ausgespannten Drahtes mit der des gleichen Drahtes in Spulenform, wobei am Empfänger Gitter als Empfangsleiter verwendet wurden, ergab, daß unter sonst gleichen Bedingungen der gestreckte Draht ungefähr hundertmal mehr Energie ausstrahlt, als der zur Spule gewickelte, wogegen der Ausstrahlungscharakter in beiden Fällen übereinstimmt. Die Strahlung einer Spule wird umso ausgiebiger, je mehr bei sonst gleichbleibenden Verhältnissen der Durchmesser verringert wird.

Die Energieausstrahlung eines gleichsinnig gewundenen Spulenpaares ist in der Entfernung von etwa $^1/_2$ Wellenlänge verschwindend klein. Es ließ sich jedoch eine Verschiedenheit hinsichtlich der Ausstrahlung bei positiv und negativ gewundenen Spulen mit Hilfe der photographischen Platte sowohl qualitativ als quantitativ nachweisen.

Die Abhängigkeit der Spulenstrahlung von der Windungszahl ist eine dreifache. Von $^1/_4$ zu $^1/_4$ Windung folgen kleinere Maxima auf Minima. Größere Maxima treten nach annähernd 4,4 Windungen auf. Außerdem lassen sich Schwebungen mit der Periodenzahl $5\,^1/_4\,\pi$ bemerken.

Ein hinter dem Strahlungsträger angebrachter Spiegel läßt deutliche Maxima und Minima der Energieübertragung als Funktion des Abstandes zwischen Oszillator und Spiegel erkennen. Maxima treten auf bei $^1/_4$, $^3/_4$, $^5/_4$ . . . Wellenlängen, Minima bei $^1/_2$, $^2/_2$, $^4/_2$ . . . Wellenlängen. Auf Grund dieser Erscheinung läßt sich die Wellenlänge von Spulen und Sendedrähten einfach bestimmen.

In die Spule gebrachtes Eisen drosselt die Strahlung umso mehr ab, je feiner es verteilt ist. Werden die Spulen in Flüssigkeiten von verschiedenen Dielektrizitätskonstanten gebracht, so lassen sich beträchtliche Unterschiede in der Stärke der Strahlung feststellen.

C. Untersuchungen über den Einfluß der Erde bei der drahtlosen Telegraphie.

Ueber diesen Gegenstand liegt eine Reihe von Untersuchungen vor, deren Ergebnisse im allgemeinen darin übereinstimmen, daß dem elektrischen Gegengewichte an Stelle der unmittelbaren Erdung der Luftdrähte der Vorzug zu geben ist, und sich durch ein solches, abgesehen von dem hierdurch ermöglichten teilweisen Ausschlusse atmosphärischer Störungen die Reichweiten erheblich vergrößern sollen. Wiewohl nun diese Versuche zwar teilweise im Freien durchgeführt wurden und so tatsächlich den natürlichen Verhältnissen einigermaßen Rechnung trugen, können die Ergebnisse dennoch nicht als feststehend angesehen werden, da sich die gebrauchten Einrichtungen wegen ihrer geringen Leistungsfähigkeit mit jenen in der praktischen Telegraphie nicht vergleichen lassen und auch die Entfernungen weit geringer waren, als solche im praktischen Betriebe überbrückt werden. Es bedürfen sonach die gezogenen Schlußfolgerungen noch einer Verifizierung durch eingehende Versuche im praktischen Betriebe, wozu die verschiedenen Gesellschaften für drahtlose Telegraphie an ihren bereits eingerichteten Stationen reichlich Gelegenheit finden. Tatsächlich wird heute der Erdung, namentlich dort, wo es sich um Ueberwindung größerer Entfernungen handelt, noch immer der Vorzug gegeben. Durch diese Untersuchungen, deren Ergebnisse nachstehend vorgeführt werden, lassen sich jedoch neue Gesichtspunkte für die Anordnung und die Form des Gegengewichtes finden, die vielleicht dazu beitragen, eine endgiltige Klärung der heute noch strittigen Frage zu bringen.

a) Die Untersuchungen von Dr. J. Sachs[1]). Die Erde spielt selbst, wenn von einer unmittelbaren Erdung des Luftdrahtes abgesehen und dadurch ihr Einfluß auf die Stromverteilung im Sender ausgeschaltet wird, also wenn sie durch eine Gegenkapazität ersetzt ist, eine gewisse Rolle, indem sie auf das elektromagnetische Feld einer Hertzschen Welle einen bestimmten Einfluß ausübt, was schon daraus erhellt, daß die Uebertragung der elektromagnetischen Energie über Wasser viel besser vor sich geht als über Erde.

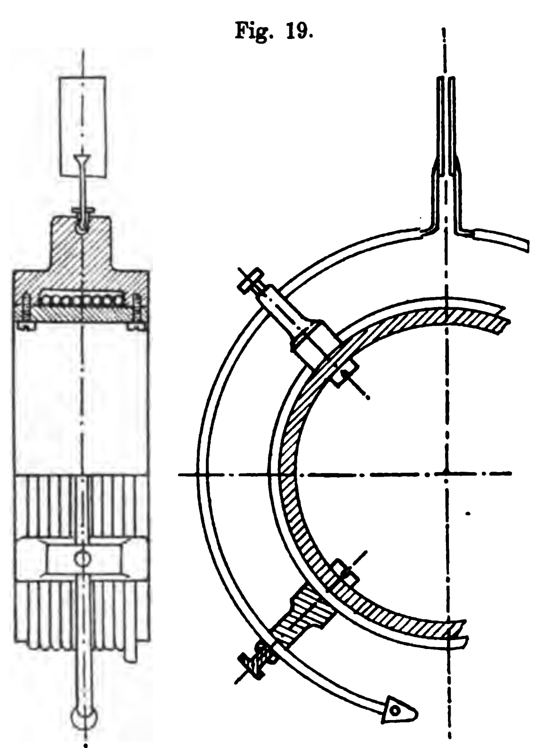
Um diesen Einfluß festzustellen und durch zahlenmäßige Angaben zu belegen, wurde ein Sender und Empfänger nach dem Braunschen System mit elektromagnetischer Koppelung ausgebildet, der Fritter im

[1]) D. P. J. Bd. 320, Heft 29, 30 und 31.

Empfängerkreise jedoch durch ein Thermoelement ersetzt, wodurch beide Einrichtungen ganz symmetrisch gebaut werden konnten, so daß der Empfänger ein genaues Spiegelbild des Senders wurde.

Das der Erregung dienende Induktorium war in der Nähe des Senders aufgestellt und wurde von einer Gleichstromquelle gespeist. Das Thermoelement wurde durch eine nach und nach bis zu 75 m Länge gesteigerte Leitung mit einem Galvanometer verbunden.

Fig. 19.



Am Sender war eine mit diesem nicht in Resonanz befindliche Spule angebracht, die den Zweck hatte, die vom Sender ausgehende Energie zu messen, bezw. für die Schwankungen der vom Erreger ausgehenden Energie ein Maß zu bilden. Diese als „Standard" bezeichnete Spule führte gleichfalls zu einem Galvanometer. Der Geber bestand aus einem Primärkreis mit Funkenstrecke und Kondensator und der Sekundärkreis aus einer Spule mit nach beiden Seiten angehängten Luftdrähten bezw. Platten.

Der Spulendraht von 2,4 mm Durchmesser mit einer Drahtseele von 0,9 mm Durchmesser wurde auf einen Ebonitring von 87,7 mm äußerem Durchmesser in 10 Windungen aufgewickelt. Die Ganghöhe betrug 2,4 mm und die Höhe der Spule von Mitte zu Mitte der äußersten Drähte gerechnet 22,2 mm und die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes ohne freie Enden 2832 mm. Die Windungen wurden durch mehrere an beiden Seiten angebrachte Elfenbeinschrauben, sowie durch vier Ebonithalter festgehalten. Durch diese Ebonithalter ging gleichfalls der aus einer Windung blanken Drahtes von 3 mm Durchmesser und 103 mm Flächendurchmesser bestehende Primärkreis. Die Enden der Sekundärspule waren zum Zwecke des Anschlusses etwa

70 mm lang freigelegt. Fig. 19 (Längs- und Querschnitte durch die Spule darstellend) läßt die Verhältnisse und Konstruktion des Senders entnehmen.

Die Berechnung der beiden Kreise auf Resonanz erfolgte nach den Angaben von P. Drude[1]) und wurde die Eigenwellenlänge nach der Formel $\frac{1}{2}\lambda_0 = fl$ ermittelt, worin f ein von $\frac{h}{2r}$ und $\frac{g}{\delta}$ abhängiger Parameter und l die aufgewickelte Drahtlänge bedeutet. h ist hierin die Höhe, $2r$ der Durchmesser der Spule, g die Ganghöhe und δ der Durchmesser des blanken Drahtes.

Nach den angegebenen Daten der Spule berechnete sich deren Eigenwellenlänge mit $\frac{1}{2}\lambda_0 = 610$ cm.

Die Eigenwellenlänge einer solchen Spule, an welche von beiden Seiten gleiche Luftdrähte angehängt werden, berechnet sich nach der Formel

$$\operatorname{tg}\frac{\pi}{2}\cdot\frac{\lambda_0}{\lambda}\operatorname{tg}2\pi\cdot\frac{l}{\lambda} = \log\text{ vulg}\cdot\frac{l}{\rho}\,\frac{f}{n}\sqrt{\frac{h}{2r}}\cdot\varphi,$$

worin

λ_0 die Eigenwelle der Spule ohne Luftdrähte $= 610$ cm,
λ " " " " mit Luftdrähten,
l die Länge der Luftdrähte $= 300$ cm,
ρ den Halbmesser der Luftdrähte $= 0{,}7$ cm,
f den bereits erwähnten Parameter $= 2{,}15$,
φ einen anderen gleichfalls von $\frac{h}{2r}$ und $\frac{g}{\delta}$ abhängigen Parameter, berechnet mit 1,72 und
n die Anzahl der Windungen der Spule $= 10$

bedeutet und berechnet sich daher

$$\lambda = 3120 \text{ cm}.$$

Die Selbstinduktion eines Primärkreises der aus einem Drahte von der Länge l und dem Durchmesser 2ρ besteht und eine Kreisfläche vom Radius r einschließt, berechnet sich nach M. Wien[2]) aus

$$L = 2l\left(\lg\text{ nat}\frac{8r}{\rho} - 2\right)$$

für den vorliegenden Fall mit $L = 230$ cm und muß demnach die zugehörige Kapazität nach

$$\lambda = 2\pi\sqrt{LC}$$

$C = 1070$ cm sein.

[1]) Ann. d. Ph. Bd. 9, S. 293 und 590, Bd. 11, S. 957.
[2]) Wied. Ann. 53, S. 931.

Die Dielektrizitätskonstante des verwendeten Glasplattenkondensators wurde nach der Methode von Drude[1]) mit 7 und die Fläche des Kondensators aus der Formel

$$C = \frac{\varepsilon S}{4 \pi d},$$

worin d die Dicke der Platte ist, mit 250 qcm bestimmt.

Für die Erleichterung der Hantierung bei den Vorversuchen im Zimmer wurde eine Platte aus Zinkblech hergestellt, die einen der Luftdrähte ersetzen sollte. Die Größe der Platte berechnete sich nach Drude[2]) aus der Formel

$$\sqrt{S} = \frac{0{,}603}{\log \text{vulg} \frac{l}{\rho}} \cdot \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \operatorname{tg} 2\pi \frac{l - l'}{\lambda},$$

worin S die Oberfläche der Platte, l die Länge des Luftdrahtes, ρ dessen Halbmesser, λ die Eigenwellenlänge und l' die Länge des Zuführungsdrahtes, die hier 20 cm betrug, mit rund 5150 qcm. Die Elektroden der Funkenstrecke bestanden aus Zink und waren die Zuführungsdrähte an diese angelötet. Der Empfänger zeigte die ganz gleiche Bauart wie der Sender, nur wurde an Stelle der Funkenstrecke ein Thermoelement aus Konstantan und Eisen von je 0,05 mm, das in der Mitte gelötet war und einen Widerstand von 1,14 bis 1,19 Ohm hatte, angebracht.

Ein ähnliches Element befand sich auch an dem erwähnten Standard, der ursprünglich dicht neben der Senderspule und achsial mit ihr angebracht war, später aber weiter entfernt wurde. Der Standard bestand aus 10 Windungen isolierten Drahtes von 2,4 mm mit einer Drahtseele von 0,9 mm Durchmesser und hatte auch sonst die gleichen Abmessungen wie die Senderspule. Die Enden der Windung waren durch ein gleiches Thermoelement wie der Empfänger von 1,02 bis 1,01 Ohm Widerstand geschlossen. Ein solches Thermoelement brennt schon bei einem Strome von 0,45 Ampere durch.

Die Glasplattenkondensatoren bestanden aus 1,3 mm dickem Glase und waren mit 0,1 mm dicker Bleifolie bedeckt, die mit Terpentin an das Glas geheftet wurde.

Sender und Empfänger waren, um auch im Freien bei jeder Witterung arbeiten zu können, in einen Holzkasten, dessen Seiten-

[1]) Ann. d. Ph. Bd. 8, S. 336.
[2]) Ann. d. Ph. Bd. 11, S. 990.

wände und Deckel durch Lösung einiger Schrauben abgenommen werden konnten, eingebaut.

Für die Messungen wurde ein Du Bois-Rubens Galvanometer verwendet, und zwar waren beide Thermoelemente auf dieses geschaltet. Die Messungen wurden so vorgenommen, daß vorerst einige Ablesungen vom Standard, sodann einige vom Empfänger gemacht wurden. Bei den Versuchen im Freien war das Meßinstrument in einem Zimmer untergebracht. Der Strom wurde regelmäßig 5 Sekunden lang geschlossen gehalten. Die gewonnenen Ergebnisse sind Mittelwerte aus 4 bis 10 Ablesungen.

Die Angaben des Empfängers waren nicht genau proportional mit jenen des Standard, weil zwar beide von dem Funkenpotential und der Dämpfung des Senders aber in verschiedener Weise abhängen, indem der Empfänger mit dem Sender in Resonanz stand, der Standard dagegen nicht.

Für die im Zimmer durchgeführten Vorversuche waren Sender und Empfänger je mit einem Luftdrahte und einer Platte ausgerüstet. Die Untersuchung auf Resonanz zeigte, daß die auf Grund der von Drude gegebenen Formeln berechneten Apparate in scharfer Resonanz standen, da schon eine geringe Aenderung der Kapazität eine Verminderung der Ergebnisse auf etwa 0,2 des Ursprünglichen mit sich brachte, sich sonach die erwähnten Formeln als vollkommen zuverlässig erweisen.

Durch verschiedene Einstellung des verwendeten Deprez-Unterbrechers, sowie durch Verwendung verschiedener Spannungen zum Speisen des Induktors ließen sich die Ergebnisse innerhalb weiter Grenzen abändern. Der Einfluß der Standardspule auf die Ergebnisse war ein geringer, da selbst, wenn die Spule koachsial dicht neben der Senderspule aufgestellt wurde, nur eine Verminderung der Wirkung um 5 v. H. festgestellt wurde.

Die Apparatekästen übten auf die Uebertragung keinen merklichen Einfluß aus, hingegen zeigte sich, daß die Lage der Luftdrähte und der Platten je nach der Entfernung eine wechselnde Einwirkung aufwiesen. Bei einer Entfernung von 280 cm von Mitte der Sender- bis Mitte der Empfängerspule gerechnet, war die günstigste Lage, wenn die Luftdrähte lothrecht und die Platten wagrecht gerichtet wurden, und zeigte sich hierbei eine beinahe doppelt so gute Uebertragung, wie bei jeder anderen Lage der Luftdrähte und der Platten. Bei einer Entfernung von 660 cm hingegen zeigt sich die beste Uebertragung, wenn der Senderluftdraht lotrecht, der Empfängerluftdraht und die

beiden Platten wagrecht gerichtet waren. Die Ursache dieser Erscheinung dürfte wohl darin gelegen gewesen sein, daß an den Wänden und Leitungen, die sich im Zimmer befanden, Reflexionen aller Art bestanden, und können daher aus in geschlossenen Räumen gewonnenen Ergebnissen Schlüsse auf deren Anwendung für die drahtlose Telegraphie nur mit Vorsicht gezogen werden.

Bei den Messungen im Freien wurden Sender und Empfänger so aufgestellt, daß die Verbindungslinie zwischen beiden parallel mit der Front eines Gebäudes lag und von diesem 25 m entfernt war. Um den Einfluß zu untersuchen, welchen die Zuführungsdrähte zum Induktor und zum Empfänger ausüben, wurde dicht an dem Induktorium eine Akkumulatorenbatterie und in einiger Entfernung davon das Galvanometer für die Standardablesungen aufgestellt. Vom Empfänger führte jedoch ein isolierter Draht in das Gebäudeinnere, zu dem daselbst untergebrachten Galvanometer von Du Bois-Rubens. Es wurde nun einmal Strom aus der im Freien stehenden Batterie und ein andermal aus der im Gebäude untergebrachten Batterie entnommen. Es mußte hierbei aber die Primärspannung bei jedem Batteriewechsel geändert werden, da der Strom aus dem Gebäude durch eine lange mit großer Selbstinduktion behaftete Leitung zugeführt wurde.

Es zeigte sich hierbei, daß ein in der Vertikalebene des Luftdrahtes liegender Draht, sofern er dem Luftdrahte nicht zu nahe gebracht wird oder ihn gar berührt, auf die Ergebnisse keinen Einfluß hat.

Um zu untersuchen, welchen Einfluß ein zwischen Sender und Empfänger ausgespannter aber beide nicht berührender Draht ausübt, wurde ein isolierter Draht auf die Erde gelegt und dicht an die Apparate herangeführt. Auch hier konnte eine Beeinflussung der Ergebnisse durch den Draht nicht festgestellt werden.

Die Ergebnisse der Untersuchungen über den Einfluß der gegenseitigen Lage der Luftdrähte, der Platten und Wicklungen des Senders und Empfängers sind in nachstehender Tabelle festgelegt und bedeutet in der bildlichen Darstellung der dünne Strich den Luftdraht, die Zickzacklinie die Wicklung und der dicke Strich die Platte.

Tabelle 1.

Entfernung zwischen den Apparaten 30 m. Höhe über Erde 1 m.

Versuch Nr.	Lage der Luftdrähte, Platten und Wicklungen		Ausschläge
	Sender	Empfänger	
1			71
2			98
3			9
4			5
5			12
6			16
7			165
8			53

Es ergibt sich aus dieser Zusammenstellung, daß 1. senkrechte Luftdrähte und Platten günstiger wirken als wagrechte, 2. das Strahlungsvermögen eines Luftdrahtes größer ist als das einer Platte und 3. die Lage der Sender- und Empfängerwicklung zum Luftdrahte von großem Einflusse ist.

Um die unter 2. und 3. festgelegten Beobachtungen noch weiters zu bestätigen, wurden noch folgende Versuche bei verschiedenen Höhen über Erde und 30 m Entfernung durchgeführt.

Sender und Empfänger wurden in die Lage 7 der Tabelle gebracht und einmal mit der Platte, das anderemal mit einem Luftdrahte nach unten versehen. Es zeigte sich hierbei, daß das Strahlungsvermögen eines Systemes mit Luftdrähten nach oben und unten drei- bis viermal so groß, als das eines Systemes mit nur einem Luftdrahte und einer Platte.

Das Mittel aus sechs Ablesungen der Versuchsanordnung 1 und 7 ergab ferner, daß die Wicklung des Teslatransformators in einer Vertikalebene zum Luftdrahte liegen soll.

Es dürfte bei der Anordnung 1 eine Verzerrung der Welle erfolgen, da die magnetischen Kraftlinien der Spule mit den Kraftlinien des Luftdrahtes in einer Ebene liegen und sich daher gegenseitig verzerren müssen, während bei der Anordnung 7 die Kraftlinien in zwei zueinander senkrecht stehenden Ebenen liegen und sich daher nicht beeinflussen.

Es wurden auch Untersuchungen unternommen, den Einfluß belaubter Bäume festzustellen, aus welchen hervorzugehen scheint, daß diese sich im trockenen Zustande ziemlich neutral verhalten, aber, und zwar im direkten Verhältnis zur aufgenommenen Feuchtigkeit, im feuchten Zustande als Leiter wirken.

Zur Untersuchung der Rolle der Erde als Kapazitätsersatz wurde die Erdverbindung so hergestellt, daß statt der Platte ein Draht von 2 mm Durchmesser mit einer angelöteten Platte tief in die Erde versenkt wurde. Es trat hierbei, wie aus der Tabelle 2 zu entnehmen ist, ein Nachlassen in der Wirkung ein.

Der Unterschied der Ergebnisse in Spalte 2 und 4 dürfte darauf zurückzuführen sein, daß im ersten Falle das Zustandekommen einer richtigen Welle nicht beeinträchtigt wurde.

Bei Prüfung des Einflusses, den die Erde auf die Fortpflanzung der Energie ausübt, wurde von dem Gesichtspunkte ausgegangen, daß sich dieser Einfluß, wenn überhaupt vorhanden, mit der Entfernung über Erde ändern muß. Es wurden daher

die Entfernungen von Erde stufenweise bis zu etwa 4 m Höhe verändert.

Tabelle 2.

Sender und Empfänger in 30 m Entfernung.
1 m über Erde.

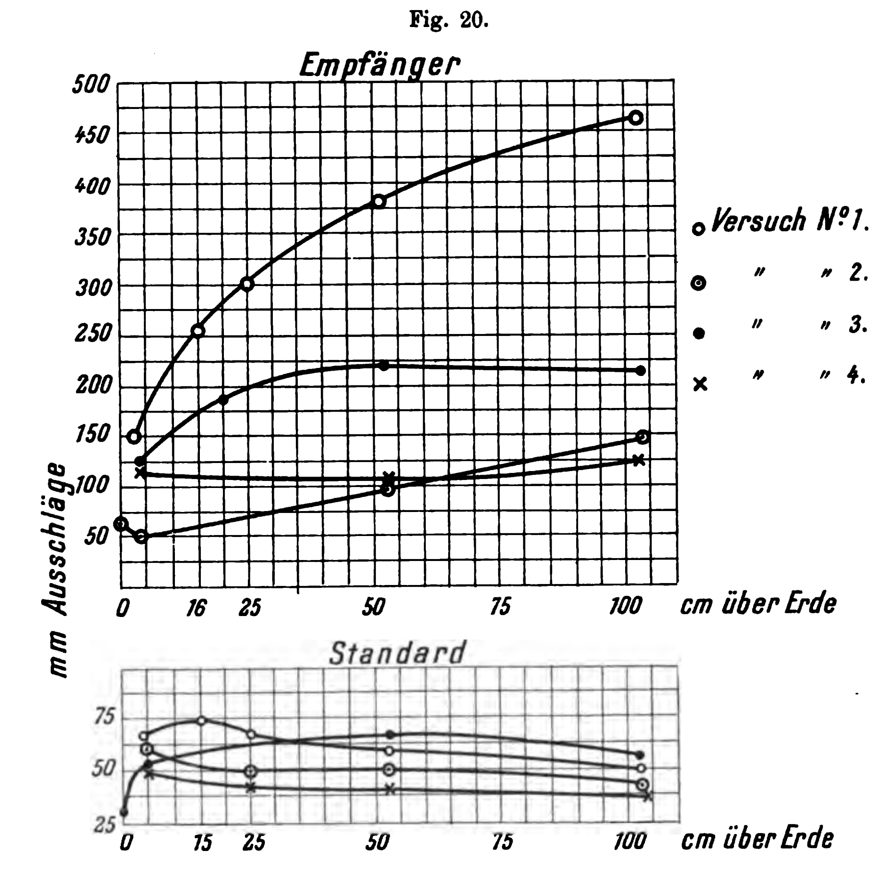
1	2	3	4	5
Sender, Empfänger } mit Platten	Sender mit Platte, Empfänger an Erde	Sender an Erde, Empfänger mit Platte	Sender, Empfänger } an Erde	Sender, Empfänger } mit Platten
240	160	95	116	240

Tabelle 3.

Versuch Nr.	Anordnung des Senders und Empfängers	Entfernung zwischen Sender und Empfänger	Vorgeschaltet vor dem Empfänger	Bemerkungen
1	Auf dem Versuchsfelde sind Bäume vorhanden	10 m	20 Ohm	Sender und Empfänger gleich hoch
2		30 „	0 „	desgl.
3		10 „	20 „	Nur Empfänger in die Höhe
4		10 „	20 „	Nur Sender in die Höhe
5	Bäume entfernt	30 m	20 Ohm	Sender und Empfänger gleich hoch
6		30 „	20 „	desgl.
7		30 „	20 „	desgl.
8		30 „	20 „	desgl.
9		30 m	150 Ohm	Sender und Empfänger gleich hoch

Aus der Tabelle 3 ist die Anordnung der Versuche zu entnehmen, während die graphischen Darstellungen in Fig. 20 und 21 die erzielten Ergebnisse bringen. In diesen Darstellungen bezieht sich

Fig. 20.



die der Kurvenbezeichnung beigesetzte Zahl auf die zugehörige Versuchsnummer. Es wurde bei diesen Versuchen stets von der untersten Lage ausgegangen, bis die höchste Lage erreicht war und dann in den gleichen Zwischenstufen wieder an den Ausgangspunkt zurückgekehrt.

Tabelle 4 gibt die Ergebnisse einer anderen Versuchsanordnung. Aus diesen Ergebnissen folgert sich:

1. Die Uebertragung ist günstiger, wenn man höher über der Erde ist (Kurve 1 und 5).
2. Der Standard zeigt bei 1 m über Erde ein ausgesprochenes Minimum (Kurve 4).
3. Das Ergebnis der Uebertragung wird ein anderes, je nachdem man nur mit dem Sender (Kurve 4) oder nur mit dem Empfänger (Kurve 3) in die Höhe geht.

Fig. 21.

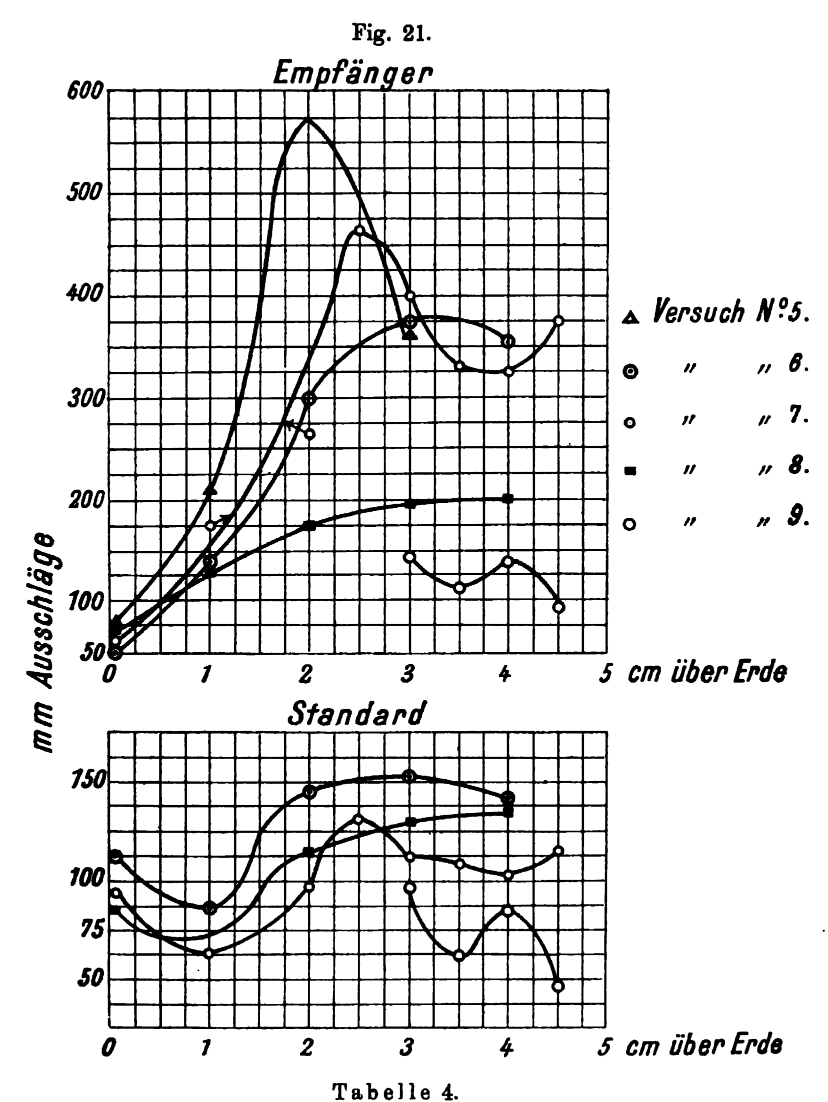


Tabelle 4.

Sender und Empfänger gleichmäßig hoch.
Entfernung 30 m ohne Bäume.
Vorgeschaltet 0 Ohm.

Höhe über Erde	Standard	Empfänger	E/St.
150 cm	77	22	0,286
400 „	90	116	1,29
400 „	73	110	1,51
150 „	61	16	0,26

Für die Erklärung der Erscheinung in Kurve 1 und 2 muß die Erde als ein stark absorbierendes, schwachspiegelndes Medium aufgefaßt werden. Es ist dann anzunehmen, daß mit Näherung an die Erde die Dämpfung wächst, wodurch die unmittelbare Wirkung auf den Standard sinkt. Erst bei Näherung bis auf 1 m an die Erde beginnt die Spiegelung zu wirken und hebt in Bezug auf den Standard zum Teil die abschwächende Wirkung der Absorption auf.

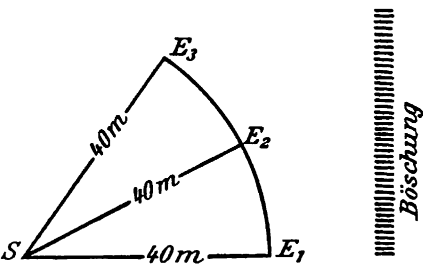
Eine Reihe anderer Untersuchungen, insbesondere unter Benutzung einer Böschung, deren Schirmwirkung aus Tab. 5 zu entnehmen ist, weisen darauf hin, daß die Ansicht, als ob die Erde die Uebertragung begünstigt oder sie überhaupt erst möglich macht, nicht begründet ist.

Die Ergebnisse dieser Versuche widersprechen auch der von Lecher ausgesprochenen Ansicht, daß ein geerdeter Luftdraht am Fußpunkte die Erde elektrisiert und diese sonach bei der Uebertragung von Wellen die Hauptrolle spielt, da, wenn dies der Fall wäre, 1. bei steigender Höhe das Ergebnis abnehmen und 2. ein zwischen Sender und Empfänger liegender Draht als vollkommener Leiter die ganze Uebertragung übernehmen müßte, während gerade das Gegenteil beobachtet wurde.

Tabelle 5.

Sender und Empfänger 3 m über Erde in 40 m Entfernung voneinander.

Vor Standard und Empfänger 20 Ohm vorgeschaltet.



Beobachtungspunkt	Standard	Empfänger	Entfernung von der Böschung
1	120	265	5 m
2	120	300	10 „
3	120	550	20 „

Hebt man nur den Empfänger in die Höhe (Kurve 3, Fig. 20), so steigt die Uebertragung schwächer an, als wenn beide Apparate gleichzeitig gehoben werden. Geht man nur mit dem Sender in die Höhe (Kurve 4), so ist überhaupt keine Steigerung der Wirkung zu bemerken. Es scheint sonach der gleiche Vorgang am Sender und Empfänger auf die Uebertragung nicht gleichmäßig einzuwirken. Diese Annahme wurde durch den folgenden Versuch erwiesen. Drei Personen stellten sich abwechselnd an den Sender und an den Empfänger. Die Ablesungen lieferten die Ergebnisse der Tabelle 6.

Tabelle 6.

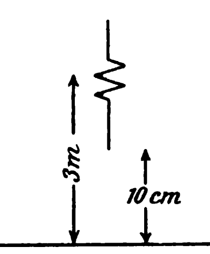
Keine Person in der Nähe	398	Standard zu Beginne, einmal in der Zwischenzeit und am Schlusse beobachtet zeigte nahezu gleichbleibenden Ausschlag
3 Personen am Sender	389	
3 Personen am Empfänger	338	
2 Personen am Empfänger	366	
Keine Person	391	
2 Personen am Empfänger	361	
Keine Person	397	

Die Ursache des verschiedenen Verhaltens wird einer verschiedenen Verteilung der elektrischen und magnetischen Kraft in der Nähe des Senders und Empfängers zugeschrieben und scheint sich die schirmende und dämpfende Ursache, bei ihrer Wirkung auf den Empfänger stärker bemerkbar zu machen.

Zur Prüfung der Schirmwirkung eines Drahtes wurde ein etwa 8 m langer Draht von 2 mm Durchmesser in 0,85 m Entfernung vor bezw. hinter dem Sender resp. Empfänger parallel zu den Luftdrähten gespannt. Dieser gänzlich isolierte Draht wurde einmal mit der Erde verbunden, das andere Mal frei in einem Abstande von etwa 10 cm von der Erde frei hängen gelassen. Der Draht kam hierbei immer in einer Ebene zu den beiden Luftdrähten zu liegen.

Als wichtigstes Ergebnis dieser Untersuchung ist festzustellen, daß ein von Erde isolierter Draht nur einen sehr geringen dämpfenden Einfluß ausübt. Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind in Tabelle 7 niedergelegt. Der sich hieraus ergebende größere Einfluß des geerdeten Drahtes gegenüber dem ungeerdeten oder auch weniger gut geerdeten, wird darauf zurückzuführen gesucht, daß durch die Erdung die Eigenschwingung des Drahtes verlangsamt und sich somit der Resonanz zum Sender genähert wird. Auch läßt sich aus diesen Versuchen die Vieldeutigkeit des Begriffes „Erdung" entnehmen.

Tabelle 7.



Sender und Empfänger 3 m über Erde. Entfernung 30 m.

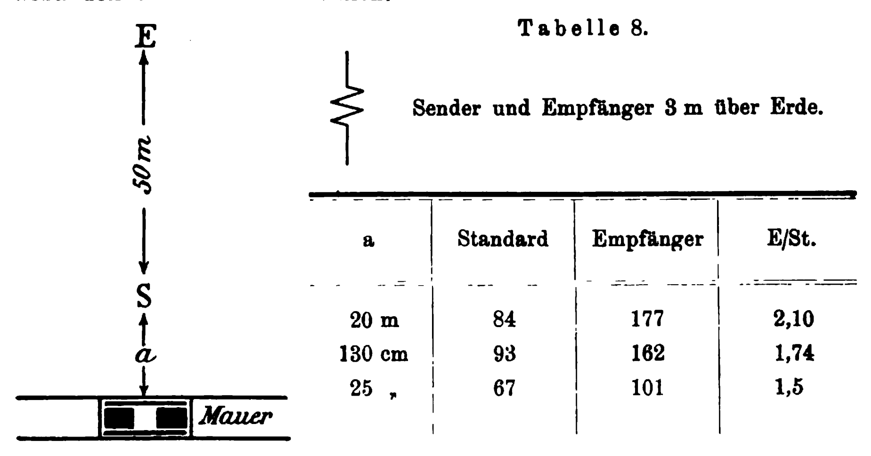
Vorgeschaltet vor Empfänger 150 Ohm, vor Standard 20 Ohm.

	I. Vor dem Sender			II. Hinter dem Sender		
	Stand.	Empf.	E/St.	Stand.	Empf.	E/St.
Ohne Draht	87	151	1,74	94	150	1,6
Draht freihängend . . .	93	151	1,64	91	137	1,51
Draht einfach geerdet . .	94	136	1,45	—	—	—
Draht mit Platte an Erde	98	76	0,78	87	94	1,08

	III. Vor dem Empfänger			IV. Hinter dem Empfänger		
	Stand.	Empf.	E/St.	Stand.	Empf.	E/St.
Ohne Draht	89	160	1,8	92	158	1,72
Draht freihängend . . .	91	146	1,61	92	126	1,37
Draht einfach geerdet . .	—	—	—	—	—	—
Draht mit Platte an Erde	93	70	0,75	93	111	1,2

Die Versuche, welche Schirmwirkung bezw. Reflexion das Gebäude selbst ausübt, wurden in der durch die Skizze in Tab. 8 ersichtlichen Weise durchgeführt und ist aus diesen der störende Einfluß von Gebäuden deutlich zu erkennen.

Tabelle 8.



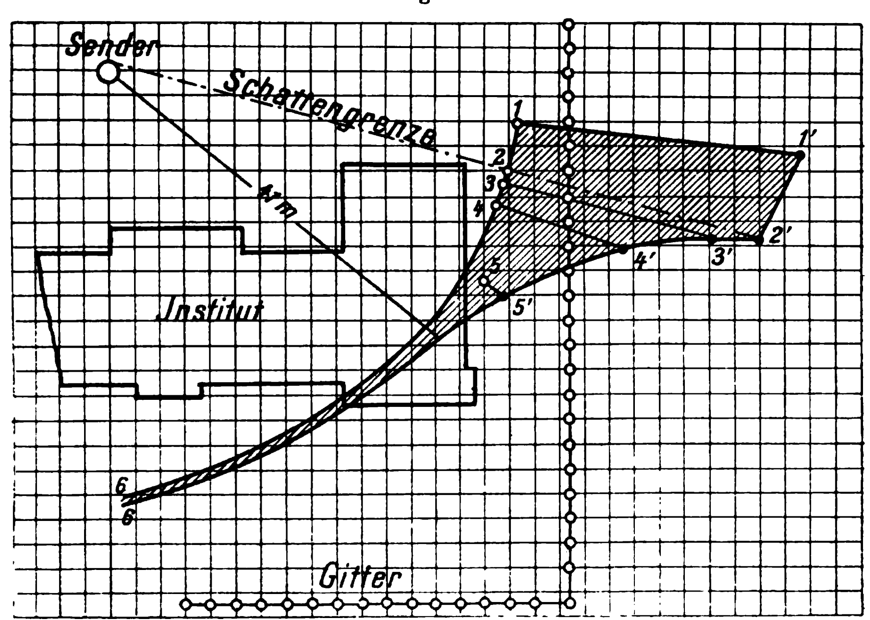
Sender und Empfänger 3 m über Erde.

a	Standard	Empfänger	E/St.
20 m	84	177	2,10
130 cm	93	162	1,74
25 „	67	101	1,5

Diese Versuche in ihrer Gesamtheit lassen beinahe mit Sicherheit darauf schließen, daß die Erde nicht der Träger der elektrischen Wellen ist, sondern im Gegenteile, wie alle mit ihr in Verbindung stehenden Leiter und Halbleiter mehr oder weniger ungünstig auf die Uebertragung einwirkt.

Für die Untersuchung der Beugung (Fig. 22) blieb der Sender ständig auf seinem Platze, während mit dem Empfänger bei einem Halbmesser von 41 m im Kreise herumgegangen wurde. Die Aufstellungspunkte sind mit 1 bis 6 bezeichnet. Die Größen der Ausschläge sind

Fig. 22.



auf der Verlängerung des zum Aufstellungspunkte zugehörigen Halbmessers aufgetragen und entsprechen diese Ausschläge sohin den Entfernungen 1—1′, 2—2′ u. s. w. Es ist hierbei gelungen, durch die ganze Breite des Gebäudes zu telegraphieren. Daß die Verbindungsleitungen nicht die Träger der Energie waren, erschien dadurch erwiesen, daß unter Hinweglassung des vom Gebäude zum Induktor führenden Drahtes bei Betätigung mit der dicht am Sender stehenden Batterie fast die gleichen Ablesungen erhalten wurden.

Tab. 9 bringt die Ergebnisse von Versuchen über den Einfluß der Entfernung für den Empfang. Bei diesen Versuchen blieb der Sender am Platze und nur der Empfänger wurde entfernt oder ge-

nähert. Diese Ergebnisse deuten darauf hin, daß der Integraleffekt der Uebertragung ziemlich genau mit dem Quadrate der Entfernung abnimmt.

Tabelle 9.

Empfänger und Sender in etwa 60 cm Höhe.
Vorgeschaltet 20 Ohm.

24 m		18 m		16 m		14 m		12 m		14 m		16 m		18 m	
Stand.	Empf.	Stand.	Empf.	Stand.	Empf.	Stand.	Empf.	Stand.	Empf.	Stand.	Empf.	Stand.	Empf.	Stand.	Empf.
478	111	406	181	415	240	421	299	396	354	400	308	400	246	384	182
Empfänger dividiert durch Standard:															
0,23		0,45		0,58		0,69		0,88		0,77		0,61		0,47	
Empfänger dividiert durch Standard $\times$ r²:															
132,48		145,80		148,48		135,24		126,72		150,92		156,16		152,28	
Empfänger $\times$ r²:															
63 936		58 644		61 440		56 840		50 976		60 368		62 976		58 968	

b) Duddell und Taylor[1]) haben mit Unterstützung der englischen Telegraphenverwaltung umfangreiche Versuche zur Feststellung der beim Betriebe drahtloser Telegrapheneinrichtungen in Erscheinung tretenden elektrischen Größen durchgeführt. Diese Versuche fanden im Bushy Park zwischen einer fahrbaren Sendestation und einer festen Empfangsstation statt. Spätere Versuche erstreckten sich auf das Telegraphenschiff Monarch und eine feste Empfängerstation am Martilloturm zu Howth in Irland. Der Sender war ein gekoppelter Sender nach der Braunschen Anordnung (Fig. 23), bei welchem der Luftleiter unmittelbar an den geschlossenen Schwingungskreis angelegt wurde. Der geschlossene Schwingungskreis bestand aus einer Leidener Flaschenbatterie als Kapazität und einer Selbstinduktionsspule. Der eigentliche Sendekreis war mit dem geschlossenen Kreis über eine regelbare Selbstinduktion verbunden und über dessen Selbstinduktionsspule durch ein auf dem Erdboden ausgelegtes großes Drahtnetz geerdet. Die Einstellung der beiden Schwingungskreise auf Resonanz erfolgte

[1]) Journal of the Inst. of El. Eng. Bd. 35, S. 321.

mittels der regelbaren Selbstinduktion. Es wurden von dieser so viele Windungen eingeschaltet, bis das in die Erdverbindung eingeschaltete Duddellsche Thermogalvanometer einen Höchstwert des Stromes im Sendekreis und damit Resonanz der beiden Schwingungskreise anzeigte. Eine Aenderung der Wellenlänge wurde durch Veränderung der Zahl oder der Größe der verwendeten Leidener Flaschen bewerkstelligt. In der Empfangsstelle wurde der Luftleiter von 17,1 m Höhe über eine regelbare Selbstinduktion und ein Duddellsches Thermogalvanometer mit der Erde verbunden. Der Erddraht führte, wie in der Sendestelle, an die Mitte eines Drahtnetzes von 23,5 Länge und 1,2 m Breite, welches auf den Erdboden ausgelegt wurde. Der Empfänger wurde auf die richtige, vom Sender ausgehende Welle mittels der regelbaren Selbstinduktion abgestimmt.

Fig. 23.

Als Ergebnis dieser Untersuchung läßt sich folgendes feststellen:

1. Der im Empfangsluftleiter erregte Strom steht in nahezu geradem Verhältnisse zum Produkte aus Stromstärke im Sender und Höhe des Sendeleiters

$$S = k h A.$$

Die Stromstärke S im Empfangsleiter ist in Mikroampere auszudrücken. In dieser Formel bedeutet ferner k eine Konstante, h die Höhe des Sendeleiters in Meter und A die Stromstärke des Sendeleiters in Ampere.

Die Konstante k wird von Duddell und Taylor mit 20 für eine Welle von 107 m und mit 16,6 für eine solche von 152 m Länge berechnet, wenn Sender und Empfänger sich in Abstimmung befinden. Ohne gegenseitige Abstimmung wird diese Konstante für Wellen von 107 m mit 16,7 und für solche von 152 m mit 5,3 angegeben.

Hatte der Sendeleiter eine Höhe von 12,8 m, betrug die Wellenlänge 152 m und die Stromstärke des Sendeleiters 0,352 Ampere, so

wurde auf der 484 m entfernten Empfangsstation eine Stromstärke von 246 Mikroampere beobachtet. Bei Nichtabstimmung wurden nur 81,5 Mikroampere gemessen, sohin nur ein Drittel des Ergebnisses gegenüber der Abstimmung erzielt. Das Verhältnis in der Wirkung zwischen Abstimmung und Nichtabstimmung war bei Verwendung kürzerer Wellen ein günstigeres.

2. Läßt sich die Senderluftleitung nicht hoch genug errichten, so ist der Draht so hoch als möglich zu führen und sodann in dieser Höhe in wagrechter Richtung nach der Empfangsstation hin zu verlängern. Mit einem Luftdrahte von 6,4 m Höhe und 6,1 m Verlängerung wurde auf diese Weise eine bessere Wirkung erzielt als mit einem Luftdrahte von 9,5 m Höhe.

3. Die Verwendung einer isolierten Gegenkapazität an den unteren Enden des Luftleiters ist besser als eine unmittelbare Erdung. So wurden mit den benutzten Drahtnetzen bessere Ergebnisse erzielt, als mit Erdverbindungen unter Benützung des Bleimantels eines Telephonkabels, der Eisendrahtumkleidung eines Unterseekabels, eines in einen Brunnen versenkten Drahtringes u. s. w.

4. Die Stromstärke im Empfängerdrahte wächst von 9,1 m an proportional mit der Höhenzunahme des Sendeleiters. Bei geringeren Höhen steigt die Stromstärke nicht ganz gleichmäßig mit der Höhezunahme des Sendeleiters an.

Für die Berechnung der Stromstärke im Empfangsluftleiter, wobei die Messungen mit dem Duddellschen Thermogalvanometer vorgenommen wurden, dienten die Formeln:

$$S = \frac{0{,}12}{56 + r}$$

für den abgestimmten und

$$S = \frac{0{,}12}{\sqrt{156^2 + (56 + r)^2}}$$

für den nichtabgestimmten Empfänger, worin r den Widerstand der Meßstromkreise bedeutet.

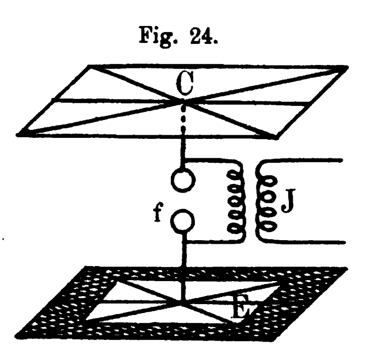
5. Das Produkt aus Stromstärke im Empfänger und der Entfernung zwischen den beiden Stationen ist unveränderlich. Die Stromstärke steht sonach im umgekehrten Verhältnisse zur Entfernung zwischen Sender und Empfänger.

Dieses Gesetz trifft jedoch für kurze Wellen und geringere Entfernungen nicht vollständig zu und dürfte auch dann, wenn größere Gegenstände, wie Gebäude etc., sich zwischen den beiden Stationen

befinden, die eine elektrische Schirmwirkung ausüben, kaum anwendbar sein.

c) Leutnant Ll. Evans[1]) fand es im Verlaufe von Untersuchungen der drahtlosen Telegraphie zu Militärzwecken für notwendig, die durch die verschiedenen Erdverbindungen des Luftdrahtes herbeigeführten Wirkungen zu bestimmen. Für diese Zwecke wurde ein Oszillator (Fig. 24), bestehend aus einer quadratischen Kapazität C von 5 m Seitenlänge benützt, die mittels Isolatoren 4,5 m wagrecht über der Erde befestigt wurde. Von dem Mittelpunkte dieser Fläche führte ein lotrechter Draht nach abwärts zu dem Knopfe einer Funkenstrecke f, deren zweiter Knopf in ähnlicher Weise mit einem Drahtnetze E von Eisen gleichfalls 5 m im Quadrat verbunden war. Dieses Netz wurde genau unter der Luftplatte 0,75 m vom Erdboden ebenfalls mittels Isolatoren befestigt. Es wurde sodann der Strom in dem lotrechten Drahte nach Erregung der Funkenstrecke durch den Induktor J gemessen. Eine zweite Messung erfolgte, nachdem die Drahtkapazität mit der Erde durch kurze Drahtstücke verbunden war. Schließlich wurde das Drahtnetz mit einer guten Telegraphenerdleitung verbunden und sodann die Messungen wiederholt. Die Mittelwerte dieser wiederholt durchgeführten Messungen ergaben, daß der Strom durch die schlechte Erde um 56 v. H. und durch die gute Erde um 85 v. H. herabgemindert wurde. Die Entfernung zwischen den beiden Flächen wurde, ebenso wie die Wellenlänge und alle übrigen Faktoren, für alle drei Messungen gleichbleibend erhalten. Um die Güte des Empfanges bei den verschiedenen Verhältnissen feststellen zu können, wurde in einer Entfernung von ungefähr 1000 m ein Empfänger von ähnlicher Ausgestaltung wie der Sender errichtet und mit diesem genau abgestimmt. Die eingelangten Ströme wurden für die drei verschiedenen vorbeschriebenen Anordnungen des Senders ebenfalls gemessen und ergab sich hierbei fast genau das gleiche Verhältnis. Der aus diesen Untersuchungen gezogene Schluß geht dahin, daß irgendwelche Verbindung des Senders oder Empfängers mit der Erde auszuschließen sei.

Fig. 24.



d) Monckton[2]) gelangt auf Grund von durchgeführten Versuchen

[1]) Lond. Electrician, 1. Sept. 1905.
[2]) Lond. Electrician, 15. Sept. 1905.

gleichfalls zu dem Schlusse, daß für die meisten Landstationen eine isolierte Kapazität am unteren Ende des Luftdrahtes das beste sei.

Eccles[1]) bespricht die Frage, ob die Sendeleiter geerdet werden sollen oder nicht, in eingehender Weise. Marconis erster Erfolg war der Hauptsache nach wohl nur der Erdung des Luftleiters zuzuschreiben. Die Vorteile der Erdung sind, daß bei der großen Länge des Luftleiters die aufgenommenen Schwingungen verhältnismäßig langsame, somit die entsendeten Wellenlängen sehr groß sind, ferner die Wellen so entsendet werden, daß die elektrische Kraft eines Wellenzuges vom Anfange an in einer lotrechten Ebene liegt und, was teilweise durch das Vorhergehende begründet wird, die freien Enden der Kraftlinien mit der Erdoberfläche verbindet.

Der geerdete Luftdraht ist ferner ein guter Wellenstrahler und auch ein guter Wellenfänger. Lange Wellen erscheinen insbesondere mit Bezug auf die Erscheinung der Diffraktion von Vorteil. Durch die Senkrechtstellung der elektrischen Kraft nahe der Erde werden jene Verluste vermieden, welche sonst durch die Erzeugung nutzloser Ströme entstehen müßten. Die Verbindung der Wellen mit der Erdoberfläche verhindert deren gänzliche Zerstreuung im Raume und gibt ihnen eine solche Führung, daß sie (ähnlich wie der Strom in einem Draht) Hügelketten, ohne in diese einzudringen, überschreiten können.

Lodge beobachtete schon lange die Unzulänglichkeit des geerdeten Luftdrahtes für die Erreichung einer Abstimmung. Sein erster Wellenstrahler hatte fast alle Vorteile des Marconisenders, nur daß er die Wellen nicht an die Erde bindet, somit der hierdurch erreichbaren Vorteile verlustig geht. Auf der anderen Seite wird hierdurch eine vollkommene Unabhängigkeit von der Erdverbindung erreicht und sind damit die mit der Herstellung einer guten Erdverbindung verbundenen Schwierigkeiten beseitigt. Die Aenderungen in der Beschaffenheit der Erde haben für die nicht abgestimmte Funkentelegraphie geringere Bedeutung, spielen aber bei verlangter Abstimmung eine wesentliche Rolle. Bei dem Lodge-Muirheadschen Wellenstrahler, welcher über der schlecht leitenden Erde arbeitet, sind Ohmsche Verluste im Betrage von 50 v. H. der gesamten ausgestrahlten Energie möglich, wogegen beim geerdeten Wellenstrahler die Verluste an Schwingungsenergie aller Wahrscheinlichkeit nach viel geringer sind. Daten hierüber sind so schwierig zu erhalten, daß eine Berechnung

[1]) Lond. Electrician, 27. Okt. 1905.

wenig zuverlässige Aufklärung über diese Frage erwarten läßt. Hier kann nur das Experiment die so notwendige Entscheidung über die Frage ob geerdeter oder nichtgeerdeter Sendeleiter bringen.

D. Abstimmungs- und Resonanzversuche.

Die Untersuchungen von Prof. A. Slaby[1]). Die in den F. d. T. III, S. 74 gebrachten Mitteilungen über diese Versuche bilden noch kein Ganzes, da die Untersuchungen z. Z. nicht abgeschlossen waren. Es werden nun hier die Ergebnisse der weiteren Versuche in Ergänzung dieser Mitteilungen auszugsweise vorgeführt und sind diesen in Bezug auf die Form vollständig gleich gehalten. Es konnte hierbei, um Wiederholungen zu vermeiden, nicht vermieden werden, vielfach auf die vorhergehenden Mitteilungen zu verweisen, und sei daher im vornehinein bemerkt, daß es sich bei den Berufungen immer um den in den F. d. T. III gebrachten Auszug handelt, dessen Fortsetzung das folgende darstellt.

III. 3. Die Geschwindigkeit der Elektrizität in Drahtgebilden. Bei den vorhergehenden Versuchen wurde zur Vereinfachung angenommen, daß die Geschwindigkeit der Elektrizität längs eines Leiters, die der Lichtgeschwindigkeit d. i. $v = 3 \, . \, 10^6$ cm in der Sekunde sei. Für die Berechnung von Senderanlagen ist aber diese Annahme unzulässig und braucht sich die Elektrizität im Drahte durchaus nicht mit dieser Geschwindigkeit fortzupflanzen. Die Wellenlänge ist ein aus der Schwingungsfrequenz abgeleiteter Begriff, der nur dann eine bestimmte Bedeutung hat, wenn die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektrizität bekannt ist. Diese ist aber nur für die Fortpflanzung der Elektrizität im Raume bekannt und hat dann die Bedeutung $\lambda = v \, . \, T$, wenn T die Periodenzahl und v die Lichtgeschwindigkeit ist.

Diese Wellenlänge wird nunmehr zur besseren Kennzeichnung als die wahre oder räumliche Wellenlänge bezeichnet.

Wird einem geerdeten senkrechten Drahte eine mit seiner Eigenfrequenz in Resonanz stehende Schwingung aufgedrückt, so ist die Wellenlänge dem Vierfachen der Drahtlänge l gleich. Bezeichnet v' die Geschwindigkeit der Fortpflanzung am Drahte, so ist diese Wellenlänge

$$\lambda' = 4\,l = v'\,T.$$

Teilt sich die elektrische Störung vom Drahte dem umgebenden Raume mit, so pflanzt sich diese daselbst mit der Lichtgeschwindig-

[1]) E. T. Z. 1905, S. 1003, 1025, 1149.

keit v fort. Die Periodenzeit der Schwingung bleibt hierbei aber unverändert und hat daher die räumlich fortschreitende Welle die Länge

$$\lambda = v \, . \, T$$

oder es ist

$$\lambda' = \frac{v'}{v} \lambda$$

und sind daher beide Wellenlängen nur dann gleich, wenn die Geschwindigkeit am Drahte mit der Lichtgeschwindigkeit übereinstimmt. Diese Bedingung kann zwar unter gewissen Umständen erfüllt sein, braucht aber nicht immer und nicht mit Notwendigkeit zu bestehen.

Beobachtet man einen frei und isoliert im Raume befindlichen Draht von der Länge l, so nimmt dieser bei Resonanz eine halbe Wellenlänge auf, wobei sich ein Spannungsknoten in der Mitte ausbildet. Es wird hierbei von der Erfahrung ausgegangen, daß ein Draht nur dann mit seiner Eigenfrequenz in Resonanz schwingt, wenn seine Induktanz und Kondensanz gleich sind. Ist nun L der Selbstinduktionskoeffizient des Drahtes für gleiche Strömung in allen Teilen, so ist nach I. 1, S. 79 die Schwingung zu rechnen aus:

$$L' = \frac{2}{\pi} L.$$

Bezeichnet ferner C die Kapazität der Länge l für gleiche Ladung in allen Teilen, so ist nach den Darlegungen in I. 1, S. 75 die reduzierte Kapazität

$$C' = \frac{1}{2\pi} C.$$

Ist $\omega = \frac{2\pi}{T}$, so liefert die Gleichheit zwischen Induktanz und Kondensanz

$$\omega L' = \frac{1}{\omega C'}$$

die Beziehung

$$CL = \frac{\pi^2}{\omega^2}$$

und wenn v' die Elektrizitätsgeschwindigkeit am Drahte, so ist

$$\frac{T v'}{2} = \frac{\lambda'}{2} = l,$$

da die Drahtlänge eine halbe Wellenlänge aufnimmt. Es wird sonach

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi v'}{l}$$

und

$$C L = \frac{l^2}{v'^2},$$

wobei C und L im elektromagnetischen Maße auszudrücken sind. Soll C gleichfalls in Zentimetern, d. h. im elektrostatischen Maße ausgedrückt werden, so ist dieses durch v^2 zu dividieren. Kennzeichnet man die Maßsysteme durch die Bezeichnung (m) und (s), so erhält man

$$\frac{C^{(s)}}{v^2} \cdot L^{(m)} = \frac{l^2}{v'^2}$$

oder

$$C^{(s)} L^{(m)} = l^2 \frac{v^2}{v'^2}$$

und

$$l = \frac{v'}{v} \sqrt{C^{(s)} L^{(m)}} \qquad (1)$$

Für

$$l = \sqrt{C^{(s)} L^{(m)}}$$

schwingt die Elektrizität am Drahte mit Lichtgeschwindigkeit.

Der Selbstinduktionskoeffizient eines Drahtes von der Länge l ist, wenn l vielfach größer als der Drahthalbmesser r

$$L = 2 l \left(\ln \frac{2 l}{r} - 1 + \frac{\mu}{4} \right), \qquad (2)$$

da nun $\ln 2 = 0{,}693$ und μ für den vorliegenden Fall gleich 1 ist, so wird

$$L = 2 l \left(\ln \frac{l}{r} - 0{,}057 \right).$$

In der praktischen Anwendung der Funkentelegraphie beträgt 0,057 nur etwa $^1/_2$ v. H. von $\ln \frac{l}{r}$, und kann sonach die in I. 1. auf elementarem Wege abgeleitete Formel

$$L = 2 l \ln \frac{l}{r} \qquad (3)$$

als ausreichend genau benützt werden. Unter Benutzung der an gleicher Stelle abgeleiteten Formel für die Drahtkapazität

$$C = \frac{l}{2 \ln \frac{l}{r}} \qquad (4)$$

ergibt sich

$$\sqrt{CL} = l,$$

das heißt

$$v' = v.$$

An langen dünnen Drähten wäre sonach die Elektrizitätsgeschwindigkeit der Lichtgeschwindigkeit fast vollkommen gleich.

Bei dieser Rechnung wurde aber die Hautwirkung (Skin-Effekt) der schnellen Schwingungen nicht berücksichtigt. Zieht man diese in Betracht, so ergibt sich nach I. 3.

$$L = 2l\left(\ln\frac{2l}{r} - 1\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

und erhält man für verschiedene Werte von $\frac{l}{r}$ folgende Verhältnisse von $\frac{v'}{v}$.

$\frac{l}{r}$	$\frac{v'}{v}$
10^2	1,035
10^3	1,023
10^4	1,017
10^5	1,014

Die Elektrizitätsgeschwindigkeit am Drahte würde demnach um 2 v. H. größer sein, als die Lichtgeschwindigkeit, was aber allen vorliegenden Erfahrungen widerspricht, da verschiedene Untersuchungen stets eine allerdings sehr geringe Verzögerung der Geschwindigkeit erweisen.

Die frühere Annahme für die Eichung der Multiplikationsstäbe, daß die Drahtgeschwindigkeit der Elektrizität gleich der Lichtgeschwindigkeit sei, erscheint durch die Kontrollmessungen von P. Drude, sowie von E. Gehrcke (s. S. 156), welche Abweichungen von im Mittel 6 v. H. erwiesen, nicht richtig und müssen daher die von Slaby früher verwendeten, im Freien ausgespannten Drähte einer äußeren Beeinflussung unterlegen gewesen sein. Es wurde demnach die Natur dieser Störungen durch einige Versuche zu ermitteln getrachtet, die für die Sender der Funkentelegraphie Bedeutung haben können.

Ein einfach schwingender Draht kann beeinflußt werden:

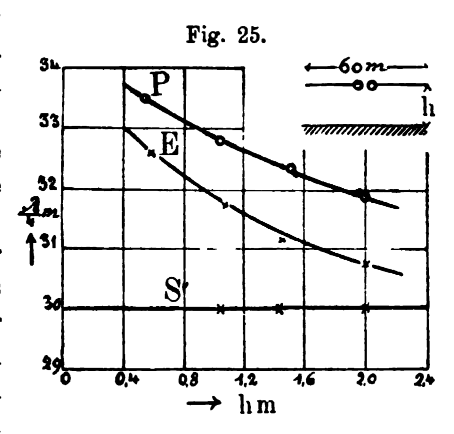
1. durch Kapazitätsänderungen vom Boden oder von anderen Massen aus, welche Ladungen annehmen;

2. durch Induktionswirkungen benachbarter geradliniger Leiter;

3. durch Aenderung der Dielektrizitätskonstanten des Raumes.

1. Versuch Mit einem an einem Schleifendrahte geeichten Multiplikationsstabe für den Meßbereich $\frac{\lambda}{4} = 10$ bis 40 m wurden an einem 60 m langen, frei ausgespannten und in der Mitte durch eine Funkenstrecke erregten Sender die Wellenlängen gemessen und zwar bei verschiedenen Abständen vom Boden. Die nachfolgenden in der Fig. 25 gegebenen Kurven sind das Mittel der aus 10 Einstellungen erhaltenen Werte. Hierin bedeutet P die an einem, in einem Parke ausgespannt gewesenen Drahte, E die auf einem Uebungsplatze mit dem gleichen Drahte und S die an einem Schleifendrahte erhaltene Kurve. Diese Kurven stellen die Abhängigkeit der wahren Wellenlänge des Drahtes vom Bodenabstande h dar. Der Schleifendraht zeigte an beiden Orten in 1 und $1\frac{1}{2}$ m vom Boden völlige Uebereinstimmung zwischen Draht und Wellenlänge. Beim einfachen Drahte ergaben sich jedoch Unterschiede bis zu 9,3 v. H. bei 1 m und bis zu 6,3 v. H. bei 1,5 m Bodenabstand.

Fig. 25.



Die Messungen zeigen hier, da eine induktive Beeinflussung ausgeschlossen war, daß der Erdboden auf die Kapazität des einfachen Schwingungsdrahtes einen Einfluß ausgeübt haben muß, welcher erst bei Abständen von mehr als 5 m verschwand. Diese Entfernung scheint offenbar von der Länge des Drahtes abzuhängen, denn im Versuchsraum mit Zinkboden ließ sich an 10 m langen Drähten bei einem Abstand von 1 bis 2 m vom Boden ein Einfluß des Bodens auf die Kapazität nicht mehr nachweisen.

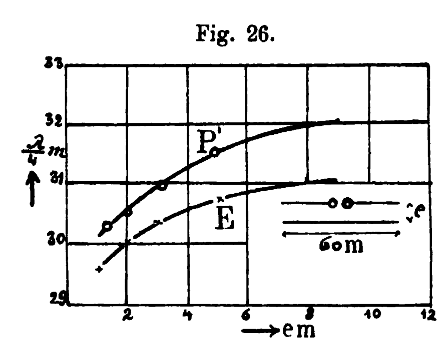
Es veranlaßt sonach jede Kapazitätsbeeinflussung des einfachen Schwingungsdrahtes eine Vergrößerung der wahren Viertelwellenlänge gegenüber der Drahtlänge und bedingt mithin eine Verringerung der Elektrizitätsgeschwindigkeit am Drahte, gegenüber der Lichtgeschwindigkeit. Ein Schleifendraht ist dieser störenden Einwirkung nicht unterworfen.

2. Versuch. Der induktive Einfluß benachbarter Leiter auf den Schwingungskreis wurde in folgender einfachen Weise festgestellt: An beiden Versuchsorten wurde bei gleichem Abstande von 1,5 m vom

Boden, ein zweiter 60 m langer Draht in veränderlicher Entfernung e, zum Schwingungsdrahte parallel geführt. Dem Bodenabstand entsprechend betrugen die wahren Viertelwellenlängen 32,25 m (Park) und 31,1 m (Uebungsplatz). Die mit P und E bezeichneten Linien (Fig. 26) erweisen, daß bis zur Entfernung von 10 m die induktive Beeinflussung die wahre Wellenlänge des Schwingungsdrahtes verkürzt und betrug diese Verkürzung bis zu 6,3 v. H. bei 1 m und bis zu 5,1 v. H. bei 2 m Drahtabstand.

Durch die induktive Beeinflussung wird sonach die wahre Wellenlänge des Schwingungsdrahtes verkürzt und die Elektrizitätsgeschwindigkeit am Drahte vergrößert. Der Einfluß war bei diesen Versuchen nur aus dem Grunde so groß, weil der Paralleldraht in Resonanz schwingen konnte, was für gewöhnlich nicht der Fall ist, so daß der Einfluß der induktiven Störung ein geringerer und von der Kapazitätswirkung überwogen wird, so daß in den meisten praktischen Fällen eine Verkleinerung der Elektrizitätsgeschwindigkeit, gegenüber der Lichtgeschwindigkeit anzunehmen ist und sohin die wahre Wellenlänge die Drahtlänge um einige Prozente übertrifft. Auch nach diesen Versuchen reicht der induktive Einfluß weiter als der der elektrischen Ladung (s. I. 5.).

Fig. 26.



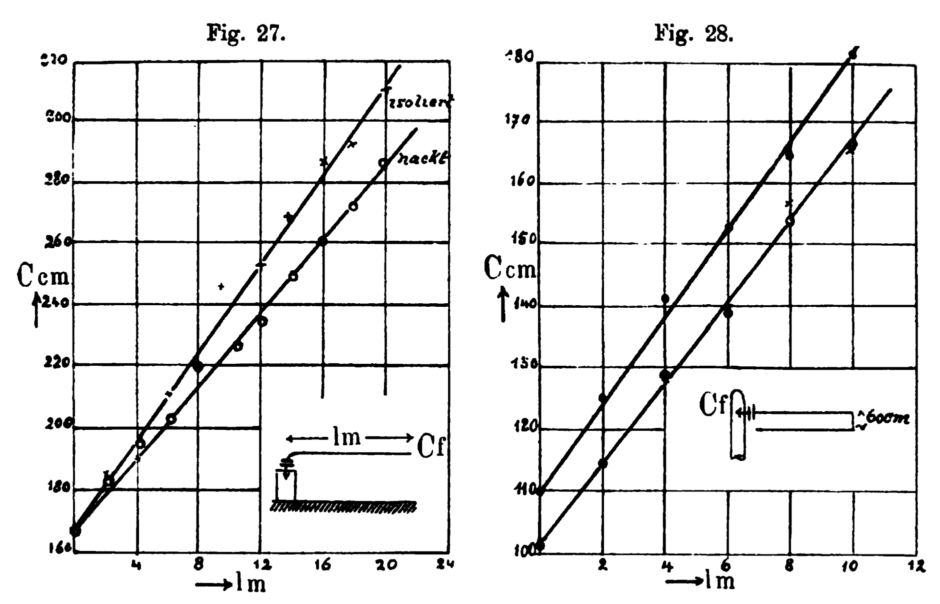
3. Versuch. Schon frühere Versuche zeigten, daß eine Aenderung der Dielektrizitätskonstante des umgebenden Mediums einen deutlich nachweisbaren Einfluß auf die Kapazität hat. So trat an einem 1 mm dicken Kupferdrahte mit 0,5 mm dicker Kautschukisolation nach deren Entfernung eine Kapazitätsverminderung um 14 v. H. ein.

Bei dem neuen Versuche wurde ein 20 m langer, 1 mm dicker Kupferdraht mit 2 mm dicker Gummiisolation mit einem Grissonkondensator von 169 cm Kapazität verbunden und dessen Belegung auf Zinkboden geerdet. Es wurde nun die Kapazität des 1 m über dem Boden gespannten Drahtes gemessen, wobei dieser nach und nach um je 2 m verkürzt wurde. Nach Entfernung der Drahtisolation wurde die Messung wiederholt. Nach Fig. 27 lassen sich durch die Meßpunkte zwei Gerade legen, die bei 169 cm die Ordinatenachse schneiden. Der isolierte Draht ergab eine Kapazität von 7,05 cm, der nackte Draht

eine solche von 5,85 cm. Die Kapazität des isolierten Drahtes war demnach um 20,5 v. H. größer.

Auch eine Nebelumhüllung steigert die Kapazität des Drahtes. In einer Waschküche wurde nach dem gleichen Verfahren ein 10 m langer Draht von 0,8 mm Dicke mit einem Grissonkondensator verbunden und letzterer an einem Wasserrohr geerdet. Drei Versuchsreihen zeigten (Fig. 28) folgende Ergebnisse. Vorerst wurde die Kapazität in dem ungeänderten Raum nach jedesmaliger Abtrennung von 2 m gemessen. Die Aufnahmspunkte sind durch Kreuze bezeichnet. Es ergab sich hierbei C_f einschließlich Erde zu 101,5 cm und C_d für

Fig. 27. Fig. 28.



das Meter zu 6,6 cm. Hierauf wurde der mit Ziegelsteinen belegte Boden unter Wasser gesetzt und die Messung in gleicher Weise wiederholt. Das Ergebnis blieb das gleiche und sind die Aufnahmspunkte durch Kreise bezeichnet. Zum Schlusse wurde der ganze Raum mit dichtem Dampfe erfüllt. Die erneuten Messungen (Punkte) zeigten, daß die Drahtkapazität auf 7,9 cm für das Meter oder um 6,9 v. H. gestiegen war. Auch die Flaschenkapazität war und zwar um 9 v. H. vergrößert, was sich durch reichlichen Niederschlag von kondensiertem Wasser auf den äußeren Umhüllungen erklären ließ.

Das Ergebnis ist ausreichend, um den Einfluß des Wasserdampfes auf die Drahtkapazität außer allen Zweifel zu stellen. Die Ursache der Zunahme der Kapazität dürfte in diesem Falle weniger in der geringen

Zunahme der Dielektrizitätskonstanten des umgebenden Raumes zuzuschreiben gewesen sein, als der dünnen Flüssigkeitsschicht, welche sich auf dem Drahte niedergeschlagen hat. Bei der großen Dielektrizitätskonstante des Wassers ist, gegenüber den Versuchen mit der Gummiisolation, die starke Kapazitätszunahme trotz der dünnen Flüssigkeitsschicht leicht zu erklären.

Es muß demnach an ausgeführten Anlagen bei feuchter Witterung mittels des Multiplikationsstabes eine Aenderung der Wellenlänge wahrnehmbar sein.

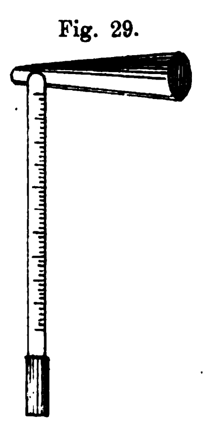
Nach diesen Versuchen ergibt sich, daß die Eichung der Multiplikationsstäbe an einfachen ausgespannten Drähten mit Fehlern behaftet ist, wogegen sich die Drudesche Methode der Eichung an Doppeldrähten als einwandfrei erweist, und dadurch der Wert der Multiplikationsstäbe auch für wissenschaftliche Messungen erheblich an Bedeutung gewonnen hat. Gelingt es, die Stäbe vollkommen gleichmäßig zu wickeln, so wird die von Gehrcke mit 1 v. H. festgestellte Genauigkeit der Messung erheblich zunehmen und können dann diese Stäbe selbst als Eichnormale dienen, da sich bisher an den im Gebrauche befindlichen Stäben dieser Art eine Aenderung nicht wahrnehmen ließ.

Eine Störung der Messungen durch den Körper des Beobachters ist ausgeschlossen, wenn der Stab immer in gleicher Weise gehandhabt wird. Er wird bei elektrischer Erregung am besten mit der linken Hand etwa 45° gegen den Körper gehalten und der Gleitstab unter tunlichster Fernhaltung des Ellbogens mit der rechten Hand den Stab entlang geführt. Man hat sich hierbei in solcher Entfernung von dem Schwingungsleiter aufzustellen, daß das Sprühen der Stabspitze gerade noch deutlich zu erkennen ist, wodurch auch die von Gehrcke beobachtete Bräunung des Bariumplatinzyanurs kaum eintreten kann. Die elektrische Erregung des Stabes ist viel bequemer als die magnetische und zwar am besten in der Nähe eingeschalteter Flaschen, die aber mit der äußeren Belegung nicht geerdet sein dürfen. Ist eine Spannungsstelle des schwingenden Systems nicht zugänglich, so kann man den Stab auch, wie Drude gezeigt hat, induktiv oder magnetisch erregen. Der Stab ist dabei so zu halten, daß der Gleitdraht mit dem Schwingungsleiter in gleicher Höhe liegt. Hierbei kann man an den Schwingungsleiter viel näher herangehen, ja ihn sogar unmittelbar berühren, weil die Kapazitätsbelastung im Spannungsknoten des Multiplikationsstabes erfolgt, und daher auf die Resonanz nur einen verschwindenden Einfluß ausübt. (S. a. III. 2.) Um die Messungen bei hellem Tage ausführen zu können, wird (Fig. 29) über die Stabspitze

eine konische Röhre aus steifem schwarzem Papier gestülpt, die mit einer kreisrunden seitlichen Oeffnung zur Einführung des Stabes versehen ist. Das Ueberstülpen einer solchen Röhre ist ohne Einfluß auf das Meßergebnis und können dadurch Messungen selbst bei hellstem Sonnenschein vorgenommen werden. Es ist sogar an mit ganz geringer Energie erregten Demonstrationsapparaten eine Wellenmessung mit voller Genauigkeit möglich.

Der Einfluß der induktiven und Kapazitätsstörungen ist nun auch für die Vorausberechnung von Senderanlagen von Bedeutung. Die hochgeführten Drähte dieser Anlagen sind eigentlich niemals frei von induktiven oder Kapazitätsstörungen. Insbesondere bei Schiffsanlagen befinden sich die Maste, Drahtseile und Wanten im Bereiche der Sendedrähte und veranlassen Aenderungen der Elektrizitätsgeschwindigkeit an diesen, und stimmt daher die wahre Viertelwellenlänge eigentlich niemals mit der an der Schiffswand geerdeten Drahtlänge überein. Unter gewissen Umständen können sich diese Störungen ganz oder teilweise aufheben, da die induktiven Beeinflussungen auf Vergrößerung, die Kapazitätswirkungen aber auf Verminderung der Geschwindigkeit hinwirken. Es überwiegt jedoch zumeist der Einfluß auf die Kapazität.

Fig. 29.



Bei den zur Verminderung der Dämpfung mit Kapazitätskreisen gekoppelten Senderformen macht sich die Verschiedenheit der Geschwindigkeiten im eigentlichen Sendegebilde und im geschlossenen Schwingungskreis, bei welch letzterem immer die Lichtgeschwindigkeit angenommen werden darf, für die Rechnung in störender Weise geltend. Dieses Hindernis für die genaue Rechnung läßt sich jedoch durch ein einfaches Mittel beseitigen. In III. 2. wurde gezeigt, wie sich ein geradeliniger Schwingungsleiter von der Länge l_0, der einem Schwingungssysteme angehängt ist, durch eine statische Kapazität ersetzen läßt, deren Größe sich aus

$$C_{d'} = \frac{\operatorname{tg} x}{x} \cdot C_d$$

berechnen läßt und worin C_d die gemessene Drahtkapazität und

$$x = \frac{2\pi l_0}{\lambda}$$

bedeutet. Diese Beziehung gilt nur unter der Annahme, daß die Elektrizitätsgeschwindigkeit der Lichtgeschwindigkeit gleich ist. Man

kann nun diese Formel umgekehrt dazu benützen, um eine Drahtlänge l, an welcher die Elektrizitätsgeschwindigkeit einen anderen Wert hat, durch eine ideelle Drahtlänge l_0 zu ersetzen, für welche die Lichtgeschwindigkeit gilt. Diese Ersatzlänge läßt sich durch einen leicht anzustellenden Versuch ermitteln. Es sei $AB = l$ (Fig. 30) die durch äußere Einflüsse gestörte Drahtlänge. Verbindet man mit A eine beliebige Drahtschleife l' und erregt man den Gesamtdraht durch eine geerdete Funkenstrecke bei C und mißt nun die Wellenlänge mit dem Multiplikationsstabe, am besten induktiv in der Weise, daß man ihn in die Schleife $A l' C$ steckt, so daß der Gleitdraht in die Schleifenebene fällt, und bezeichnet man den noch unbekannten Selbstinduktionskoeffizienten der Schleife mit L', so ist

Fig. 30.

$$\lambda = 2\pi \sqrt{L' C_{d'}},$$

worin $C_{d'}$ die gesuchte Ersatzkapazität des Drahtes ist. Der Koeffizient L' wird bestimmt, indem man den Draht l bei A löst, zwischen A und C drei bis vier bekannte Flaschenkapazitäten schaltet und die entsprechenden Wellenlängen mißt. Aus diesen Messungen läßt sich L' mit großer Genauigkeit ableiten. Setzt man den aus obiger Gleichung berechneten Wert

$$C_{d'} = \frac{\operatorname{tg} . \frac{2\pi l_0}{\lambda}}{\frac{2\pi l_0}{\lambda}} . C_d$$

und bestimmt C_d durch unmittelbare Kapazitätsmessung, so findet sich hieraus die Ersatzlänge l_0, für welche die Lichtgeschwindigkeit gilt. Die Rechnung vollzieht sich am besten und schnellsten unter Benützung einer Kurventafel $y = \frac{\operatorname{tg} x}{x}$.

Das gleiche Verfahren läßt sich nun auch bei zusammengesetzten Sendegebilden, wie Harfen, Fächern und anderen mehrfachen, auch mit Flächenkapazitäten belasteten Sendern durchführen. Man kann diese zum Zwecke der Berechnung auch durch eine einfache ideelle Drahtlänge ersetzen, an welcher Lichtgeschwindigkeit herrscht. Die praktische Anwendung des Verfahrens soll an einigen Zahlenbeispielen erläutert werden.

1. Ein Hochspannungskabel mit 1 mm dicker Kupferseele mit 2 mm dicker Gummiisolation, 1½ m unter der Decke an Porzellan-

isolatoren aufgehängt, ergab, als einfacher Marconisender erregt, mit dem Multiplikationsstabe gemessen, eine von der Kabellänge ($l = 57$ m) um 7 v. H. abweichende räumliche Wellenlänge

$$\frac{\lambda_0}{4} = 61 \text{ m.}$$

Die mit Telephonbrücke gemessene Kapazität des Kabels betrug 454 cm oder im Mittel 8 cm für das Meter. Als Erde diente ein Zinkboden. Wurde das von der Isolation entkleidete Ende des Kabels in einer Länge von 140 cm zu einer Schlinge gebogen, so wurde die Wellenlänge $\frac{\lambda}{4} = 60{,}4$ m, weil die Selbstinduktion der Schleife etwas geringer ist als die des gestreckten Drahtes. Zur Bestimmung des Selbstinduktionskoeffizienten der Schlinge wurde sie vom Kabel abgeschnitten und mit Kondensatoren von 3000 bis 11000 cm Kapazität im geschlossenen Kreise ohne Aenderung der Lage in Form der Schlinge erregt. Die gemessenen Werte der Wellenlänge wurden als Funktion von $\sqrt{C_f}$ aufgetragen und aus einer durch den Anfangspunkt gezogenen Geraden, welche etwaige Meßfehler der Kapazität ausgleicht, die richtigen Werte entnommen.

Es ergab sich

$$L' = 1390 \text{ cm.}$$

Aus

$$\frac{\lambda_0}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{C_{d'} L'} = 60{,}4$$

folgt

$$C_{d'} = 10\,650 \text{ cm,}$$

als Ersatzkapazität der Kabellänge von $57 - 1{,}4 = 55{,}6$ m. Dieser entspricht eine statische Kapazität von $C_d = 444$ cm. Mithin ist

$$\frac{C_{d'}}{C_d} = \frac{\operatorname{tg} x_0}{x_0} = 24.$$

Die Kurventafel lieferte

$$x_0 = 1{,}544$$

und aus

$$x_0 = \frac{2\pi l_0}{\lambda_0}$$

folgt

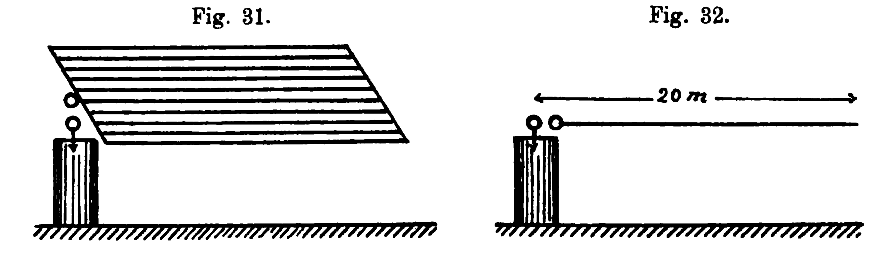
$$l_0 = 59{,}4 \text{ m,}$$

d. h. eine ideelle Drahtlänge, welche gleichfalls um 7 v. H. größer ist als die angehängte Kabellänge von 55,6 m. Es läßt sich demnach

die Ersatzlänge eines Sendeleiters, welcher an einen geschlossenen Erregerkreis angehängt ist, mit ausreichender Genauigkeit auch dadurch ermitteln, daß man den angehängten Leiter unmittelbar als Marconisender erregt und seine wahre Wellenlänge durch Messung ermittelt. Die zweite Methode ist jedoch vorzuziehen, da die Wellenmessung mit induktiver Erregung des Multiplikationsstabes vorgenommen werden muß und die Einführung des Stabes in eine Schleife hierbei besonders sichere Messungen ermöglicht. Es folgt hieraus, daß die Elektrizitätsgeschwindigkeit an dem erwähnten Hochspannungskabel um 7 v. H. geringer war, wie die Lichtgeschwindigkeit.

2. Eine Harfe (Fig. 31) von 10 m Länge mit 10 Drähten von 0,8 mm Dicke im Abstande von 10 cm wurde 1 m über dem Zinkboden gespannt und durch eine an einem breiten Zinkzylinder auf den

Fig. 31. Fig. 32.



Zinkboden geerdete Funkenstrecke erregt und nahm hierbei eine Schwingung von einer räumlichen Viertelwellenlänge $\frac{\lambda}{4} = 13,4$ m an. Es ist sonach die Elektrizitätsgeschwindigkeit an einer solchen Harfe um 34 v. H. kleiner als die Lichtgeschwindigkeit.

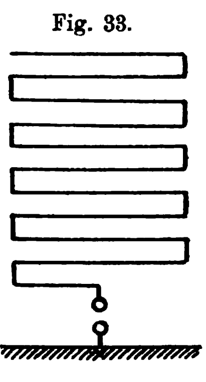
3. Ein 20 m langer einfacher Draht von 0,8 mm Dicke (Fig. 32) zeigt dagegen unter den gleichen Umständen am Multiplikationsstabe eine räumliche Viertelwelle von 20 m.

4. Ein 12 m langer, nicht geerdeter Draht, in der Mitte durch eine Funkenstrecke erregt, zeigt genau 6 m als räumliche Viertelwellenlänge. Elektrizitätsgeschwindigkeit und Lichtgeschwindigkeit stimmen sonach bei 1 m über dem Zinkboden überein, die induktiven und Kapazitätsstörungen gleichen sich daher aus. Dieser Versuch wurde bereits früher unternommen (I. 3.). Die dortselbst angegebene Wellenlänge wurde mit einem Multiplikationsstabe früherer Eichung, die um 6 v. H. kleinere Werte ergibt, gemessen. Die angestellte Rechnung, welche damals mit der Messung übereinstimmte, kann also nicht richtig sein und ist daher der Ersatz der induktiven Wirkung des Zinkbodens, durch jene eines Paralleldrahtes, wie dort angenommen

wurde, nicht zulässig. Zutreffendere Werte wären erhalten worden, wenn die Eichdrähte statt im Freien über dem Zinkboden ausgespannt worden wären.

5. Ein im Zickzack geführter Draht (Fig. 33) von 95 m Länge zeigte bei Erregung durch eine geerdete Funkenstrecke, am Multiplikationsstabe eine räumliche Viertelwellenlänge von nur 17 m. Würde angenommen, daß die elektrische Welle ausschließlich am Drahte fortschreitet, so wäre die Elektrizitätsgeschwindigkeit nahezu 5,5mal größer als die Lichtgeschwindigkeit. Es ist jedoch eher anzunehmen, daß die Welle zwischen den Paralleldrähten fortschreitet. Für jeden Fall läßt sich durch die Zickzackführung eines Drahtes sowohl seine Kapazität wie auch seine Selbstinduktion in weitgehendem Maße verringern.

Fig. 33.



Bei allen diesen Messungen wurden nach dem Drudeschen Verfahren geeichte Multiplikationsstäbe benützt. Bei den früheren Messungen, für welche an geraden Drähten geeichte Stäbe verwendet wurden, sind die Werte durchschnittlich um 6 v. H. zu vergrößern. Bei vergleichenden Untersuchungen wird die Richtigkeit der Ergebnisse davon nicht beeinträchtigt.

III. 4. Indirekt erregte Sender mit verminderter Dämpfung. Bei dem in II. 2. behandelten indirekt erregten Kondensatorsender wird die Dämpfung gleichfalls vermindert, wenn man den Strom in der Funkenstrecke verstärkt und kann der zur indirekten Sendererregung benützte Kondensator durch Erdung von dessen oberem Belage zur Ausbildung des Zusatzstromes herangezogen werden (Fig. 34).

Diese Schaltung stimmt mit der Abbildung (Fig. 35), die den folgenden Betrachtungen zu Grunde gelegt wird, überein. Diese zeigt gegenüber dem direkt erregten Sender (Fig. 36) nur eine andere Lage der Funkenstrecke.

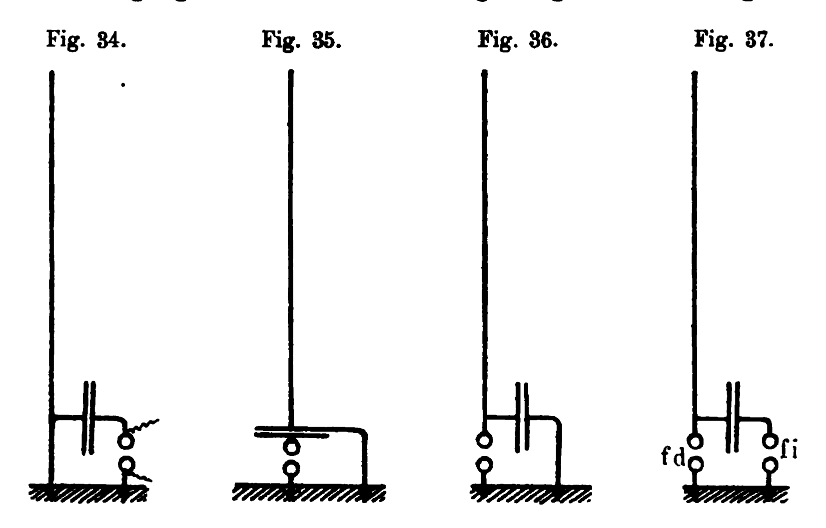
Legt man in beide Erdverbindungen (Fig. 37) je eine Funkenstrecke f_d und f_i ein, läßt aber abwechselnd nur eine wirken, indem man die andere während dieser Zeit kurz schließt, so ergeben die Messungen für beide Fälle gleiche Wellenlängen, was auch leicht erklärlich ist, da die Funkenstrecke während der Schwingungen eine leitende Verbindung herstellt und den Kondensatorkreis schließt.

Es zeigt sich jedoch bei beiden Erregungsarten ein bemerkenswerter Unterschied bezüglich der Energieaufnahme. In Fig. 35 ladet die mit den Funkenkugeln verbundene Hochspannungsquelle nur den

Kondensator. In der Fig. 36 wird aber auch die Kapazität des Luftdrahtes geladen und bedingt dies einen erheblichen Unterschied in den Fernwirkungen.

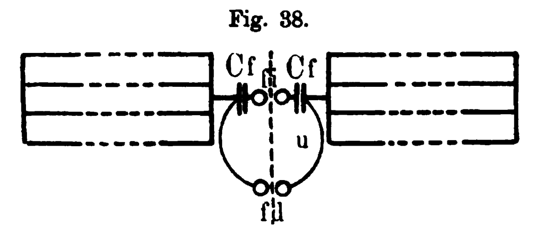
Es läßt sich nun aus dem Unterschiede der Energieaufnahme bei beiden Erregungsarten auch die Ladungsenergie eines Sendegebildes

Fig. 34. Fig. 35. Fig. 36. Fig. 37.



ableiten. Um dies durchzuführen, wurden (Fig. 38) zwei Harfen mit je vier Paralleldrähten in 0,5 m Abstand und von je 8 m Länge zu einem Hertzschen Sender mit gekoppeltem Kapazitätskreis angeordnet. Dieser Kreis bestand aus zwei gleichen Kondensatoren C_f und einer veränderlichen Drahtlänge u. Die beiden unter sich ganz gleichen

Fig. 38.



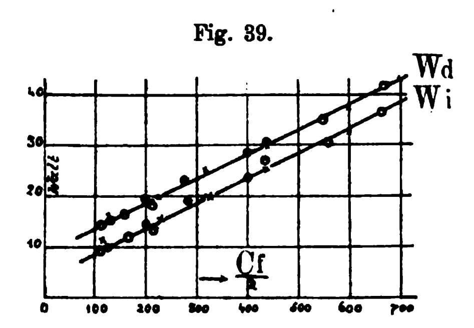
Funkenstrecken f_i und f_d wurden unter Kurzschluß des nicht verwendeten, abwechselnd mit dem gleichen Transformator verbunden und die primäre Energieaufnahme jedesmal mit einem Wattmeter gemessen.

Die für verschiedene Kapazitäten $\frac{C_f}{2}$ gemessenen Werte erscheinen in Fig. 39 sowohl für die direkte als auch indirekte Erregung aufgetragen und zeigt sich aus den beiden Linien ein gleichbleibender

Unterschied von 5 Watt zwischen der direkten und indirekten Erregung, welcher der Ladungsenergie der Harfe entspricht.

Die Kapazität der beiden Harfen gegeneinander wurde unter Annahme eines Entelektrisierungsfaktors $\alpha = 0,75$ mit 83 cm berechnet.

Fig. 39.



Die Funkenkugeln hatten 1 cm Durchmesser und der Abstand betrug gleichfalls 1 cm, so daß nach Heydweiller[1]) das Entladungspotentiale 27000 Volt beträgt. Die Ladezeit τ für beispielsweise $\frac{C_f}{2} = 500$ ermittelt sich aus

$$\frac{27000^2 . \, 500}{2 \, . \, 9 \, . \, 10^{11}} = 28 \, \tau,$$

sohin beträgt $\tau = 7,23 \times 10^{-8}$ Sek.

Der verwendete Turbinenunterbrecher mit drei Segmenten machte 22 Umdrehungen in der Sekunde, es betrug also die Zeit zwischen zwei einander folgenden Unterbrechungen $\frac{1}{66} = 15 \, . \, 10^{-3}$ Sek. Der Turbinenunterbrecher hätte die verlangte Endspannung sonach auch mit 6 Segmenten ergeben.

Die Beobachtung bei den verschiedenen Versuchen ergab ferner, daß jeder Unterbrechung des Primärstromes nur eine Ladung des Schwingungssystemes entsprach, sonach zwischen Lade- und Unterbrechungsfrequenz vollkommene Gleichheit herrschte.

Es wurde (II. 2.) bereits darauf hingewiesen, daß bei allen zur Dämpfungsverminderung mit einem Kapazitätskreise gekoppelten Sendern außer der berechneten Welle λ_1 noch eine zweite kleinere λ_2 auftritt, welche bei der indirekten Erregung (Fig. 35) stärker in Erscheinung tritt, als bei der direkten Erregung (Fig. 36). Diese praktisch wichtige Frage wird für beide Erregungsarten gemeinschaftlich, und

[1]) Ann. d. Ph. Bd. 48, S. 235.

zwar zunächst nur in Bezug auf die Berechnung der Wellenlängen, behandelt.

A D B (Fig. 40) sei ein geschlossener geerdeter Kreis mit der Selbstinduktion $AD = L_n$ und der beliebigen Kapazität C_f, deren Erdverbindung vorläufig als induktionslos vorausgesetzt wird. An D ist ein geradliniger Draht von der Länge l und der statischen Kapazität C_d angeschlossen, längs welchem die Elektrizitätsgeschwindigkeit mit der Lichtgeschwindigkeit übereinstimmen soll. Zahlreiche Versuche haben nun erwiesen, daß ein solches System genau so schwingt, als ob der geschlossene Kreis bei D mit einer zusätzlichen Kapazität belastet sei.

Fig. 40.

Diese Belastung besteht aus einer Drahtkapazität, die nach III. 2. für die Schwingung von der Wellenlänge λ_1 durch eine ideelle Kapazität von der Größe

$$C_{d'} = \frac{\operatorname{tg} . x_1}{x_1} . C_d$$

ersetzt werden kann und worin

$$x_1 = \frac{2\pi l}{\lambda_1}.$$

Die Wellenlänge der Schwingung ist sonach

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 &= 2\pi \sqrt{L_n (C_f + C_{d'})} \\ \lambda_1 &= 2\pi \sqrt{L_n \left(C_f + \frac{\operatorname{tg} x_1}{x_1} . C_d\right)} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Diese transzendente Gleichung löst sich am besten durch ein Näherungsverfahren unter Zuhilfenahme der Kurve $y = \frac{\operatorname{tg} x}{x}$. C_f, C_d und L_n sind als bekannt vorausgesetzt. C_f und C_d werden am besten mit der Telephonbrücke gemessen und L_n auf mittelbarem Wege bestimmt, indem man den Sendedraht bei D löst und die Wellenlänge λ_k des geschlossenen Kreises unter Einschaltung verschiedener bekannter Flaschenkapazitäten C_f mißt. L_n folgt sodann aus der Beziehung

$$\lambda_k = 2\pi \sqrt{L_n . C_f}.$$

Zum Ausgleiche etwaiger Meßfehler trägt man λ_k als $f(\sqrt{C_f})$ auf und zieht durch den Anfangspunkt eine die meisten Meßpunkte aufnehmende Gerade.

Man nimmt sodann zwei Tastwerte von λ_1 und zwar $\lambda_1' < \lambda_1 < \lambda_1''$, berechnet x_1' und x_1'' und greift aus der Kurventafel die zugehörigen Werte $\frac{\operatorname{tg} x_1'}{x_1'}$ und $\frac{\operatorname{tg} x_1''}{x_1''}$ heraus. Die sodann nach Gl. (1) berechneten Wellenlängen werden als Ordinaten, die Tastwerte als Abszissen aufgetragen und liefern zwei Punkte, die sich beliebig nahe einander halten lassen und deren Verbindung sich mit einer unter 45° durch den Anfangspunkt gezogenen Geraden im wahren Werte von λ_1 schneidet.

Ist die Lichtgeschwindigkeit im Sendedraht nicht vorauszusetzen, so bestimmt man die ideelle Ersatzlänge l_0 nach dem in 3. gegebenen Verfahren.

Der gekoppelte Sender hat wie jedes schwingende System eine Reihe von Oberschwingungen. Die Stärke der Obertöne kommt aber bei dem einfachen Marconisender gegenüber der kräftigen Grundschwingung überhaupt nicht in Betracht. Bei dem gekoppelten Sender hingegen kann unter gewissen Umständen die Oberwelle die Grundwelle an Fernwirkung übertreffen.

Zur Berechnung der Oberwelle wird die allgemein abgeleitete Gleichung

$$\lambda = 2\pi \sqrt{L_n \left(C_f + \frac{\operatorname{tg} x}{x} C_d\right)},$$

worin $x = \frac{2\pi l}{\lambda}$ herangezogen.

Der Winkel x kann in verschiedenen Quadranten liegen und ergibt sich hieraus eine Reihe von Werten für λ, die alle der Gleichung Genüge leisten. Die vorher berechnete Welle λ_1 entspricht dem ersten, die Oberwelle λ_2 dem zweiten Quadranten. Diese allgemeine mathematische Auslegung der Gleichung führt aber zu falschen Ergebnissen, da die physikalischen Bedingungen für die Grundwelle andere sind, als für die Oberwelle. Bei der ersten schwingt das geerdete System in einer Viertelwelle, bei der letzteren hingegen in drei Viertelwellen, bezw. bei einem nicht geerdeten Systeme in einer halben Welle. Dies bedingt einen bemerkenswerten Unterschied in der Größe der Drahtkapazität. Geht man von der Erfahrungstatsache aus, daß ein geerdeter Draht AB (Fig. 41) von der Länge l in der Grundwelle $\frac{\lambda_1}{4} = l$ und in der ersten Oberwelle $\frac{\lambda_2}{4} = \frac{l}{3}$ schwingt, so läßt sich die Grundwelle nach dem in I. 2. angegebenen Verfahren berechnen. Bezeichnet C_d die statische

Kapazität des Drahtes l, so ist für die Schwingungen die auf die Spitze bezogene Kapazität

$$C_{d'} = \frac{2}{\pi} C_d = \frac{2}{\pi} \frac{l}{2 \ln \frac{l}{r}} = \frac{2}{\pi} l c$$

zu rechnen, worin

$$c = \frac{1}{2 \ln \frac{l}{r}}$$

die Kapazität für die Längeneinheit bezeichnet. Der Selbstinduktionskoeffizient für den Schwingungsstrom ist

$$L' = \frac{2}{\pi} \cdot 2l \cdot \ln \frac{l}{r}.$$

Fig. 41.

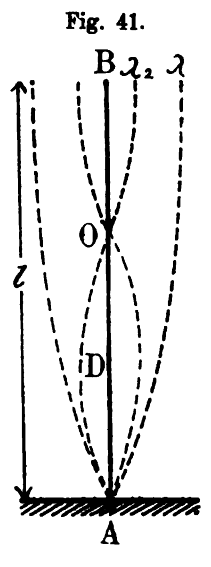
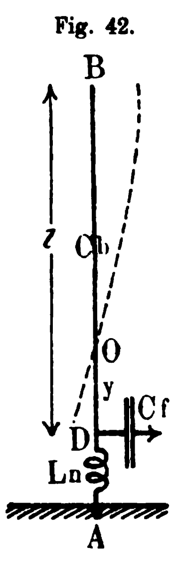


Fig. 42.



Es läßt sich nun, da der Draht im Knotenpunkt der Spannung geerdet ist, die Schwingung als die eines geschlossenen Kreises mit dem Selbstinduktionskoeffizienten L' und der eingeschalteten Kapazität $C_{d'}$ auffassen. Man erhält dann in Uebereinstimmung mit der Erfahrung aus der Thomsonschen Gleichung

$$\frac{\lambda_1}{4} = 2\pi \sqrt{L' C_{d'}} = l.$$

Es ist bei dieser Schwingung gegen Erde jede Längeneinheit des Drahtes mit ihrer vollen Kapazität c beteiligt.

Bei der Oberschwingung nimmt der Draht D O B $= \frac{2}{3} l$ eine halbe Wellenlänge auf. Der Selbstinduktionskoeffizient der Schwingungsbahn ist

$$L' = \frac{2}{\pi} \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} l \cdot \ln \frac{l}{r}.$$

Ist die zu berechnende Kapazität $C_{d''}$, so wird

$$\frac{\lambda_2}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{8}{3\pi} l \cdot \ln \frac{l}{r} \cdot C_{d''}} = \frac{l}{3},$$

hieraus folgt

$$C_{d''} = \frac{2}{\pi} \frac{l}{3} \cdot \frac{1}{4 \ln \frac{l}{r}} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{l}{3} \cdot \frac{c}{2},$$

d. h. die Drahtkapazität ist bei dieser Schwingung pro Längeneinheit der Viertelwelle nur mit dem halben Wert beteiligt. Dieser Unterschied, auf welchen bereits Poincarré[1]) aufmerksam gemacht hat, läßt sich auch so deuten, daß bei den Schwingungen eines Drahtes in der halben Welle, die Kapazitäten der beiden Drahthälften durch den Luftraum hintereinander geschaltet sind.

Es sei nun der Kondensator (Fig. 42) unmittelbar, d. h. ohne jede Drahtverbindung geerdet. Die Oberwelle hat auf dem Sendeleiter l bei O einen Knotenpunkt: O B schwingt in einer Viertelwelle und die verbleibende Länge O D nimmt mit L_n und C_f eine halbe Wellenlänge auf.

L_n schwingt mit einem Teile der Kapazität C_f belastet, die mit $C_{f'}$ bezeichnet werden soll, in einer Viertelwelle, für welche unter Vernachlässigung der geringen Kapazität von L_n die Beziehung gilt:

$$\lambda_2 = 2\pi \sqrt{L_n \, C_{f'}}.$$

In der gleichen Viertelwellenlänge schwingt der Leiter D O $= y$, welcher gleichfalls mit einem Teil, $C_{f''}$, der Kapazität von C_f belastet ist. Diese Kapazität berechnet sich nach I. 7. aus:

$$\frac{c_1 y}{C_{f''}} = \frac{2\pi y}{\lambda_2} \operatorname{tg} \frac{2\pi y}{\lambda_2},$$

worin c_1 die Drahtkapazität der Längeneinheit bedeutet. Nun ist

$$y = l - \frac{\lambda_2}{4}$$

[1]) Poincarré, Elektrizität und Optik Bd. 2, S. 125.

und

$$\operatorname{tg}\frac{2\pi y}{\lambda_2} = \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi l}{\lambda_2} - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\operatorname{tg}\cdot\frac{2\pi l}{\lambda_2}},$$

mithin wird durch Multiplikation der obigen Gleichung mit $\frac{l}{y}$

$$\frac{c_1 l}{C_{f''}} = -\frac{2\pi l}{\lambda_2}\cdot\frac{1}{\operatorname{tg}\frac{2\pi l}{\lambda_2}}$$

oder

$$C_{f''} = -\frac{\operatorname{tg}\frac{2\pi l}{\lambda_2}}{\frac{2\pi l}{\lambda_2}}\cdot c_1 l.$$

c_1 ist nun nach dem Vorhergehenden, da der Sendedraht mit $C_{f''}$ in einer halben Wellenlänge schwingt, gleich $\frac{c}{2}$ und $c_1 l = \frac{C_d}{2}$. E wird daher

$$C_{f''} = -\frac{\operatorname{tg} x_2}{x_2}\,\frac{C_d}{2},$$

worin

$$x_2 = \frac{2\pi l}{\lambda_2}.$$

$C_{f'}$ mehr $C_{f''}$ müssen der gesamten Kondensatorkapazität gleich sein

$$C_{f'} + C_{f''} = C_f$$

oder

$$C_{f'} = C_f + \frac{\operatorname{tg} x_2}{x_2}\cdot\frac{C_d}{2}$$

und geht die Gleichung über in:

$$\lambda_2 = 2\pi\sqrt{L_u\left(C_f + \frac{\operatorname{tg} x_2}{x_2}\cdot\frac{C_d}{2}\right)}, \quad \ldots \quad (2)$$

$$x_2 = \frac{2\pi l}{\lambda_2}.$$

Man erhält sonach zur Berechnung der Oberwelle eine Gleichung wie unter (1) nur mit dem Unterschiede, daß die Drahtkapazität mit dem halben Werte einsetzt und der Winkel x_2 im zweiten Quadranten zu suchen ist; da $l > \frac{\lambda_2}{4}$ wird $\frac{\operatorname{tg} x_2}{x_2}$ immer negativ.

Zur Prüfung dieser Theorie wurden an dem unter Beispiel 1 erwähnten Hochspannungskabel Messungen vorgenommen. Dieses Kabel wurde, wie Fig. 43 zeigt, mit einem Kapazitätskreise gekoppelt, dessen Kondensator ohne jede Drahtverbindung auf Zinkboden geerdet war. Es kamen ausschließlich Grissonkondensatoren zur Verwendung, deren Reduktionsfaktor durch besondere Versuche (s. II. 1.) abgeleitet wurde. Die Messungsergebnisse stimmten mit der Rechnung, wie sich aus den vorgeführten Tabellen ergibt, nahezu vollkommen überein, indem die Abweichungen der Messung im Mittel unter 1 v. H. blieben. Die Rechnung erfolgte unter der Annahme, daß eine etwaige Selbstinduktion in dem unmittelbaren Erdungsdrahte des Kondensators vernachlässigt werden kann, was auch bei der vorerwähnten Schaltung mit Sicherheit anzunehmen war. Es läßt sich jedoch der Regulierung wegen eine kleine Selbstinduktion L_e in diesem Teile des Kondensatorkreises (Fig. 44) nicht immer vermeiden. Der Einfluß dieser Selbstinduktion ist ein wesentlicher und wird hierdurch nicht nur die Wellenlänge, sondern auch die Fernwirkung des Senders beeinflußt.

Fig. 43.

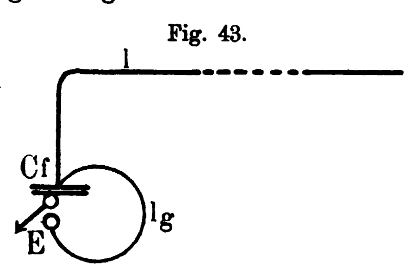
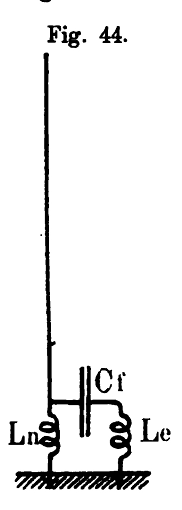


Fig. 44.



Die Wellenlängen sind hier zwar ebenfalls von der Lage der Funkenstrecke unabhängig und besteht sohin in dieser Beziehung kein Unterschied zwischen der direkten und indirekten Erregung, doch muß hier die Rechnung einen anderen Weg einschlagen.

Hat die Selbstinduktion L_e einen meßbaren Wert, so ist der in III. 2. gegebene Ansatz

$$\lambda_1 = 2\pi \sqrt{(L_n + L_e)(C_f + C_{d'})}$$

wie Versuche zeigten, unrichtig und stimmt nur für den Sonderfall $L_e = 0$.

Ein solches Schwingungssystem läßt sich wie in Fig. 45 darstellen. Die Selbstinduktion L_e ist mit C_f in Reihe, dagegen sind $C_{d'}$ und L_n anschließend parallel geschaltet und bei A wieder geerdet. Die Verbindungslinien sind in diesem Schema als induktions- und kapazitätslos zu betrachten.

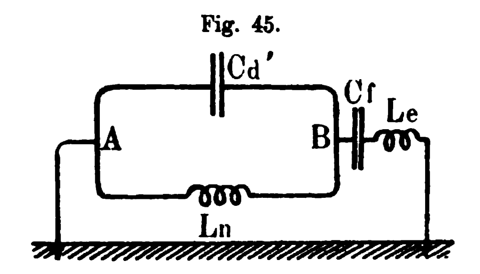
Die Verzweigung AB läßt sich durch eine noch unbekannte

Selbstinduktion L_z ersetzen, welche mit C_f und L_e in Reihenschaltung die richtige Periodenzeit liefert

$$T = 2\pi \sqrt{(L_e + L_z)\, C_f}.$$

L_z läßt sich nach folgender Ueberlegung berechnen: Bezeichnet E_z den Effektivwert des Potentialunterschiedes zwischen A B und

Fig. 45.



J den Effektivwert des in die Verzweigung eintretenden Stromes, so ist $\omega\, L_z$ der scheinbare Widerstand der Verzweigung und

$$E_z = \omega\, L_z \,.\, J.$$

Anderseits ist der scheinbare Widerstand des Kondensatorzweiges gleich $\frac{1}{\omega\, C_{d'}}$ und

$$E_z = \frac{1}{\omega\, C_{d'}} \,.\, J_2,$$

wenn J_2 der Effektivwert des Ladestromes ist. Ebenso wird

$$E_z = \omega\, L_n\, J_1,$$

wenn J_1 den Effektivwert des Teilstromes durch L_n bezeichnet. Es folgt

$$\frac{J_2}{J_1} = \omega^2\, C_{d'}\, L_n.$$

J_1 hat gegen E_z eine Phasenverschiebung $-\frac{\pi}{2}$, J_2 dagegen eine solche von $+\frac{\pi}{2}$. Die Phasenverschiebung der Ströme J_1 und J_2 ist sonach π und folgt, daß

$$J = J_1 - J_2,$$

$$J = \left(1 - \frac{J_2}{J_1}\right) J_1 = (1 - \omega^2\, C_{d'}\, L_n)\, J_1,$$

anderseits ist

$$J = \frac{E_z}{\omega\, L_z} = (1 - \omega^2\, C_{d'}\, L_n)\, \frac{E_z}{\omega\, L_n}$$

und folgt somit

$$L_z = \frac{L_n}{1 - \omega^2 C_{d'} L_n}$$

und

$$T = 2\pi \sqrt{\left(L_e + \frac{L_n}{1 - \omega^2 C_{d'} L_n}\right) C_f}.$$

Diese Gleichung muß, wenn richtig, für den Sonderfall $L_e = 0$ auf die Gl. (1) führen. Es ist dann

$$\frac{T}{2\pi} = \frac{1}{\omega} = \sqrt{\frac{L_n C_f}{1 - \omega^2 C_{d'} L_n}},$$

$$\omega^2 = \frac{1 - \omega^2 C_{d'} L_n}{L_n C_f},$$

$$\omega^2 L_n (C_f + C_{d'}) = 1,$$

$$\frac{1}{\omega} = \sqrt{L_n (C_f + C_{d'})} = \frac{T}{2\pi}$$

oder

$$T = 2\pi \sqrt{L_n (C_f + C_{d'})},$$

wenn die Kapazitäten in elektromagnetischen Einheiten oder

$$\lambda = 2\pi \sqrt{L_n (C_f + C_{d'})}$$

in Uebereinstimmung mit Gl. (1), wenn sie in elektrostatischen Einheiten genommen werden.

Die Gleichung läßt sich durch ein Näherungsverfahren unter Benutzung von Kurventafel und Rechenstab schnell lösen. Setzt man

$$1 - \omega^2 C_{d'} L_n = 1 - \frac{4\pi^2}{T^2 v^2} \frac{\dfrac{\operatorname{tg} 2\pi l_0}{\lambda}}{\dfrac{2\pi l_0}{\lambda}} \cdot v^2 C_d L_n,$$

so ist $T^2 v^2 = \lambda^2$ und $v^2 C_d$ die zu messende Kapazität des Sendegebildes in elektrostatischen Einheiten. Der Ausdruck geht über in

$$1 - x \operatorname{tg} x \frac{C_d L_n}{l_0^2},$$

worin

$$x = \frac{2\pi l_0}{\lambda}$$

und es wird, wenn man C_f auch in elektrostatischen Einheiten rechnet

$$\lambda_1 = 2\pi \sqrt{\left(L_e + \frac{L_n}{1 - x_1 \operatorname{tg} x_1 \frac{C_d\, L_n}{l_0^2}}\right) C_f} \quad . \quad (3)$$

$$x_1 = \frac{2\pi\, l_0}{\lambda_1}.$$

Die erste Oberwelle wird erhalten, wenn x im zweiten Quadranten gewählt und für C_d der halbe Wert gesetzt wird

$$\lambda_2 = 2\pi \sqrt{\left(L_e + \frac{L_n}{1 - x_2 \operatorname{tg} x_2 \frac{C_d\, L_n}{2\, l_0^2}}\right) C_f} \quad . \quad (4)$$

$$x_2 = \frac{2\pi\, l_0}{\lambda_2}.$$

Zum Zwecke der Prüfung der abgeleiteten Formel wurde das schon erwähnte Hochspannungskabel unter Einschaltung einer Selbstinduktion $L_e = 5230$ cm bezw. 2070 cm zwischen Kondensator und Erde (Fig. 46) erregt.

Fig. 46.

Auch hier betrugen die Unterschiede zwischen den gemessenen und den berechneten Wellenlängen niemals mehr als 2 v. H. und im Mittel weniger als 1 v. H. und erscheint sonach die Frage der genauen Berechnung von zwei Wellen eines gekoppelten Senders gelöst.

III. 5. Die Fernwirkung gekoppelter Sender. Zur Erzielung einer guten Fernwirkung galt bisher als bestes Mittel die Resonanz zwischen dem gekoppelten Kreise und dem angehängten Drahtgebilde und wurde zu diesem Zwecke das Sendegebilde vorerst für sich allein mit einer unmittelbar geerdeten Funkenstrecke erregt und die entstehende Wellenlänge gemessen. Sodann wurde ein Flaschenkreis, dessen Kapazität die Kapazität des Sendegebildes um ein Vielfaches überstieg, auf die gleiche Wellenlänge abgestimmt und nun die beiden Systeme mit einer geringen gemeinschaftlichen Selbstinduktion gekoppelt. Es wurde hierbei die Größe der Flaschenkapazität und der gemeinschaftlichen Selbstinduktion nicht theoretisch ermittelt, sondern entweder der Erfahrung entsprechend gewählt oder es wurde auf eine maximale Stromaufnahme des Senders hinzuwirken gesucht, oder auch durch Beobachtung der Wirkung am Empfänger geregelt.

Das gekoppelte System wurde hierbei, um die langsam schwingende Transformatorspannung vom Sendegebilde fernzuhalten, fast ausnahmslos indirekt erregt. Bei dieser Art der Kopplung müssen zwei Wellen verschiedener Frequenz entstehen und erfolgt die Abstimmung des Empfängers nur auf eine Welle und zwar zumeist auf die kürzere (siehe die F. d. T. III, S. 133).

Die Funkendämpfung wird hierbei umso geringer werden, je mehr beide Wellen aneinander rücken und wäre der theoretisch günstigste Fall die völlige Uebereinstimmung ihrer Frequenzen, was aber praktisch unausführbar ist, weil dabei die Kopplung im theoretischen Knotenpunkte erfolgen müßte. Man nähert sich jedoch diesem Fall, wenn man die Koppelung in der Funkenstrecke bewirken würde. Wenn die Dämpfung von der gemeinschaftlichen Selbstinduktion unabhängig wäre, würde diese Art der Kopplung die beste praktische Lösung darstellen. Es gehört nun, wie noch gezeigt wird, zu jedem Sender ein bestimmter Wert an gemeinschaftlicher Selbstinduktion, für welchen die Fernwirkung ein Maximum wird und ist daher bei jeder Kopplung mit einem solchen Wert zu rechnen.

Die Versuche haben nun in Uebereinstimmung ergeben, daß in diesem Falle die beiden Wellen erheblich auseinander rücken. Die Dämpfung in der Funkenstrecke wird nun unter diesen Umständen dann am günstigsten ausfallen, wenn der Unterschied der Wellenlängen am kleinsten ist. Läßt man die Frage der günstigsten gemeinschaftlichen Selbstinduktion einstweilen unerörtert, so sind bei einem beliebigen Werte L_n die beiden Wellen nach den Gleichungen zu berechnen.

$$\lambda_1 = 2\pi \sqrt{L_n\ (C_f + C_{d'})}\ , \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

$$\lambda_2 = 2\pi \sqrt{L_n\ (C_f - C_{d''})}\ , \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

worin $C_{d'}$ und $C_{d''}$ die Ersatzkapazitäten des Sendegebildes für die beiden Wellen bedeuten. Der Unterschied

$$\lambda_1 - \lambda_2 = 2\pi \sqrt{L_n\ (C_f + C_{d'})} - \sqrt{L_n\ (C_f - C_{d''})}$$

wird dann am kleinsten, wenn $C_{d'} = C_{d''}$. Dieser Fall kann als die angenäherte Resonanz der Wellen λ_1 und λ_2 bezeichnet werden. Zur Ermittlung der hierzu erforderlichen Kapazitätsbelastung C_f werden für eine Reihe von Kapazitäten in der Nähe des angenäherten Resonanzpunktes die Wellenlängen λ_1 und λ_2 mittels des Multiplikationsstabes gemessen und die Ersatzkapazitäten aus den (Gl. 1) und (2) berechnet. Trägt man nun die gefundenen Werte als Funktion der Flaschen-

kapazität auf, so nimmt $C_{d'}$ mit wachsendem C_f ab, $C_{d''}$ hingegen zu. Der dem mit großer Schärfe festzustellenden Schnittpunkte beider Kurven entsprechende Wert der Flaschenkapazität soll mit C_f^R bezeichnet werden.

Nach den Versuchen stimmt die Kreiswelle für die angenäherte Resonanz

$$\lambda_k^R = 2\pi \sqrt{L_n \,.\, C_f^R}$$

überein mit der Welle des ohne Flaschenkapazität erregten Marconisenders

$$\lambda_0 = 2\pi \sqrt{L_n \,.\, C_{d0}},$$

in welcher C_{d0} die Ersatzkapazität des an die Selbstinduktion L_n angeschlossenen Sendegebildes bezeichnet. Es ergibt sich sonach

$$\lambda_k^R = \lambda_0 \quad \text{und} \quad C_f^R = C_{d0}\text{[1]}).$$

Ueber die Bedeutung der angenäherten Resonanz konnten erst eingehende Untersuchungen Aufschluß geben. Das Studium dieser Frage an praktischen Telegraphenanlagen erwies sich als aussichtslos, weil für einen ziffermäßigen Vergleich der Fernwirkung weder das Mikrophon noch der Fritter ausreichend sind. Es mußte zur unmittelbaren Strommessung am Empfänger mit induktionslosen Präzisionsmeßgeräten gegriffen werden, was zwar eine starke Herabsetzung der Entfernungen bedingte, dafür aber den Vorteil hatte, daß unabhängig von den Witterungseinflüssen gearbeitet und jeder Versuch unter den genau gleichen Bedingungen beliebig oft wiederholt werden konnte. Es gelang hierbei, die Fehlerquellen zu erkennen und auszuscheiden. Die nachfolgend angeführten Messungen und die daraus gezogenen Schlüsse stützen sich auf zahlreiche, unter häufig geänderten Versuchsbedingungen gewonnene Ermittlungen.

---

[1]) Die hieraus folgende Beziehung zwischen den Wellen λ_1, λ_2 und λ_0 läßt sich, wie Seibt (s. S. 31) abgeleitet hat, auch durch die Gleichung

$$\lambda_0^2 = \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{2}$$

darstellen. M. Abraham findet dagegen folgende Beziehung

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2},$$

welche nur angenähert richtig ist, weil bei der theoretischen Ableitung von der nicht zutreffenden Annahme ausgegangen wurde

$$\frac{\lambda_0}{4} = l.$$

Als besonders wichtig sind zwei Fehlerquellen zu beachten. Vorerst war bei dem Studium die Fernwirkung beider Wellen zu trennen, was zu ermitteln möglich ist, wenn der Empfänger auf die betreffende Welle mit vollkommener Sicherheit abgestimmt wird. Diese Bedingung läßt sich erfüllen, indem eine geringe Abweichung von der Abstimmung den Verlauf der Kurve ändert, welche die Fernwirkung als Funktion einer veränderlichen Größe darstellt, weil sodann die Wirkungen der anderen Welle hinzutreten.

Eine zweite Fehlerquelle liegt in der Aenderung der Ladefrequenz. Es wurde bereits in III, 2 darauf hingewiesen, daß bei einer Unterbrechung des primären Gleichstromes für den Induktor oder während einer halben Periode der Primärschwingungen eines Transformators im allgemeinen mehrfache Ladungen der Kapazität erfolgen, deren Anzahl mit wachsender Kapazitätsbelastung abnimmt, bis schließlich jedesmal nur eine Entladung erfolgt. Bei jeder Entladung entsteht ein gedämpfter Wellenzug der schnellen Schwingungen. Bei der integrierenden Strommessung am Empfänger wird das Ergebnis aber nicht allein von der Dämpfung der schnellen Schwingungen, sondern auch von der Zahl der Wellenzüge, sohin auch von der Ladefrequenz beeinflußt. Bei Meßreihen mit verschiedenen Kapazitätsbelastungen und gleichbleibendem Funkenpotentiale ändert sich auch die Entladefrequenz und ist sohin ein Vergleich der Wirkungen auf den Empfänger aus den Ablesungen des Hitzdrahtinstrumentes nicht ohne weiteres zulässig. Es wurde in Berücksichtigung dieses Umstandes eine Einrichtung geschaffen, welche die jeweilige Ladefrequenz unmittelbar zu messen gestattete.

Zu diesem Zwecke wurde bei Gleichstrom auf der Turbinenwelle des Unterbrechers und bei Wechselstrom auf der Welle eines synchron laufenden Motors eine schwarze Scheibe befestigt, die einen dünnen weißen Strich vom Mittelpunkte bis zum Umfange trug und von dem grellen Lichte der Funkenstrecke bestrahlt wurde. Für jede Entladung macht sich auf der umlaufenden Scheibe ein leuchtender Strich bemerkbar. Erfolgen demnach für eine halbe Periode des Primärstromes mehrere Entladungen, so ergeben sich mehrere leuchtende Striche nebeneinander (Fig. 47). Bei einem Turbinenunterbrecher mit drei Segmenten entsteht das Bild (Fig. 48). Durch eine geringe Regelung des Primärstromes mittels eines eingeschalteten Widerstandes lassen sich die Striche deutlich voneinander abgrenzen und zählen. Die Ladefrequenz reagiert nun ungemein empfindlich auf Schwankungen der Betriebsspannung oder Aenderungen der Belastungskapazität, bezw.

der vom Abbrand der Elektroden abhängigen Funkenspannung und ist man daher auch mit den reglungsfähigsten Widerständen nicht immer in der Lage, für eine Versuchsreihe mit verschiedenen Belastungen stets die gleiche Ladefrequenz zu erhalten. Es muß demnach eine Reduktion der Ausschläge des Hitzdrahtinstruments am

Fig. 47.

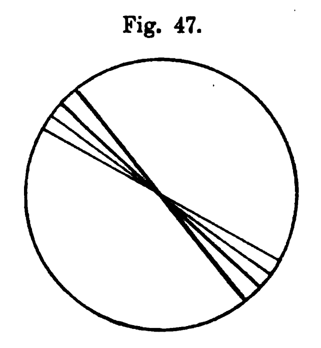
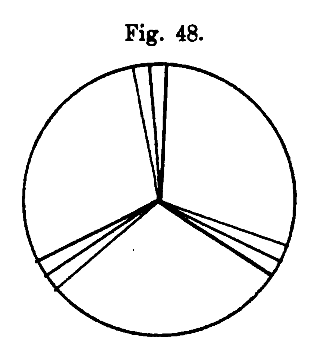
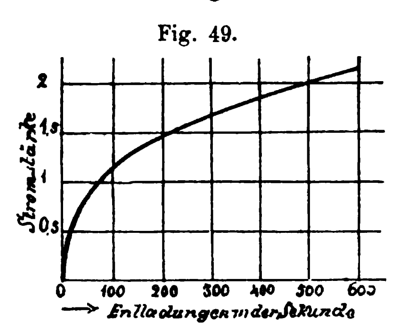


Fig. 48.



Empfänger auf die gleiche Ladefrequenz vorgenommen werden. Es wurde zu diesem Zwecke eine besondere Messungsreihe für sämtliche verwendete Hitzdrahtinstrumente aufgenommen und aufgetragen (Fig. 49). Die Ausschläge sind als Funktion der Entladungszahl (bis zu 600 in der Sekunde) dargestellt. Die Form der Kurve (annähernd eine Parabel) bleibt für alle Meßinstrumente die gleiche, d. h. für bestimmte Aenderungen in der Entladungszahl zeigten alle Strommesser die gleiche prozentuale Aenderung in der Stromanzeige. Bei den Versuchen wurde nun die Ladefrequenz jedesmal ermittelt und die aus der Resonanz sich ergebende höchste Stromstärke nach Fig. 49 auf 100 Entladungen in der Sekunde reduziert. Es beziehen sich sonach sämtliche Stromangaben auf 100 Entladungen in der Sekunde, wiewohl bei Wechselstrom viel mehr Entladungen stattfanden, wie bei Gleichstrom.

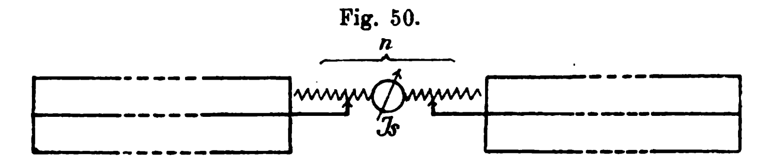
Fig. 49.



Es ist eine bemerkenswerte Tatsache, daß die Funkenspannung mit wachsender Ladefrequenz abnimmt und die zweiten, dritten u. s. w. Entladungen eines Wechsels immer lichtschwächer werden. Jedenfalls verliert die Funkenstrecke nach der ersten Entladung nicht sofort ihre Leitfähigkeit, so daß die nachfolgenden Entladungen mit geringerem Funkenpotential und daher auch geringeren Strömen erfolgen können.

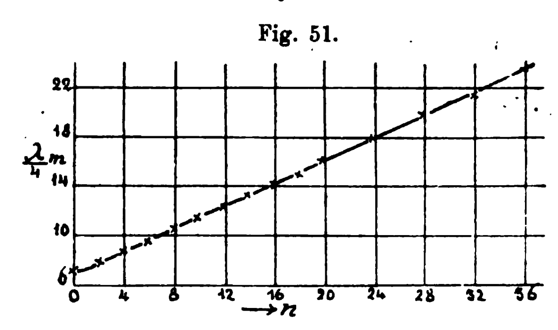
Es liegt der Wert der unterteilten, wie auch der Vakuumfunkenstrecken unter anderem auch darin, daß sie die Leitfähigkeit schneller verlieren und mehr Entladungen bei annähernd normaler Spannung gestatten. (Dies wurde von Simon und Reich [siehe die F. d. T. II, S. 14] bereits eingehend begründet und wird durch die Messung der Fernwirkung durch Slaby bestätigt.)

Fig. 50.



Die mit A und B bezeichneten Versuchsreihen beziehen sich einerseits auf die in (Fig. 38 S. 100) abgebildete Harfe (A), anderseits auf den in (Fig. 43 S. 107) dargestellten Kabelsender (B). Die Anordnungen wurden, um allgemein gültige Ergebnisse ableiten zu können, verschieden gewählt. Bei der Harfe wurde jedesmal die gesamte Fernwirkung, bei dem Kabel, das sich den praktischen Ausführungen in seiner Größe tunlichst näherte, jedoch nur ein Teil der Fernwirkung

Fig. 51.



aufgenommen. Dieses Verfahren zeigte sich als zulässig, da die gefundenen Gesetze sich gegenseitig bestätigen. Um beide Versuchsreihen A und B unmittelbar vergleichen zu können, sind die Werte bei der Harfe nur auf eine Harfenhälfte bezogen, indem das Spiegelbild als Ersatz der Erde angenommen wurde. Die Flaschenkapazität ist dabei durch die auf einer Seite der Funkenstrecke befindliche Kapazität C_f, und die gemeinschaftliche Selbstinduktion durch $l_g = \frac{u}{2}$ gegeben. Die Selbstinduktion wurde hierbei stets für den ganzen, durch u geschlossenen und mit den beiden hintereinander geschalteten Kapazitäten belasteten Kreise gemessen und l_g mit dem halben Werte von L_n in Rechnung gestellt.

Die Sendeharfe (Fig. 38) war mit zwei gleichen Funkenstrecken ausgerüstet, welche abwechselnd zum Spiele kamen, je nachdem die

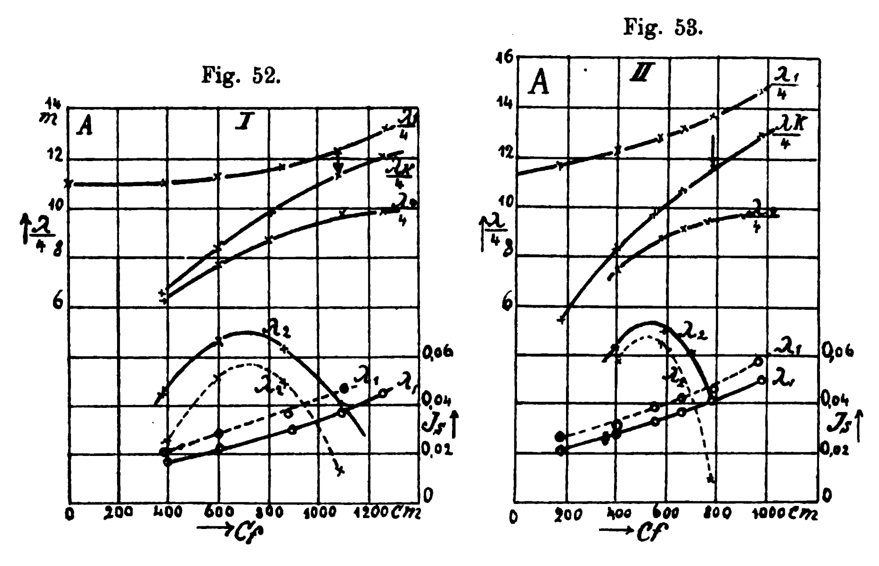


Fig. 52. Fig. 53.

direkte oder die indirekte Erregung zur Verwendung kommen sollte. Die Kapazität der beiden Harfen wurde häufig nachgeprüft und ergab

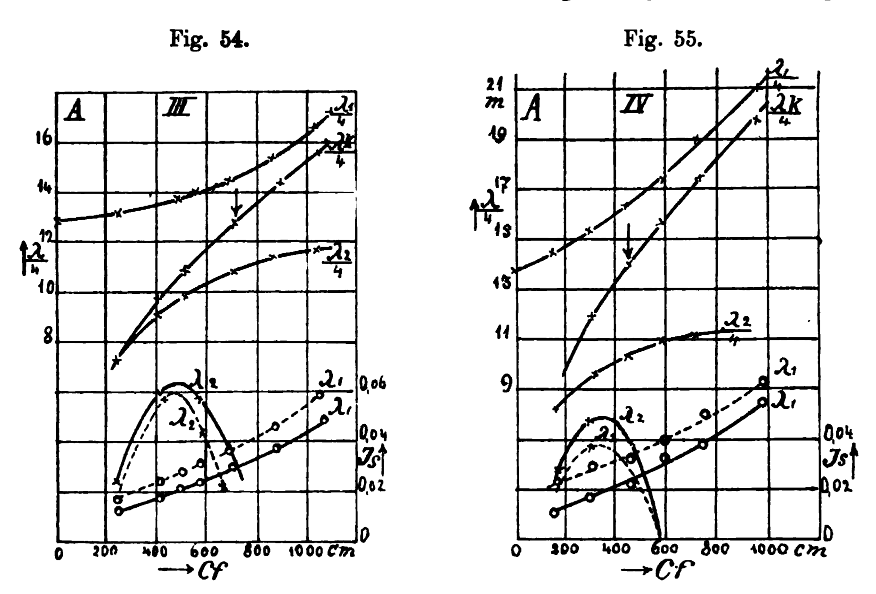


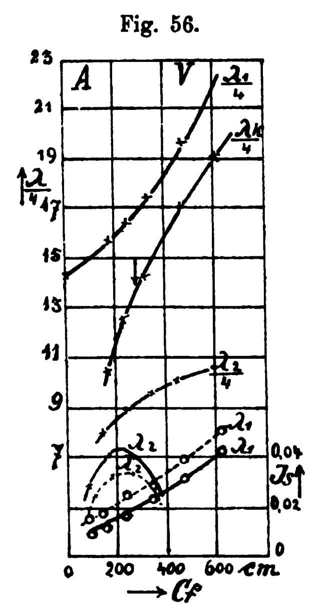
Fig. 54. Fig. 55.

stets den gleichbleibenden Wert von 85 cm. Die Funkenkugeln bestanden aus Zink von 1 cm Durchmesser und hatten den gleichbleibenden

Abstand von 1 cm in Luft. Bei Uebergang von einer Erregungsart auf die andere wurde die nicht benötigte Funkenstrecke durch einen Kupferbügel kurz geschlossen.

Als Empfänger diente bei der Versuchsreihe A eine Harfenanordnung, bestehend aus je drei Drähten in je 50 cm Abstand von je 7 m Länge mit einem Drahtdurchmesser von 0,8 mm (Fig. 50). Die beiden gleichen Harfenhälften wurden durch zwei regelbare Drahtspulen von gleichem Bau verbunden, zwischen welchen das Hitzdrahtinstrument geschaltet war. Die Eigenwelle der Harfe wurde für verschiedene Windungszahlen der beiden Spulen festgestellt, wobei die beiden Spulen stets in der gleichen Weise verändert wurden. Die Erregung der Schwingungen erfolgte hierbei durch eine kleine, an die Stelle des Strommessers gesetzte Funkenstrecke. Die Wellenlänge wurde mittels des Multiplikationsstabes gemessen. Die Werte der Wellenlängen (Fig. 51) sind als Funktion der eingeschalteten Spulenwindungszahl aufgetragen. Um unmittelbare elektrische Wirkungen auszuschließen, wurden die beiden Harfen 9 m voneinander entfernt in parallelen Ebenen aufgestellt.

Fig. 56.



Die Versuche sind mit fünf verschiedenen Längen l_g durchgeführt und wurde innerhalb jeder Versuchsreihe die Belastungskapazität in weiten Grenzen verändert. Für jede Kapazitätsbelastung wurden die Wellen am Sender gemessen und die Eigenwelle des Empfängers danach eingestellt. Die Abstimmung war eine so scharfe, daß Stromaufnahmen nur von einer Welle stattfanden und die Wirkung der zweiten Welle für die Strommessung ausgeschaltet blieb. Die jedesmalige primäre Stromaufnahme des mit Gleichstrom betriebenen Induktors wurde durch ein Präzisions-Wattmeter gemessen und an der umlaufenden Scheibe die bei jedem Wechsel auftretenden Entladungen ermittelt. In den (Fig. 52 bis 56) sind die Ströme in der Empfangsharfe für die Wellen λ_1 und λ_2 als Funktion der Belastungskapazität aufgetragen und zwar für die indirekte Erregung ausgezogen, für die direkte gestrichelt. Darüber ist der Verlauf der beiden Wellen λ_1 und λ_2 sowie der Kreiswelle λ_k aufgetragen und der der Welle λ_0 ent-

sprechende Punkt der angenäherten Resonanz auf der Kreiswellenkurve durch einen Pfeil bezeichnet. Die Ersatzlänge l_0 der Harfe wurde stets aus der Welle λ_0 abgeleitet.

Bei der Versuchsreihe B wurde die Anordnung (Fig. 38 S. 100) beibehalten und die direkte und indirekte Erregung dadurch erzielt, daß bald die eine, bald die andere Funkenkugel an Erde gelegt wurde. Zur Speisung der Funkenstrecke diente transformierter Wechselstrom.

Fig. 57.

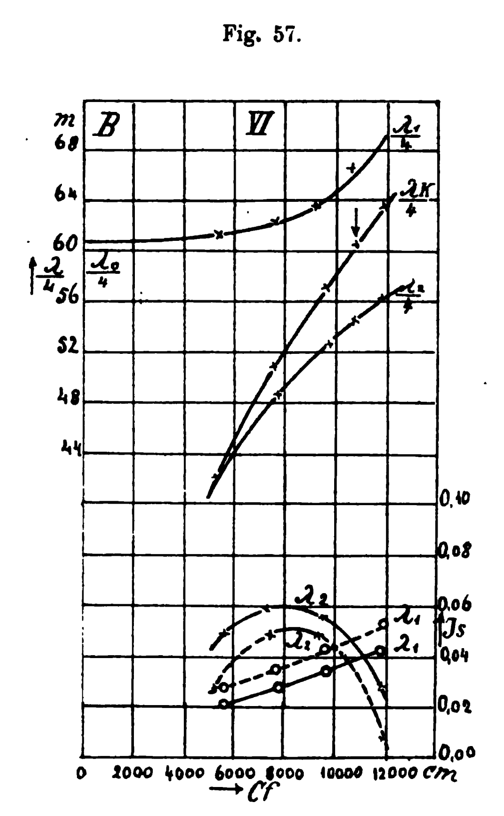
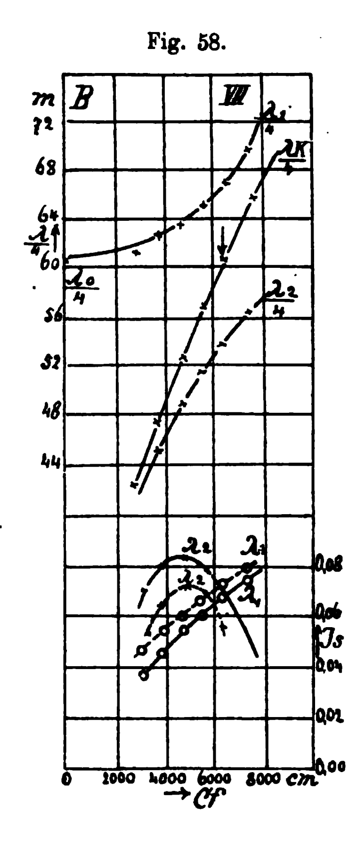


Fig. 58.



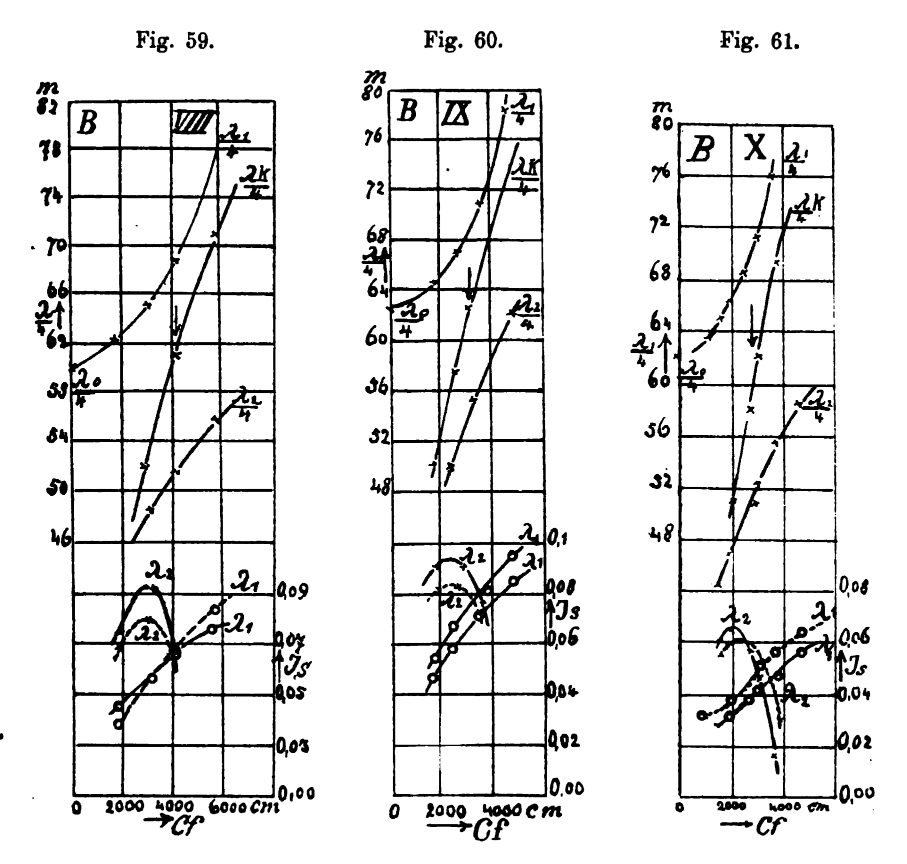
Die Reduktion auf die Ladefrequenz 100 wurde ebenso wie bei der Versuchsreihe A durchgeführt. Zur Aufnahme der Fernwirkung diente bei der Versuchsreihe B eine durch einen Kondensator geschlossene Schleife (Fig. 62). Diese war in dem Saale, in welchem sich die Erregung des Kabelsenders befand, aufgestellt. Zur Abstimmung der Empfangsschleife dienten gleichfalls zwei regelbare Spulen, zwischen welche eine kleine Funkenstrecke geschaltet war. An Stelle dieser Funkenstrecke wurde für die Messung der Fernwirkung ein Strom-

messer gesetzt, nachdem vorher der Empfänger auf die zu messende Welle eingestellt war.

Die Ergebnisse der Versuchsreihe B sind in den Fig. 57 bis 61 in genau der gleichen Weise wie bei A aufgetragen und gestatten somit einen unmittelbaren Vergleich.

1. **Indirekte Erregung.** α) Kleine Welle λ_2. Für die Fernwirkung kommt die halbe Welle in Betracht, welche sich in dem

Fig. 59. Fig. 60. Fig. 61.



mit der Endkapazität C_f belasteten Sendedraht ausbildet. (Vergl. 4.) Ihr Strombauch liegt irgendwo auf der ideellen Drahtlänge l_0.

Maßgebend für die Fernwirkung ist das Quadrat der Stromstärke. Die günstigste Lage des Strombauches ist sonach jene, für welche das Mittel aus dem Quadrate der Stromstärke der einzelnen Leiterelemente ein Maximum wird. Bezeichnet x (Fig. 63) eine beliebige Entfernung von B, so ist der Strom an dieser Stelle proportional $\sin x$. Das Mittel aus den Quadraten

$$\frac{1}{x}\int_0^x \sin^2 x\,dx = \frac{1}{2} - \frac{\sin 2x}{4x}.$$

Dieser Ausdruck wird ein Maximum, wenn $\frac{\operatorname{tg} 2x}{2x} = 1$ ist.

Der Winkel $2x$ liegt im dritten Quadranten. Die graphische Lösung liefert $2x = 4{,}49$. Da x den Winkel in Teilen von π bezeichnet, so verhält sich

$$\frac{\frac{\lambda_2}{2}}{\pi} = \frac{l_0}{x}$$

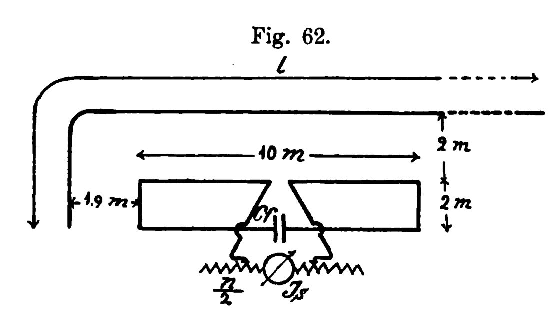
oder

$$\frac{\lambda_2}{4} = \frac{\pi}{4{,}49} \cdot l_0 = 0{,}7\, l_0,$$

das heißt: die für die Fernwirkung günstigste Stromaufnahme wird erreicht, wenn der Strombauch der Welle sich bei 0,3 der Länge des Ersatzleiters, von der Belastungskapazität aus gerechnet, befindet.

Zur Prüfung dieser Bedingung an der Hand der Versuche wurden für beide Versuchsreihen die entsprechenden Werte von l_0 mit denjenigen Wellenlängen λ_2 in einer Tabelle zusammengestellt, für welche die Stromaufnahme am Empfänger ein Maximum ist und ergab sich aus beiden Versuchsreihen übereinstimmend, daß die maximale Fernwirkung entgegen der Theorie nicht bei $\frac{\lambda_2}{4} = 0{,}7\, l_0$, sondern bei $0{,}8\, l_0$ auftritt und erklärt sich dies durch den Einfluß der verminderten Funkendämpfung bei zunehmender Belastungskapazität. Stellt Kurve 1 (Fig. 64) den Verlauf der sekundären Stromaufnahme für gleichbleibende Funkendämpfung dar, so entsteht die Kurve 2 mit nach und nach vergrößerten Ordinaten, wenn die Dämpfung bei wachsender Kapazitätsbelastung abnimmt und wird sohin das Maximum von a nach b verschoben. Uebereinstimmend für beide Versuchsreihen zeigte die Zahlentafel, daß für die maximale Fernwirkung der Oberwelle der Kapazitätskreis auf eine um 20 v. H. kleinere Wellenlänge abgestimmt werden muß, als die des zu koppelnden Sendeleiters.

Fig. 62.



β) Große Welle λ_1. Die große Welle zeigt im Gegensatze kein Maximum der Fernwirkung, sondern es nimmt die Fernwirkung mit wachsender Kapazitätsbelastung zu. Dies gibt einen bemerkenswerten Aufschluß bezüglich der Größe der mit Kapazitätsbelastung abnehmen-

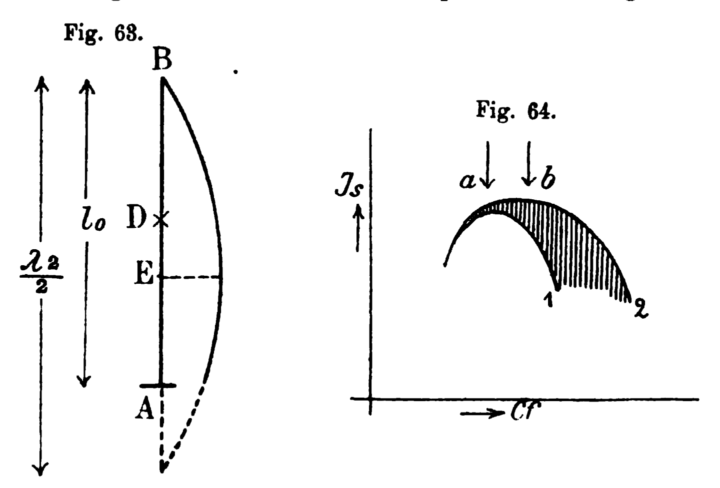


Fig. 63.

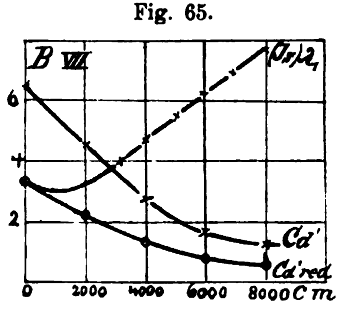
Fig. 64.

den Funkendämpfung. Wäre die Funkendämpfung unveränderlich, so müßte die Stromaufnahme des Sendegebildes für die Welle λ_1 und sohin auch die Fernwirkung proportional der Ersatzkapazität $C_{d'}$ (genauer $w\,C_{d'}$) sein. Trägt man diese nach der Gleichung

$$\lambda_1 = 2\pi \sqrt{L_n\,(C_f + C_{d'})}$$

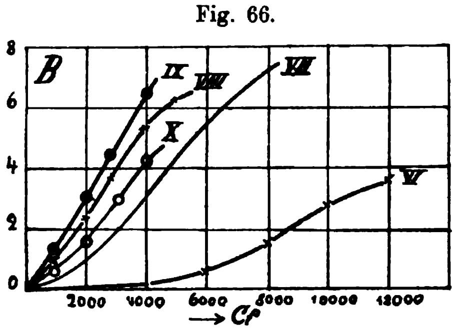
berechnet als Funktion von C_f auf, so fällt sie mit zunehmender Belastung, wie dies in Fig. 65 für den Versuch VII beispielsweise dargestellt ist. Es müßte sonach auch die Fernwirkung abnehmen. Da diese aber, wie das Diagramm zeigt, statt dessen zunimmt, ist der Unterschied nur der abnehmenden Dämpfung bei zunehmender Kapazitätsbelastung zuzuschreiben. Reduziert man die Ordinaten der Kurve $C_{d'} = f(C_f)$, so daß der Anfangswert für $C_f = 0$ der Fernwirkung des Marconisenders ohne Belastung entspricht (für die Versuchsreihe A 0,02 Ampere und für B 0,033 Ampere), so läßt sich die aus der verminderten Dämpfung entspringende Zunahme der Fernwirkung ziffermäßig ableiten. Fig. 66 zeigt die Ergebnisse dieser

Fig. 65.



graphischen Rechnung für die Versuchsreihe B. Die Abszissen der Kurve sind die zusätzlichen Kapazitäten C_f, die Ordinaten die Unterschiede zwischen den wirklich gemessenen Empfängerströmen und den reduzierten Strömen, welche der Ersatzkapazität $C_{d'}$ entsprechen. Der günstige Einfluß der vermehrten Kapazitätsbelastung auf die Funkendämpfung steigt mit zunehmender gemeinschaftlicher Selbstinduktion bis zum Versuche IX, bei welchem sich die günstigste Fernwirkung ergab, um bei Versuch X wieder zu fallen. Dies lehrt, daß der Wert der günstigsten gemeinschaftlichen Selbstinduktion mit der Funkendämpfung zusammenhängt, wie dies noch deutlicher gezeigt wird.

Fig. 66.



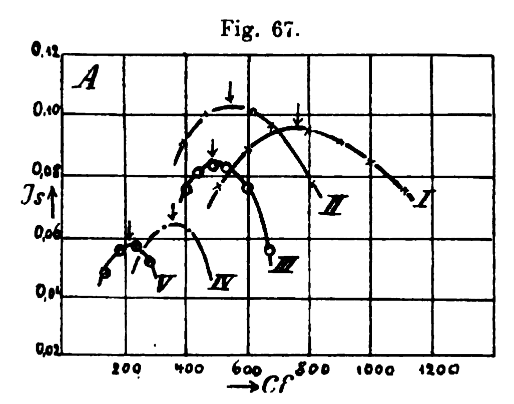
γ) Gesamte Energieaufnahme für beide Wellen. Wäre der Sender so einzurichten, daß das Sendegebilde eine maximale Energieaufnahme erfährt, so müßte in diesem Falle die Summe der Fernwirkungen beider Wellen ein Maximum ergeben. In den Fig. 67 und 68 ist diese durchgeführt und entsprechen den Maximalwerten folgende Kapazitätsbelastungen und Kreiswellen.

Nr.	C_f	$\frac{\lambda_k}{4}$	$\frac{\lambda_k^R}{4}$	λ_k auf λ_k^R Unterschied in %
I	780	9.4	11,0	17,0
II	570	9,7	11,5	18,6
III	507	10,8	12,8	18,5
IV	375	12,7	13,8	8,6
V	235	12,4	14,3	15,3
			Mittel	15,6
VI	9100	55,7	60,4	8,5
VII	5450	56,1	60,4	7,7
VIII	3150	53,0	60,4	14,0
IX	2800	55,2	62,3	12,9
X	2150	52,8	62,3	18,0
			Mittel	12,2

Will man sonach die größte Energieaufnahme für den Sendedraht erzielen, so muß die Kreiswelle um rund 14 v. H. gegenüber der angenäherten Resonanz verkleinert werden. Für dieses charakteristische

Verhalten eines gekoppelten Senders, auf welches v. Slaby zuerst aufmerksam macht, findet sich auch ein gleichartiger Fall in der Akustik. So müssen die beiden Resonanzböden einer Geige auf verschiedene Tonhöhen abgestimmt werden, um ihr die volle Klangfülle zu geben. Auch darf der Resonanzkasten einer Stimmgabel mit dieser nicht genau in Einklang sein.

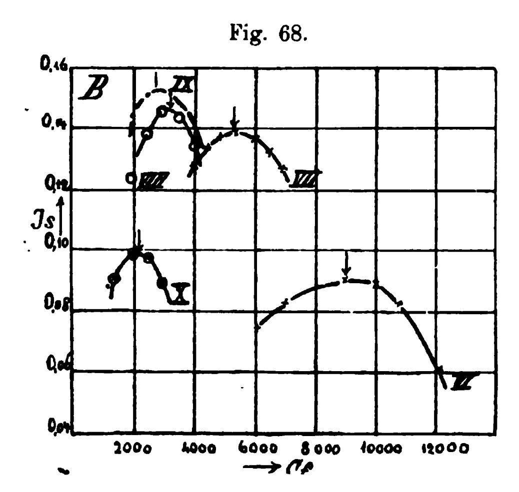
Fig. 67.



Die Wirkungskurven beider Wellen schneiden sich in einem Punkte, welcher nahezu der angenäherten Resonanz entspricht.

Die angenäherte Resonanz ist sonach dadurch gekennzeichnet, daß die Fernwirkung für beide Wellen gleich groß ist. Dieser Fall ist für die Eintönigkeit des Senders der denkbar schlechteste. Arbeitet man dagegen mit der Maximalwirkung der Oberwelle, so ergeben sich wesentlich geringere Fernwirkungen der Grundwelle.

Fig. 68.



Bei den Versuchen II und IX, welche die für die Fernwirkung der Oberwelle günstigste gemeinschaftliche Selbstinduktion haben, ist die Fernwirkung der kleinen Welle um 73 bezw. 84 oder im Mittel um 80 v. H. größer als die Fernwirkung der großen Welle. Man erreicht sonach bei dieser Abstimmung eine praktische oder angenäherte Eintönigkeit.

2. Direkte Erregung. *α*) Kleine Welle λ_2. Aus den Diagrammen ist zu ersehen, daß die maximale Fernwirkung der kleinen Welle bei annähernd der gleichen Kapazitätsbelastung eintritt wie bei der indirekten Erregung. Die maximale Fernwirkung ist aber, wie

die diesfalls gegebene Zusammenstellung zeigt, bei der indirekten Erregung ausnahmslos größer.

Nr.	Maximale Wirkung I indirekte Erregung	Maximale Wirkung II direkte Erregung	Unterschied
I	0,068	0,057	0,011
II	0,071	0,065	0.006
III	0,063	0,059	0,004
IV	0,046	0,036	0,010
V	0,043	0,035	0,008
		Mittel	0,008
VI	0,060	0,053	0,007
VII	0,084	0,075	0,009
VIII	0,093	0,080	0,013
IX	0,094	0,084	0,010
X	0,064	0,061	0,003
		Mittel	0,008

Dies erklärt sich dadurch, daß, wie bereits in den Formeln sub 4 S. 99 gezeigt wurde, für die Oberwelle der Unterschied der Kapazitäten des Belastungskondensators und der Ersatzkapazität des Sendegebildes maßgebend ist. Bei der direkten Erregung werden beide auf gleiches Potential geladen, bei der indirekten Erregung nur die Belastungskapazität. Im ersten Falle muß daher die Schwingungsenergie dem Unterschiede entsprechend kleiner sein. Die praktische Fernwirkung erlischt auch schon bei kleinerer Belastungskapazität C_f bei der direkten Erregung früher als bei der indirekten.

β) Große Welle λ_1. Im Gegensatze hierzu ist die Fernwirkung der großen Welle bei der direkten Erregung stets und zwar um einen bedeutenden Betrag größer, als bei der indirekten Erregung, der bei jeder Versuchsreihe annähernd konstant blieb. Der Unterschied entspricht der durch die Ladung des Sendegebildes vergrößerten Energieaufnahme des gesamten Schwingungssystems. Eine Gleichheit der Wirkungen für die beiden Wellen entsteht bei entsprechenden Kapazitätsbelastungen und ergibt sich die Gleichheit der Fernwirkung beider Wellen bei einer annähernd mit der Resonanzkapazität übereinstimmenden Kapazitätsbelastung. Die Fernwirkung der großen Welle nimmt auch bei der direkten Erregung mit wachsender Kapazitätsbelastung zu.

γ) Gesamte Energieaufnahme für beide Wellen. In nachstehender Tabelle sind auf Grund der Fig. 69 und 70, welche die Summe der Stromaufnahmen des Empfängers als Funktion der Be-

Fig. 69.

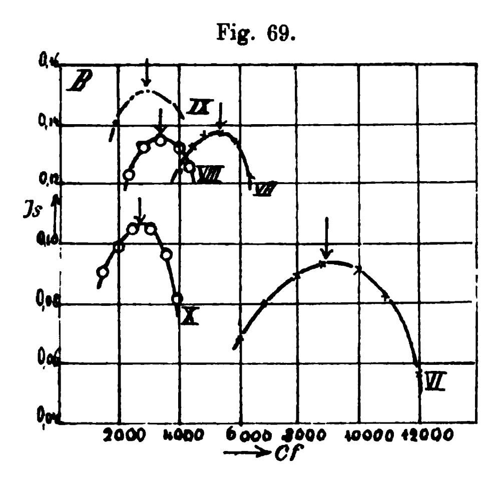
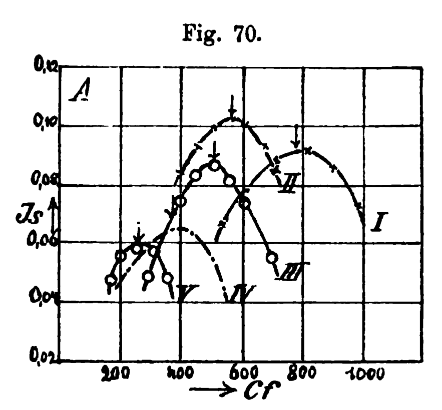


Fig. 70.



lastungskapazität zeigen, diejenigen Kapazitäten eingetragen, für welche die Aufnahme maximal ist. Daneben sind die zugehörigen Kreiswellen und die Grundwellen des unbelasteten Marconisenders eingetragen.

Nr.	C_f	$\frac{\lambda_k}{4}$	$\frac{\lambda_k^K}{4}$	Unterschied in %
I	770	9,3	11,0	18,3
II	555	9,6	11,5	19,8
III	490	10,6	12,8	20,7
IV	360	12,5	13,8	10,4
V	225	12,9	14,3	10,8
VI	9200	56,0	60,4	7,9
VII	5450	56,0	60,4	7,9
VIII	3550	56,3	60,4	7,3
IX	3100	58,0	62,3	7,5
X	2700	59,0	62,3	5,5

Auch hier zeigt sich übereinstimmend für beide Versuchsreihen, daß die maximale Energieaufnahme dann eintritt, wenn die Kreiswelle kleiner ist, als die Grundwelle des gekoppelten Marconisenders.

Die günstigste gemeinschaftliche Selbstinduktion. Nach den Versuchen ist für die maximale Fernwirkung der Oberwelle ein be-

stimmter Wert der gemeinschaftlichen Selbstinduktion erforderlich. Aus vorhergehenden Betrachtungen ergibt sich bei Vernachlässigung der Dämpfung, daß die maximale Fernwirkung dann eintritt, wenn die beiden Schwingungen mit tunlichst kleiner gemeinschaftlicher Selbstinduktion, also in der Funkenstrecke gekoppelt werden. Praktisch verlangt aber die beste Fernwirkung einen größeren Wert der Selbstinduktion und findet dies in der Dämpfung die Begründung.

In III. 2. wurde für diese Erscheinung eine Erklärung zu geben gesucht, welche durch die neueren Versuche an Wahrscheinlichkeit gewonnen hat. Diese Erklärung wird nun ausführlicher wiederholt und erweitert.

Wird der gekoppelte Schwingungskreis als einheitlich schwingendes System aufgefaßt, was zulässig erscheint, so lassen sich die Dämpfungsursachen in zwei Teile zerlegen. Die durch Funken- und Leitungswiderstand, Selbstinduktion und Kapazität hervorgerufenen Dämpfungseinflüsse kann man sich durch einen einzigen ideellen Widerstand ersetzt denken, der als der innere Widerstand des Schwingungssystems mit W_i bezeichnet werden soll. Der durch diesen hervorgerufene Verlust wird im wesentlichen eine Funktion des Quadrates der Stromstärke sein. Der zweite Teil der Dämpfungsursachen bezieht sich auf die magnetische Strahlung des Sendegebildes und ist deren sekundlicher Energiewert die Nutzarbeit des Schwingungssystems. Da nun die Fernwirkung dem Quadrat des effektiven Ladestromes für das Sendegebilde proportional ist, läßt sich auch die Nutzarbeit als in einem ideellen Widerstande W_n geleistet ansehen und sei dieser Widerstand als der äußere oder Nutzwiderstand des Schwingungssystems bezeichnet.

Hiernach ist das Schwingungssystem ein elektrischer Generator von einem gewissen inneren Widerstande, der in einem äußeren Widerstande Nutzarbeit leistet. Es ist hier die Funkenstrecke jene Stelle, bei welcher die Umwandlung potentieller Energie in die kinetische Form eingeleitet wird. Ein Generator leistet bekanntlich dann die maximale Nutzarbeit, wenn der äußere Widerstand gleich dem inneren Widerstande ist. Die Anwendbarkeit dieses Satzes auf den gekoppelten Schwingungskreis soll nun an der Hand der Versuche geprüft werden.

Die Nutzarbeit oder die sekundliche Strahlungsenergie ist der sekundlichen Ladungsenergie der Ersatzkapazität

$$E^2 \omega C_{d''} = E^2 \frac{C_{d''}}{\sqrt{L_n (C_f + C_{d''})}}$$

proportional, wenn E den Mittelwert der verfügbaren Ladespannung, die als gleichbleibend anzusehen ist, bezeichnet. Der ideelle äußere Widerstand W_n ist aber der Nutzarbeit proportional und darf, wenn α einen unveränderlichen Faktor bedeutet, gesetzt werden:

$$W_n = \alpha \frac{C_{d''}}{\sqrt{L_n (C_f + C_{d''})}}.$$

Die relativen Messungen des Funkenwiderstandes (III. 1.) haben gezeigt, daß dieser innerhalb gewisser Grenzen der Wurzel der Kapazitäten umgekehrt proportional ist. Bei den früheren Versuchen wurde ein etwaiger Einfluß der Selbstinduktion auf den Funkenwiderstand in der Annahme unberücksichtigt gelassen, daß die ideelle Federwirkung, welche die Selbstinduktion im Wechselstromkreise darstellt, auf den Funkenwiderstand keinen Einfluß ausüben könne. Die Arbeiten von Drude und von Rempp (siehe S. 54 u. 56) über die Dämpfung von Kondensatorkreisen mit Funkenstrecken erweisen jedoch, daß der Funkenwiderstand in recht erheblichem Maße von der Selbstinduktion des Schwingungskreises beeinflußt wird und mit wachsender Selbstinduktion zunimmt. Für kleinere Funkenlängen (bis zu 2 mm) ist nach Drude die Gesamtdämpfung des Kreises von L und C fast unabhängig, wird dagegen nach Rempp für größere Funkenlängen (10 bis 40 mm) von der Kapazität stark beeinflußt. Der der gesamten Dämpfung entsprechende scheinbare Widerstand ist nach Rempp dem Werte $\frac{1}{\sqrt{C}}$ annähernd proportional und steht dies, da auch nach Rempp für den gesamten scheinbaren Widerstand der Funkenwiderstand fast ausschließlich maßgebend ist, im Einklange mit der Messung von Slaby, nach welcher die Leitfähigkeit der Funkenstrecke für nicht zu große Kapazitäten nahezu proportional der Wurzel aus den Kapazitäten ist (siehe Fig. 92 in d. F. d. T. III, S. 111).

Hiernach läßt sich der scheinbare Gesamtwiderstand des Schwingungssystems setzen

$$W_i = \frac{\beta}{\sqrt{C_f + C_{d''}}},$$

worin β eine Konstante bedeutet. Der maximalen Nutzarbeit entspricht sonach die Bedingung:

$$\frac{\alpha C_{d''}}{\sqrt{L_n (C_f + C_{d''})}} = \frac{\beta}{\sqrt{C_f + C_{d''}}}$$

oder

$$\frac{C_{d''}}{\sqrt{L_n}} = \text{konst.}$$

Für die maximale Fernwirkung hat sich bereits ergeben

$$C_{d''} = \frac{\operatorname{tg} x_2}{x_2} \cdot C_d,$$

worin

$$x_2 = \frac{\frac{\pi}{2}\, l_0}{\frac{\lambda_2}{4}} \quad \text{und} \quad \frac{l_0}{\frac{\lambda_2}{4}} = \frac{1}{0{,}8},$$

so daß auch zwischen $C_{d''}$ und C_d ein gleichbleibendes Verhältnis besteht und folgt hieraus auch

$$\frac{C_d}{\sqrt{L_n}} = \text{konst.}$$

Dies wird auch durch die beiden Versuchsreihen A und B bestätigt.

In den Fig. 71 und 72 sind die Fernwirkungen der Oberwelle für beide Erregungsarten als Funktion der gemeinschaftlichen Selbst-

Fig. 71.

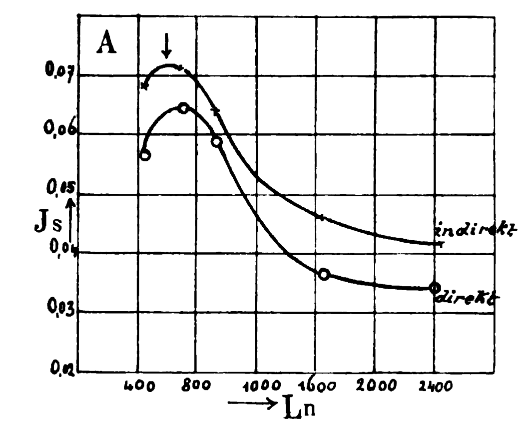


Fig. 72.

induktion aufgetragen. Es ergibt sich die günstigste Fernwirkung bei der Versuchsreihe A für $L_n = 650$ cm, bei B für $L_n = 4020$ cm. Die entsprechenden statischen Kapazitäten der Sendegebilde sind 170 bezw. 442 cm und folgt daraus für $\frac{C_d}{\sqrt{L_n}}$

$$(A) \quad \frac{170}{\sqrt{650}} = 6,67,$$

$$(B) \quad \frac{442}{\sqrt{4020}} = 6,97$$

in ziemlich guter Uebereinstimmung mit der abgeleiteten Bedingung.

Die Fernwirkung der großen Welle zeigt für beide Erregungsarten das gleiche Verhalten und nimmt diese mit wachsender Kapa-

Fig. 73.

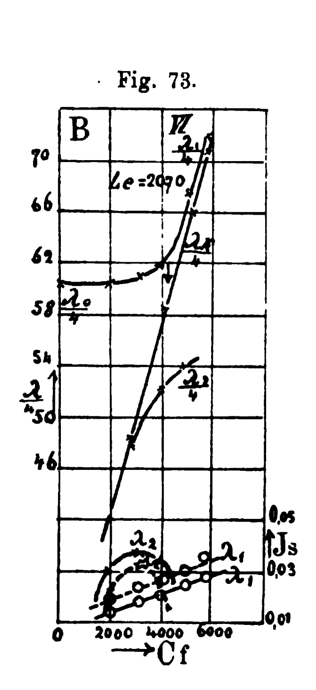
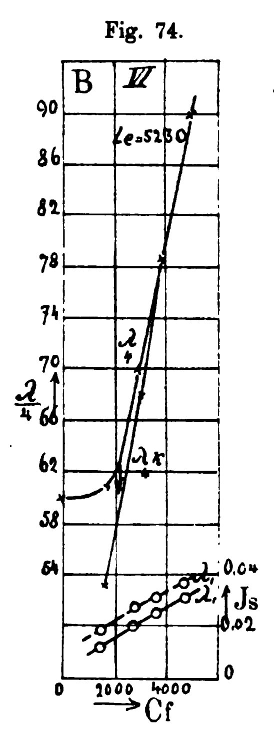


Fig. 74.



zitätsbelastung stetig zu. Die Fernwirkung ist bei der direkten Erregung um einen annähernd gleichbleibenden Betrag größer, als bei der indirekten. Die Fernwirkungen bei den Kapazitätsbelastungen, welche der Maximalwirkung der Oberwelle entsprechen, sind diesen annähernd proportional und trifft daher die Beziehung für die günstigste gemeinschaftliche Selbstinduktion auch für diese Wellen zu.

Fernwirkung des Senders mit Selbstinduktion im Erdungsdraht. Der in 4 erwähnte Kabelsender erscheint in Bezug auf die Fernwirkung minderwertig. Vergleicht man Fig. 57, welche die Fernwirkung des Senders VI ohne L_e darstellt, mit den

in der gleichen Weise für $L_e = 2070$ bezw. 5230 cm erhaltenen Fig. 73 und 74, so läßt sich die Abnahme der Fernwirkung mit wachsendem L_e erkennen. Die Fernwirkung der Oberwelle konnte für $L_e = 5230$ cm überhaupt nicht mehr nachgewiesen werden. Bei der Versuchsreihe $L_e = 2070$ cm fallen die Punkte gleicher Fernwirkung beider Wellen ziemlich mit der angenäherten Resonanz zusammen.

Schlußbetrachtungen. 1. Die Gleichstimmung der beiden Schwingungsbahnen oder die Resonanz des Systems in sich ist nach diesen Versuchen weder von ausschlaggebender Bedeutung für die gesamte Energieaufnahme des Sendegebildes, noch für die Fernwirkung. Sie erweist sich im Gegenteile schädlich, weil sie die Fernwirkung auf beide Wellen gleichmäßig verteilt. Nun liegen diese Wellen weder so nahe aneinander, daß eine Abstimmung des Empfängers auf einen Mittelwert möglich ist, noch so weit auseinander, daß die Abstimmung auf eine der beiden vorteilhaft erscheint.

2. Beim gekoppelten Sender hat man für die Fernwirkung stets mit zwei Wellen von verschiedener Größe zu rechnen und besteht die kleinere Welle nicht unabhängig von der großen, sondern ist nichts als deren erste Oberwelle. Sie tritt, wie alle Oberwellen, im Sendegebilde mit geringerer Energie auf. Spielt sie trotzdem für die Fernwirkung eine wichtigere Rolle wie die Grundwelle, so liegt dies darin, daß sie eine günstigere Lage des maßgebenden Strombauches im Sendedraht besitzt als letztere. Während bei der Grundwelle der Strombauch in den geschlossenen Kapazitätskreis fällt und für die Fernwirkung ausscheidet, läßt sich der Strombauch der Oberwelle ziemlich weit in den Sendeleiter hineinrücken und für die Fernwirkung ausnützen. Es ist dies vielleicht der größte Vorteil des gekoppelten Senders. Statt der Viertelwelle Marconis wird eine halbe Welle mit höher gerücktem Strombauch verwendet. Die günstigste Lage dieses Strombauchs hängt von der durch die Belastungskapazität bedingten Leitfähigkeit der Funkenstrecke ab. Die theoretisch günstigste Lage des Strombauchs ist bei 0,3 der Gesamtlänge des Sendeleiters. Dieser Punkt rückt für die Fernwirkung wegen der Zunahme der Leitfähigkeit mit wachsender Kapazitätsbelastung etwas nach unten und ist daher die günstigste Wellenlänge um etwa 20 v. H. größer, als die theoretisch abgeleitete. Bei dieser Anordnung ist die Fernwirkung der Grundwelle um etwa 80 v. H. kleiner als die der Oberwelle. Die Abstimmung des Empfängers auf die Ober-

welle ist sonach auch aus dem Grunde empfehlenswert, als man in diesem Falle den Sender als praktisch eintönig betrachten kann. Die Verwendung der Oberwelle gestattet günstige Fernwirkung bei geringer Kapazitätsbelastung.

3. Eine völlige Eintönigkeit des Senders ist bei Verwendung der Oberwelle nicht zu erreichen, wohl aber bei Verwendung der Grundwelle. Die Fernwirkung der Oberwelle nimmt, wie die Diagramme zeigen, nach der günstigsten Kapazitätsbelastung ab und erreicht bei deren Verdopplung einen Wert, der nicht mehr nachweisbar ist, sohin eine Empfängerabstimmung auf die Grundwelle nicht mehr beeinflußt. Das System schwingt in diesem Falle praktisch nur noch in der Grundwelle, für welche der günstige Einfluß vermehrter Kapazitätsbelastung auf die Leitfähigkeit der Funkenstrecke dauernd bestehen bleibt. Es ist daher bei Wahl ausreichender Kapazitäten möglich, mit der Grundwelle eine die maximale Wirkung der Oberwelle übertreffende Fernwirkung zu erzielen. Allerdings wird hier wegen der ungünstigen Gestaltung der Welle am Sendedraht, welcher nur den oberen Spannungsabschnitt derselben aufnimmt, ein erheblich verminderter ökonomischer Wirkungsgrad erzielt. Da es häufig, namentlich für Stationen großer Reichweite, welche ausgedehnte Maschinenanlagen voraussetzen, auf die Oekonomie nicht so sehr ankommt, aber für diese die Forderung der Eintönigkeit dringlich hervortritt, ist hier ein Mittel zu deren Erreichung gegeben.

4. Zwischen der Fernwirkung bei der direkten und der indirekten Erregung zeigt sich ein bemerkenswerter Unterschied. Die Grundwelle liefert stets größere Fernwirkung bei der direkten Erregung. Der Unterschied ist der Ladung des Sendegebildes proportional und die Fernwirkung überhaupt proportional der aufgewendeten Energie. Die Fernwirkung der Oberwelle ist hingegen bei der indirekten Erregung immer größer. Für die Oberwelle erscheint der Unterschied der Kapazität des Belastungskondensators und der Ersatzkapazität des Sendegebildes maßgebend. Bei der direkten Erregung werden beide auf gleiches Potentiale geladen, bei der indirekten hingegen nur die Belastungskapazität. Die Schwingungsenergie, welche dem Unterschiede annähernd proportional ist, muß im ersteren Falle sonach kleiner sein. Es wird daher in der Praxis immer die indirekte Erregung anzuwenden sein, wenn man mit der Oberwelle arbeiten will und die direkte Erregung bei Verwendung der Grundwelle. Im letzteren Falle ist die Eintönigkeit bei direkter Erregung mit geringerer Belastungskapazität zu erreichen, als bei der

indirekten Erregung und wird daher der Wirkungsgrad ökonomischer. Die größere Gefährlichkeit der direkten Erregung kommt bei größeren Stationen wohl kaum in Betracht.

5. Wiewohl nach der Theorie ohne Berücksichtigung der Dämpfungsverhältnisse zur Erzielung der größten Fernwirkung die gekoppelten Schwingungsbahnen eine möglichst geringe gemeinsame Selbstinduktion haben sollen, ergibt sich unter Berücksichtigung der Dämpfung, daß zur Erzielung der günstigsten Fernwirkung die gemeinschaftliche Selbstinduktion einen gewissen, wenn auch nur kleinen Wert besitzen muß. Der günstigste Wert dieser gemeinsamen Selbstinduktion steht nun in einer bestimmten Beziehung zur Kapazität des Sendegebildes. Die günstigste Wirkung ergibt sich für $\frac{C_d}{\sqrt{L_n}} = 6{,}8$.

6. Der gekoppelte Kapazitätskreis soll außer der gemeinschaftlichen eine möglichst geringe Selbstinduktion besitzen. Die Schaltung einer Selbstinduktion in die Erdverbindung des Kondensators erweist sich als schädlich. Es ist sonach eine tunlichst induktionslose Erdung der Belastungskapazität zur Erzielung einer guten Fernwirkung unter allen Umständen anzustreben.

7. Bei Betrachtung der vorgeführten Versuche im Zusammenhang ergibt sich die Notwendigkeit, mit den bisherigen Anschauungen über die Wirkung der gekoppelten Senderformen teilweise zu brechen. Nach der üblichen Auffassung, welche in dem gekoppelten Kapazitätskreis ein Energiereservoir annimmt, aus welchem dem Sendegebilde die durch die Fernwirkung verloren gehende Energie nachgeliefert wird, müßte neben der stark gedämpften Schwingung des Sendekreises eine weniger gedämpfte des Kapazitätskreises bestehen. Nach den vorliegenden Arbeiten wurde jedoch der experimentelle Beweis erbracht, daß die Schwingungen des gekoppelten Systems einheitlich sind. Die auftretenden Schwingungen sind Grund- und Oberwelle des gesamten Systems und nicht eines Teiles desselben. Eine partiell oder lokal auftretende Dämpfungsursache wirkt deshalb auf das ganze System zurück. Der bisherigen Schwungradtheorie gegenüber erscheint die Auffassung viel berechtigter, daß das gekoppelte System wie ein Generator zu betrachten ist, welcher ähnlich wie eine elektrische Batterie Nutzarbeit nur unter Aufwendung einer gewissen inneren oder Verlustarbeit leisten kann. Das für alle elektrischen Generatoren mit konstanter E. M. K. gültige Gesetz, daß die maximale Nutzarbeit geleistet wird, wenn die innere Verlustarbeit ebenso groß, das heißt der elektrische Wirkungs-

grad 1/2 ist, hat sich experimentell auch für das gekoppelte Schwingungssystem als zutreffend erwiesen.

Die Nutzarbeit steigt unter diesen Verhältnissen mit der Verlustarbeit und da diese zum weitaus überwiegenden Teile durch den Funkenstrom bedingt ist, so ergibt sich noch ein weiterer Vorteil des gekoppelten Senders aus der Verstärkung des Funkenstromes.

Die Abstimmung in der drahtlosen Telegraphie[1]). Dr. Gustav Eichhorn bringt, nachdem durch M. Wien und P. Drude, was die Theorie anbelangt, eine absolut klare Einsicht geschaffen wurde, einen Ueberblick über die Ergebnisse von Theorie und Praxis innerhalb der Grenzen, welche durch die Natur der bestehenden praktischen Anordnungen von selbst festgelegt werden.

Durch die Einführung der von F. Braun geschaffenen gekoppelten Systeme war gegenüber dem Marconisender die Möglichkeit gegeben, nicht nur unbegrenzte Energiemengen zu entwickeln, sondern auch die Schwingungen eine gewisse Zeit aufrecht zu erhalten. Hierdurch war auch die Grundlage für die Ausbildung einer rationellen Methode der praktisch so überaus wichtigen Abstimmung gegeben.

Bei den gekoppelten Systemen werden durch die Entladungen über eine Funkenstrecke in einem geschlossenen primären Kreise von großer Energiekapazität Schwingungen erregt, die deshalb schwach gedämpft sind. Die Ausstrahlung wird von dem mit dem primären Systeme gekoppelten sekundären Kreise von sehr kleiner Energiekapazität besorgt, der hierdurch enorm gedämpft ist.

Die Kopplung definiert sich durch $k^2 . L_1 L_2 = L_{12}^2$ oder der Kopplungskoeffizent

$$k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_1 L_2}},$$

worin $L_1 L_2$ die Selbstinduktionskoeffizienten der einzelnen Systeme und L_{12} den Koeffizienten der wechselseitigen Induktion bedeuten. Für k gilt immer die Beziehung

$$0 < k \leqq 1.$$

Zwecks induktiver Erregung des offenen Sekundärkreises (Luftdrahtes) befindet sich an dessen unterem Ende stets eine Spule. Der Luftdraht muß, um eine kräftige Ausstrahlung zu erreichen und auch die Hindernisse der Umgebung zu überwinden, möglichst lang gemacht werden. Es besteht sonach ein großer Teil von L_2 aus dem Selbst-

[1]) D. P. Z. 1905, S. 13.

induktionskoeffizienten des Luftdrahtes, der recht bedeutende Werte annehmen kann. Der Grenzfall vollkommen fester Kopplung, d. i. $k = 1$, bei welchem magnetische Kraftlinien des primären Kreises durch die gesamte Stromfläche des sekundären Kreises hindurch gehen, ist sonach praktisch unmöglich.

Es beschränken sich daher die für die drahtlose Telegraphie möglichen Fälle auf eine zwar vorherrschende aber nicht vollkommene Kopplung bis herunter zu einer Kopplung $k = 0$.

Durch diese Beschränkung mindern sich die von der Theorie vorausgesehenen Fälle auf die folgenden Möglichkeiten ab, wobei Abstimmung der Einzelsysteme vorausgesetzt ist.

A. Vorherrschende Kopplung. Bei dieser ergeben sich zwei wirksame Schwingungen. Die eine davon ist um so viel höher als der gemeinsame Eigenton, wie die andere tiefer ist. Beide haben fast gleiche Dämpfung, die gleich dem arithmetischen Mittel aus der Dämpfung der Einzelsysteme ist. Die infolge der verschiedenen Schwingungszahlen entstehenden Schwebungen bedingen höhere Maximalwerte des Potentials und wird dadurch die spezifische Wirkungsart der vorherrschenden Kopplung unterstützt.

Wie die Theorie erweist, ist es am vorteilhaftesten, im primären Kreis möglichst große Kapazität mit möglichst kleiner Selbstinduktion zu kombinieren.

B. Lose Kopplung. Bei dieser, d. h. bei vorherrschender Dämpfung resultiert als wirksam nur eine einzige Schwingung, deren Dämpfung auf den relativ kleinen Wert der Dämpfung durch ganz lose Kopplung gebracht werden kann.

In diesem Falle scheint es auf Grund des Thomson-Kirchhoffschen logarithmischen Dekrements $\delta = \pi W \sqrt{\frac{C}{L}}$ vorteilhaft zu sein, der Kapazität im primären Kreise kein zu großes Uebergewicht über die Selbstinduktion zu geben; experimentelle Untersuchungen von Drude ergaben jedoch, daß die Dämpfung nicht mit abnehmender Selbstinduktion wächst, indem die durch vorstehenden Ausdruck definierte Dämpfung nicht mit $\sqrt{\frac{C}{L}}$ variiert, weil W nicht gleichbleibend ist, sondern sich mit C und L stark ändert. Es scheint sonach die Dämpfung im Funken das Ausschlaggebende und demnach auch bei loser Kopplung eine möglichst große Kapazität günstig zu sein.

Allgemein ist der wirksame Widerstand eine noch unbekannte Funktion der Elektrizitätsmenge, Spannung und Schwingungszahl. Im

vollständig geschlossenen Kreise ohne Funkenstrecke wächst nach Untersuchungen von Kleiner *W* proportional zu dem Quadrate der Schwingungszahl.

Die Reduktion der Dämpfung läßt sich nach diesen Feststellungen nur auf dem Gebiete der losen Kopplung bis zu jenen äußersten Grenzen treiben, wie solche heute durch die Senderanordnungen gegeben sind.

Auf der anderen Seite werden jedoch mit immer loser werdender Kopplung die Potentialamplituden der ausgehenden Wellenzüge immer mehr verkleinert und dementsprechend auch die zu überbrückende Entfernung verringert. Um bedeutende Entfernungen zu überbrücken, muß die Kopplung fester sein, wodurch nach Wien die Potentialamplitude auf das $\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$ fache hinaufgetrieben werden kann.

Es findet sonach zwischen Abstimmung und Entfernung ein gewisser Gegensatz statt, doch läßt sich zwischen beiden ein günstiges Kompromiß schließen, welches gleichfalls nach Wien an der Scheidegrenze zwischen den beiden Gebieten liegt, d. h. wo die Kopplung gleich ist dem Dämpfungsunterschiede der Einzelsysteme.

Betrachtet man zunächst den Empfänger, so findet man für den scharf gekoppelten Empfänger ganz das gleiche, wie für den gekoppelten Sender. Gleiche Eigenschwingungszahlen und gleiche Kopplung vorausgesetzt, ergeben sich die gleichen Schwingungszahlen mit gleicher, dem arithmetischen Mittel aus den Dämpfungen der den Einzelsystemen entsprechenden Dämpfung. Im günstigsten Falle, d. h. wenn man die Dämpfung des vollständig in sich geschlossenen Sekundärkreises als verschwindend klein annimmt, kann diese Dämpfung nur auf die Hälfte der enormen Dämpfung des Empfangsdrahtes gebracht werden. Auf der anderen Seite wird aber durch die große Windungszahl des sekundären Kreises die Potentialamplitude hinauftransformiert. Die Anwendung fest gekoppelter Sender und Empfänger kann sonach für eine scharfe Abstimmung gar nicht in Betracht kommen. Man erhält aber dafür die günstigsten Bedingungen für die Bewältigung großer Entfernungen infolge der erreichbaren Maximalamplituden.

Dagegen ergibt sich für den lose gekoppelten Empfänger in gleicher Weise wie bei dem lose gekoppelten Sender nur eine einzige Schwingung als wirksam mit einer Dämpfung, die durch ganz lose Kopplung auf den verschwindend kleinen Wert der Dämpfung des geschlossenen sekundären Empfangskreises herabgemindert werden kann. Die hierdurch gegebene Möglichkeit ist aber dermalen noch zwecklos, da im günstigsten Falle bei ganz lose gekoppeltem Sender die Dämpfung der

wirksamen Senderschwingung durch die Funkenstrecke des primären Kreises unvergleichlich größer ist.

Je kleiner die Dämpfung, umso schärfer ist natürlich die Resonanz, und umso kleiner kann die Dissonanz zwischen zwei gleichzeitig wirksamen Schwingungen sein, ohne daß Interferenz auftritt. Nach Wien soll bei gleichen Entfernungen die Empfindlichkeit des Empfängers für die richtige Schwingung mindestens doppelt so groß sein, wie für abweichende Schwingungen. Bei verschiedenen Entfernungen bezw. verschiedenen Intensitäten der auftreffenden Wellen soll diese Empfangsempfindlichkeit mindestens viermal so groß sein. Die notwendige Dissonanz für die abweichende Schwingung brauchte demnach im ersteren Falle nur etwa 5 v. T. und im zweiten Falle etwa 5 v. H. zu betragen. In dieser Schärfe ist bei den heutigen Anordnungen, wenn sie ganz lose gekoppelt sind, die Abstimmung bezw. eine sichere Mehrfachtelegraphie zu erreichen.

Man erhält im Vergleich zur festen Kopplung bei angenommener gleicher Amplitude der einlangenden Wellen im lose gekoppelten Empfänger eine mehrfach vergrößerte Amplitude, die nur durch die infolge der losen Kopplung geringe Dämpfung der wirksamen Senderwelle erzielt wurde. Gleichzeitig findet aber eine sehr bedeutende Herabminderung der Potentialamplitude statt.

Nachteil und Vorteil in dieser Hinsicht verhalten sich etwa wie 100 : 10 und verringert sich diesem Verhältnisse entsprechend die Höchstentfernung, bei welcher neben Abstimmung auch noch Betriebssicherheit besteht. Sei die Tragweite einer normalen verhältnismäßig fest gekoppelten Anordnung 500 km, so wird die lose Kopplung im Sender und Empfänger bis auf etwa 50 km eine sehr scharfe Ausscheidung in der Weise ermöglichen, daß man auch bei verschiedenen Entfernungen innerhalb der Anzahl der üblichen und praktisch möglichen Wellenlängen mit mindestens 50—100 Stationen gleichzeitig arbeiten könnte.

Für die heutige Praxis der drahtlosen Telegraphie erscheint eine derartig scharfe Ausscheidung, wie sie vorstehend gekennzeichnet wurde, jedoch noch nicht erforderlich. Es ist hinreichend, wenn man mit Wellenlängen gleichzeitig telegraphieren kann, die etwa zwischen 10 und 15 v. H. der Schwingungszahl voneinander abweichen und das läßt sich schon heute auf Entfernungen von 100—200 km mit Sicherheit erreichen.

Bei Vorführung der auf diesen Grundlagen ausgebildeten Mehrfachtelegraphie auf der Ostseestation der Gesellschaft für drahtlose

Telegraphie betrug der Unterschied in den beiden wirksamen Wellenlängen etwa 15 v. H. Die Tendenz zu einer Störungsfreiheit machte sich innerhalb der Entfernungen von 10—170 km sehr bemerklich. Von 10 km aufwärts nahm diese Tendenz bei der sich entfernenden Schiffsstation zu und war die Selektion von 17—170 km eine absolut reine und zuverlässige, so daß der Unterschied der wirksamen Wellenlängen noch erheblich kleiner hätte sein können. Wenn dies schon bei den wechselnden, daher ungünstigen Entfernungsverhältnissen erreichbar war, so muß dies bei gleichbleibenden Entfernungen noch viel schärfer zum Ausdrucke gelangen.

Um alle Vorteile auszunützen, die sich aus der theoretischen Unterscheidung der spezifischen Wirkungsweisen der Kopplungsarten ergeben, ist es nach Drude am besten, bei loser Kopplung des Empfängers einen auf einen Integraleffekt ansprechenden Wellenanzeiger, also einen bolometrischen oder elektromagnetischen an Stelle des Fritters anzuwenden. Bei dem Fritter kommt es, wie bekannt, auf die Größe der maximalen Spannungsamplitude der pulsierenden Schwingungen an und erweist er sich demnach für vorherrschende Kopplung, also für sehr große Entfernungen, besonders geeignet. Wie die Erfahrung lehrt, leistet er aber auch in Fällen loser Kopplung gute Dienste.

Aus vorstehenden Erläuterungen geht hervor, daß eine Abstimmung in der drahtlosen Telegraphie, die selbst dann, wenn die günstigsten theoretischen Möglichkeiten wegen eines notwendigen Verzichts auf Intensität nicht realisiert werden können, in einer den praktischen Bedürfnissen entsprechenden Weise möglich ist.

Tissot-Untersuchungen über die Periode der Sendegebilde verschiedener Form [1]. Mittels des drehenden Spiegels läßt sich, insbesondere bei direkter Erregung, die Periode der Luftdrähte wegen der großen Dämpfung nicht mit Genauigkeit bestimmen. Es erübrigt daher nichts als die Periode des Sendesystemes auf andere Weise zu ermitteln.

Für diese Zwecke wurde in verschiedenen Fällen der allgemein bekannte Vorgang eingehalten, wonach ein geschlossener Schwingungskreis erregt wird und sodann dessen Konstanten so lange geändert werden, bis er sich in Resonanz mit dem zu studierenden Kreise befindet. Der Resonator setzte sich aus einem rechteckigen oder kreisförmigen Rahmen zusammen, der nur eine einzige Windung und einen veränderlichen Luftplattenkondensator enthielt.

---

[1] E. E. Bd. 41, Nr. 48.

Die Selbstinduktion des Rahmens wurde durch Rechnung erhalten, die Kapazität durch Messung in absoluten Werten bestimmt. Sobald es sich um eine Messung des Empfanges handelt, läßt man den Resonator durch das Empfangsdrahtgebilde erregen und schaltet in den Resonatorkreis ein Bolometer von geringem Widerstand. Man kann auf diese Weise die Bestimmung mehrere Kilometer von der Sendestation entfernt durchführen.

Behufs Messung der Periode der Sendung genügt es, den Resonator unmittelbar durch das Sendegebilde zu erregen, in welchem Falle das Bolometer, welches zu empfindlich ist, durch irgend ein passendes thermisches Amperemeter ersetzt wird. Es läßt sich jedoch auch das Bolometer zur Messung der Sendung verwenden, doch wird es dann nicht in den Resonatorkreis, sondern in einen kurzgeschlossenen Zusatzkreis geschaltet, der in der Nähe des Resonatorkreises aufgestellt wird. Der Resonator enthält dann eine Selbstinduktion und eine Kapazität ohne jedwede Hilfsverbindung.

Man untersucht vorerst auf die Uebereinstimmung mit den folgenden Sätzen, welche die gebrauchten Meßmethoden sowohl für die Sendung als den Empfang rechtfertigen.

1. Wenn zwei Systeme A und B in Resonanz sind, so ist der zu erhaltende Wert für die Periode der gleiche, ob man die Messung für die Sendung an A oder an B und für den Empfang an B oder an A macht.

2. Befinden sich zwei Systeme A und B in Resonanz mit einem dritten Systeme C, so sind sie auch gegenseitig in Resonanz und haben die gleiche Periode.

Der Vergleich der Perioden fadenförmiger einfacher und mehrfacher Sende- bezw. Empfangsgebilde führte zu folgenden Ergebnissen:

1. Die Grundperiode eines einfachen fadenförmigen Luftgebildes entspricht einem Werte der Wellenlänge, welcher immer größer ist, als die vierfache Länge des Drahtes.

Das Verhältnis $\frac{\lambda}{4l}$, welches größer als 1 ist, verkleinert sich mit der Verlängerung des Drahtes und strebt der Einheit zu. So hat man z. B.

Luftdraht	30 m	40 m	50 m	60 m	70 m
λ	131 m	170 m	210 m	249 m	286 m
$\frac{\lambda}{4l}$	1,09	1,06	1,05	1,04	1,02

2. Für einen Luftdraht von gegebener Länge strebt das Verhältnis $\frac{\lambda}{4l}$ gegen die Einheit zu, wenn sich der Durchmesser des Drahtes verringert.

3. Für mehrdrähtige Sendegebilde ist das Verhältnis $\frac{\lambda}{4l}$ bemerkenswert größer als 1. Es wächst mit der Anzahl und der Ausbreitung der Drähte. Für die gleiche Gesamtlänge von 42,5 m wurde gefunden:

1 Draht (d = 0,04 cm)	1 Draht (d = 0,35 cm)	4 Drähte	6 Drähte
$\frac{\lambda}{4l} = 1{,}03$	$\frac{\lambda}{4l} = 1{,}06$	$\frac{\lambda}{4l} = 1{,}19$	$\frac{\lambda}{4l} = 1{,}26$

4. Das Verhältnis $\frac{\lambda}{4l}$ ist von der Form des Verlaufes der Drähte sowie deren Neigung gegen die senkrechte beinahe vollständig unabhängig.

Unabhängig von der Grundschwingung entstehen in den Luftgebilden Schwingungen höherer Ordnung, welche den folgenden Gesetzen folgen:

1. Diese Schwingungen sind ungeraden Grades und in den drahtförmigen Luftgebilden fast genau so verteilt, wie die harmonischen Schwingungen geschlossener Röhren.

Es wurden beispielsweise in einem Luftdrahte von 60 m mit großer Bestimmtheit drei harmonische Schwingungen λ', λ'', λ''' nachgewiesen, deren Wellenlänge größer war als die der Grundwelle λ_1.

$$\left(\lambda_1 = 249 \text{ m}, \quad \frac{\lambda_1}{4l} = 1{,}04\right),$$

$$\frac{\lambda'}{\lambda_1} = 0{,}334, \quad \frac{\lambda''}{\lambda_1} = 0{,}205, \quad \frac{\lambda'''}{\lambda_1} = 0{,}048$$

Harmonische Serie 0,333, 0,200, 0,142

2. Diese Verhältnisse nähern sich umso mehr der harmonischen Serie, je länger die Luftdrähte sind. Man kann überdies eine viel größere Anzahl harmonischer Wellen nachweisen, je länger diese Drähte werden.

3. Die Intensität der harmonischen Schwingungen nimmt umsomehr ab, je höher sie in der Ordnung ansteigen, aber es scheint, daß die verhältnismäßige Wichtigkeit dieser Schwingungen umsomehr wächst, je länger die Drähte werden.

4. Die Oberschwingungen finden sich auch in den mehrdrähtigen Sendegebilden, aber das Gesetz ihrer Verteilung ist viel komplizierter und weicht von dem harmonischen Gesetze ab. Die Erscheinung kompliziert sich unter anderem noch dadurch, daß für die Herstellung der notwendigen Verbindungen massive Bestandteile eingefügt werden müssen.

Resonanz in der drahtlosen Telegraphie[1]). Von W. Pierce wurden Versuche angestellt, um die Resonanzbedingungen in den verschiedenen Kreisen der drahtlosen Telegraphie bei verschiedenen Längen der Luftleiter zu ermitteln. Die benutzten Stromkreise waren elektromagnetisch gekoppelt. Das Empfangsinstrument war ein Hochfrequenzdynamometer, in welchem eine Silberscheibe von 3 mm Durchmesser nahe einer kleinen Spule von 8 mm Durchmesser und ungefähr 30 Windungen feinen Drahtes aufgehängt war. Diese Spule wurde in Reihe mit dem Kondensatorkreis der Empfangsstation geschaltet. Die Scheibe befand sich in einem Winkel von 45° zur Ebene der Spule. Oszillierende Ströme in der Spule induzierten Ströme in der Scheibe, welche hierdurch so abgelenkt wurde, daß sie den Winkel zwischen Scheibe und Spule vergrößerte. Durch Entfernen oder Nähern der Spule von bezw. an die Scheibe ließ sich die Empfindlichkeit des Instrumentes innerhalb sehr weiter Grenzen verändern, so daß in einem einzigen Experimente Energiequantitäten im Verhältnisse von 1 zu 10000 verglichen werden konnten. Die Ablenkungen des Instrumentes waren dem Quadrate des Stromes in der Spule proportional. Mit zahlreichen lotrechten Leitern, welche 1 bis 8 Drähte enthielten und in der Länge von 4 bis zu 24 m geändert wurden, fand man, daß die Kapazität des Empfangsleiters unter der Annahme einer gleichmäßigen Verteilung über die ganze Länge, zur Resonanzkapazität des Empfangskreises in einer Beziehung steht, welche sich annähernd durch eine hyperbolische Gleichung ausdrücken läßt.

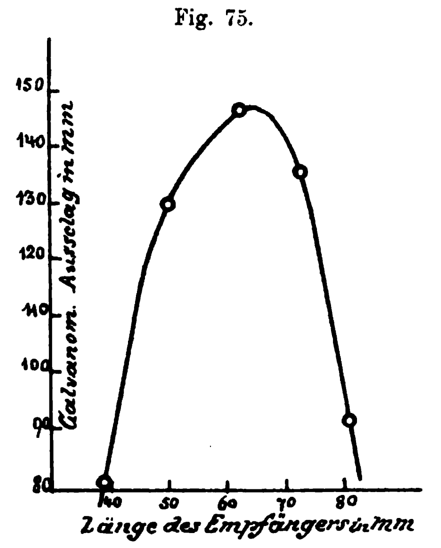
Die Abstimmung thermoelektrischer Wellenanzeiger A. D. Cole[2]). Der Zweck dieser Arbeit war die günstigste Länge eines solchen Wellenanzeigers für eine gegebene Länge des angewendeten Erregers und die entsprechende Wellenlänge zu finden. Der Erreger war ein in der Weise abgeänderter Righioszillator, daß die zwei mittleren Funkenkugeln durch dünne Zylinder mit abgerundeten Enden ersetzt wurden. Die wirksamen Zylinder der beiden gebrauchten Er-

[1]) Physical Review, Februar 1905.
[2]) E. W. Bd. 45, S. 43.

reger hatten 3,5 mm Durchmesser und eine Länge von 25 mm für den einen und von 37 mm für den andern, so daß die Gesamtlänge 50 bezw. 74 mm betrug. Der Empfänger hatte gleichfalls Zylinder vom gleichen Durchmesser mit einer thermoelektrischen Verbindung aus feinen Eisen- und Konstantandrähten. Ihre Länge konnte schnell und ohne Störung mittels über die zylindrischen Enden gleitender Röhren aus dünnem Kupfer rasch geändert werden. Mit dieser Einrichtung wurden Ablenkungen bis zu 300 Skalenteilen eines Galvanometers von 5 Ohm Widerstand und sehr großer Empfindlichkeit erhalten.

Um die Einstellung zu erleichtern, wurde der Empfänger hinter eine Linse anstatt in den gebräuchlichen parabolischen Spiegel eingesetzt. Die Linse war eine mit Benzin gefüllte Zweiliterflasche. Ihr Konzentrationsvermögen war derart, daß mit ihr ein fünfmal größerer Ausschlag erzielt wurde, als ohne sie.

Fig. 75.



Die Empfängerlänge wurde in Stufen von 10 mm von 39 mm bis 81 mm abgeändert. Das Maximum der Wirkung wurde erreicht, wenn der Empfänger annähernd 20 v. H. länger war als der Erreger. In einem typischen Falle, in welchem der Sender 50 mm lang war, wurde das Maximum der Wirkung mit einem 62 mm langen Empfänger erreicht. Die Ablenkung wurde um 10 v. H. geringer, wenn Sender und Empfänger gleich lang waren (Fig. 75).

Die Wellenlängen wurden nach drei Interferenzmethoden gemessen, welche ziemlich gute Uebereinstimmung gaben und zwar erstens durch Reflexion von einem hinter dem Empfänger befindlichen Planspiegel, wie bei den Experimenten von Hertz, zweitens durch Reflexion von einem Planspiegel hinter dem Erreger und drittens nach der Boltzmann-Zweispiegelmethode. Nach der zweiten Methode ergaben sich für einen bestimmten Fall Maxima, wenn der Spiegel sich 14,0, 23,6 und 32,0 cm hinter dem Erreger befand und Minima auf Entfernungen von 9,0, 18,5, 28,0 und 37,5 cm. Die Intervalle betrugen demnach

9,6, 9,4, 9,5, 9,5, 9,5 oder im Mittel 9,5, was einer Wellenlänge von $\lambda = 19$ cm entspricht.

Die auf Grund solcher Messungen erhaltenen Interferenzkurven werden seitens verschiedener Forscher auch verschieden interpretiert. Hertz und Zehndner betrachten sie als das Maß der Wellenlänge, welche von dem Erreger ausgestrahlt werden. Sarazin und de la Rive, Klemmenčič und Czermak wiesen nach, daß die Ausmessungen des Empfängers die Form der Kurve bestimmen. Hull schließt, daß die Kurve von beiden, Sender und Empfänger, abhängig ist und Willard, wie auch Woodman kommen zu den gleichen Schlüssen. Die verschiedenen Ergebnisse, welche diese Beobachter erhalten haben, finden zweifellos teilweise in den verschiedenen Arten von Erregern und Empfängern, welche zur Verwendung gelangten, teilweise in der Art der gebrauchten Interferenz ihre Erklärung. Die mit den bei diesen Untersuchungen verwendeten Apparaten erhaltenen Ergebnisse zeigen klar, daß die gemessenen Wellenlängen die des Empfängers sind. So wurden bei einer gleichbleibenden Länge des Erregers von 74 mm und von 75 bezw. 83 mm des Empfängers die Wellenlängen $\lambda = 188$ und $\lambda = 220$ mm erhalten. Bei einer Länge des Erregers von 50 mm und einer solchen des Empfängers von 75 mm wurde $\lambda = 184$ mm bestimmt. Bei diesen Messungen befand sich der Planspiegel hinter dem Empfänger. Es zeigte sich jedoch, daß die ganz gleiche Form der Interferenzkurve erhalten wird, wenn sich der Planspiegel hinter dem Erreger befindet. Die aus diesen Untersuchungen gezogenen Schlüsse sind folgende:

1. Ist der Empfänger von der thermoelektrisch verbundenen Type und linearer Form, so zeigen die nach einer der drei Interferenzmethoden gefundenen Werte die Wellenlänge des Empfängers an.

2. Wird die Länge des Empfängers so lange geändert, bis für einen gegebenen Erreger ein ganz deutliches Maximum erhalten wird, so ist die Grundwelle beider Systeme von gleicher Länge und gibt dann die Messung der Wellenlänge nach einer der Interferenzmethoden auch gleichzeitig die Länge der Grundwelle des Erregers.

3. Das Verhältnis zwischen der gemessenen Wellenlänge und der Länge des Empfängers im Durchschnitte aus fünf Messungen ist gleich 2,52 und stimmt ganz gut mit dem von Mac Donald theoretisch ermittelten Verhältnisse 2,53 und nicht mit dem von Poincaré gegebenen Werte (2,0) überein.

E. Meßmethoden, Meßgeräte und Meßergebnisse.

Eine neue Methode zur Bestimmung von Dielektrizitätskonstanten [1]. Prof. Dr. Kalischer beobachtete schon im Jahre 1892, daß der Gang eines Induktors in einem von diesem so weit entfernten Raume, daß er unmittelbar nicht wahrgenommen werden konnte, sich durch ein Telephon bald abhören ließ und bald nicht. Es wurde nun gefunden, daß die Wirkung nur dann ausblieb, wenn an der Sekundärspule alles symmetrisch war. So war eine Wirkung nicht zu beobachten, wenn die Pole des Induktors unbelastet blieben. Wurde jedoch ein Stückchen Draht in eine der Elektroden so eingeklemmt, daß er frei in die Luft ragte, so trat sofort eine sehr deutliche Wirkung auf das Telephon ein, welche aber alsbald wieder verschwand, wenn ein gleiches Stück Draht mit der anderen Elektrode verbunden wurde. Das gleiche zeigt sich, wenn man den Induktor mit einem Erreger für Hertzsche Schwingungen in der Anordnung von Lecher verbindet. Sind dessen beide Teile symmetrisch angeordnet, so schweigt das Telephon, hängt man aber ein Stückchen Stanniol an den einen Draht des Erregers, so ertönt das Telephon. Diese Wirkung kompensiert sich aber sofort, wenn man an den zweiten Draht ein gleiches Stanniolstück hängt. Es ist also nicht notwendig, wie Mosler (siehe S. 219, Fig. 156) angibt, den Induktor einpolig zu erden, um eine Lautübertragung zu erhalten, sondern es genügt, die eine Klemme zu belasten, die andere dagegen unbelastet zu lassen. Allerdings wird das Ertönen erheblich stärker, wenn das eine Ende geerdet ist.

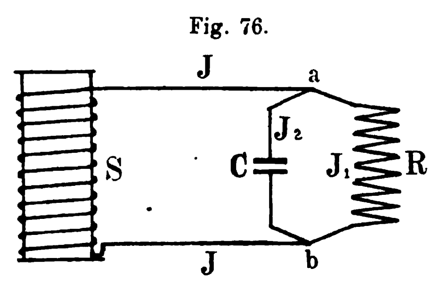
Es findet sich nun aus obigen Beobachtungen eine einfache und empfindliche Methode, die Dielektrizitätskonstanten zu bestimmen. Verbindet man den einen Pol der Sekundären mit dem zu untersuchenden Kondensator und kompensiert ihn durch einen mit dem anderen Pole verbundenen Luftkondensator, so wird bei völliger Gleichheit der Zuleitungen und der Kapazität der Kondensatoren das Telephon schweigen. Der Versuch läßt sich zur Kontrolle doppelt ausführen und zwar in der Weise, daß man einmal den Funken zwischen den Kugeln eines Entladers überspringen läßt und das andere Mal die Kugeln so weit auseinanderzieht, daß kein Funke überspringen kann.

Neues Verfahren zur Bestimmung von Selbstinduktionskoeffizienten von Prof. W. Peukert [2]. Die zumeist an-

[1] E. T. Z. 1905, S. 680.
[2] E. T. Z 1905, S. 922.

gewendeten Verfahren zur Messung der Selbstinduktionskoeffizienten erfordern besondere Vorrichtungen, sind umständlich und zeitraubend und bedingen ein gewisses persönliches Geschick. Die verhältnismäßig einfache Art der Messung von Selbstinduktionskoeffizienten aus der Impedanz oder dem scheinbaren Widerstande der zu untersuchenden Spule ist nicht immer anwendbar, weil die Spulen, wenn deren Erwärmung nicht eintreten soll, häufig nicht eine so starke Strombelastung vertragen, um an deren Klemmen einen bequem meßbaren Spannungsunterschied zu erhalten.

Fig. 76.



Bei dem neuen Verfahren, welches in der Ausführung sehr einfach ist, sind keine besonderen Versuchsanordnungen erforderlich.

Das Verfahren beruht auf folgenden Grundlagen: Wirkt in einer Spule S vom Widerstande r (Fig. 76), an welche ein induktionsfreier Widerstand R und zu diesem parallel eine Kapazität C angeschlossen ist, eine irgendwie erzeugte und nach dem einfachen Sinusgesetze sich periodisch ändernde E.M.K. $e = E \sin \omega t$ ein, so wird die Spule von einem sinusartigen Strom

$$i = J \sin (\omega t - \varphi)$$

durchflossen, welcher gegen die E.M.K. eine Phasenverschiebung um den Betrag φ hat. ω bedeutet in diesem Falle

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi p,$$

wenn T die Dauer einer Periode und p die Zahl der Perioden darstellt. Der induktionsfreie Widerstand R gibt mit der parallel geschalteten Kapazität C einen Gesamtwiderstand für den Wechselstrom gleich

$$\frac{R}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}.$$

Der Spannungsunterschied zwischen den beiden Punkten a und b ist dann

$$\frac{J \cdot R}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}.$$

Der Strom J teilt sich bei a und b in zwei Teile. Der Strom J_1,

welcher den induktionsfreien Widerstand durchfließt und sich mit der Spannung in gleicher Phase befindet, ist

$$J_1 = \frac{J}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}.$$

Der zweite Teilstrom, d. i. der Ladestrom des Kondensators, eilt der Spannung um 90° vor und ist

$$J_2 = \frac{J R \omega C}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}.$$

Die beiden Teilströme stehen senkrecht zueinander und entsprechen der Bedingung

$$J_1^2 + J_2^2 = J^2.$$

Es ist sodann der scheinbare Widerstand oder die Impedanz gleich

$$\sqrt{\left[r + \frac{R}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}\right]^2 + \left[\omega L - \frac{R}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}\right]^2}.$$

Der Strom J ist gegen die E.M.K. um den Phasenwinkel φ verzögert, dessen Größe bestimmt ist durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{R}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}}{r + \frac{R}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}}.$$

Dieser Ausdruck, somit auch die Phasenverschiebung, wird Null, wenn der Zähler Null wird, also folgende Bedingung erfüllt ist:

$$\omega L - \frac{R}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} = 0$$

oder

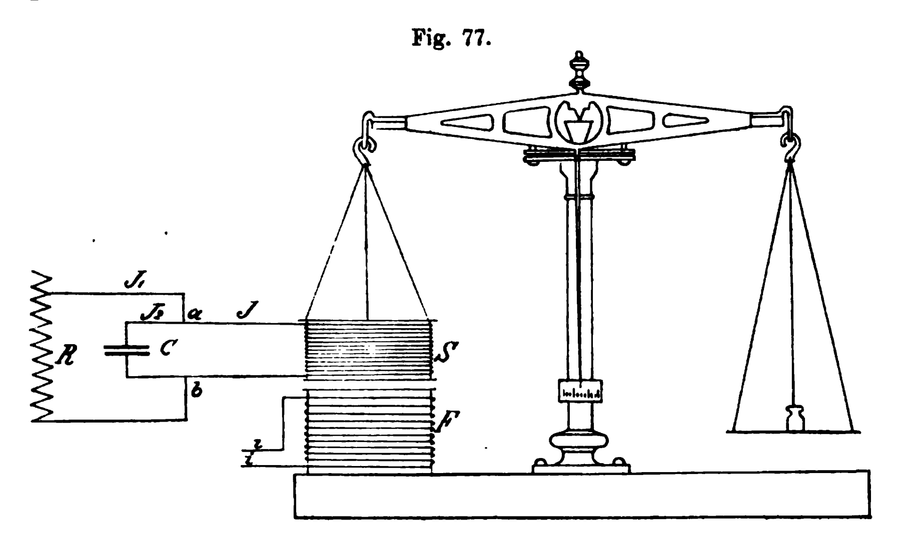
$$L = \frac{R}{\omega \sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}.$$

Es läßt sich sonach durch entsprechende Wahl von R und C die Phasenverschiebung zwischen Strom und E.M.K. aufheben. Sind nun diese Werte von R und C bekannt, so läßt sich dann, wenn ω gegeben ist, die Selbstinduktion L berechnen. Es ist also bei der beschriebenen Versuchsanordnung R und C oder auch nur eine dieser Größen so zu ändern, daß Phasengleichheit eintritt und dann L aus den so ermittelten Werten zu berechnen.

Die Erzeugung der E.M.K. in der Spule und die Ermittlung der Phasengleichheit läßt sich nun folgendermaßen durchführen.

Man befestigt die zu untersuchende Spule an einem Arme einer empfindlichen Wage und gleicht ihr Gewicht durch Gegengewichte vollständig aus (Fig. 77). Unter dieser Spule wird eine zweite Spule angeordnet, durch welche Wechselstrom von irgend einer Wechselstromquelle gesendet wird. Zur Verstärkung der Wirkung dieser Spule kann auch in diese ein passend unterteilter Eisenkern eingesetzt werden. Der Stromkreis der beweglichen Spule wird durch einen induktionsfreien Widerstand R und eine zu diesem parallel geschaltete Kapazität C geschlossen. Es tritt nun zwischen diesen beiden Spulen eine elektro-

Fig. 77.



induktive Wirkung ein, die obere Spule wird abgestoßen und das Gleichgewicht der Wage gestört. Die in der beweglichen Spule induzierte E.M.K. ist um 90° gegen den induzierenden Strom in der Phase verschoben. Diese E.M.K. induziert nun wieder einen Strom mit einer Phasenverschiebung von 90° und ist sohin der induzierte Strom gegen den induzierenden Strom in der Phase um eine halbe Periode verschoben, was eine Abstoßung der beiden Ströme bedingt. Aendert man nun den Widerstand R und die Kapazität C so lange, bis keine Abstoßung der oberen Spule mehr erfolgt, die Wage sonach in den Gleichgewichtszustand zurückkehrt und in diesem verbleibt, so muß die Phasenverschiebung zwischen induzierter E.M.K. und induziertem Strom gleich Null geworden sein und ist in diesem Falle der induzierte Strom gegen den induzierenden um 90° verschoben. Während

der eine Strom von Null bis zum Höchstwerte ansteigt, sinkt der andere Strom vom Höchstwert bis Null herab. Dieser Synchronismus der beiden Spulen bleibt dauernd aufrecht, so daß eine Abstoßung der oberen Spule nicht mehr erfolgen kann, die Spule sonach in Ruhe bleibt. Die Selbstinduktion, welche die Phasenverschiebung und damit auch die Abstoßung bewirkt, ist in diesem Falle durch die Kondensatorwirkung oder, was das gleiche besagt, die Selbstinduktionsspannung durch die Kondensatorspannung aufgehoben worden. Man hat hiermit sonach ein einfaches Mittel, das Verschwinden der Phasenverschiebung zwischen E.M.K. und Strom des beweglichen Solenoides zu erkennen. Sowie dieser Zustand erreicht ist, läßt sich der Selbstinduktionskoeffizient L der Spule aus der gegebenen Formel berechnen. Ist die Wurzelgröße des Nenners in der gegebenen Formel $\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}$ nicht wesentlich von der Einheit verschieden, so ist ein angenäherter Wert für den Selbstinduktionskoeffizienten schon durch die einfache Beziehung $L = \frac{R}{\omega}$ gegeben.

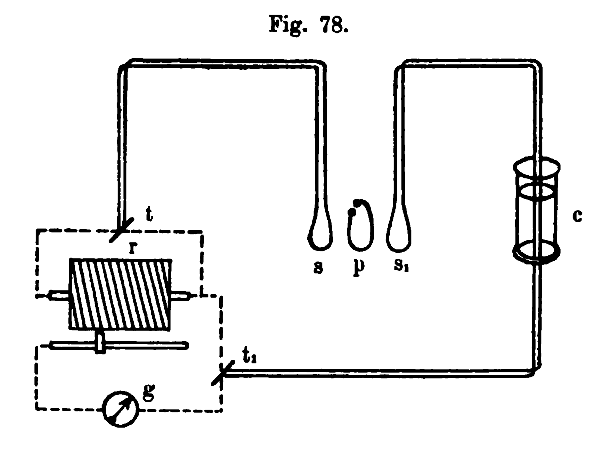
Bei der Ausführung des Versuches wählt man eine passende Kapazität und ändert den Widerstand R so lange, bis die Abstoßung verschwindet. Es läßt sich aber auch umgekehrt bei unverändertem Widerstande die Kapazität so lange ändern, bis die Wage wieder in das Gleichgewicht kommt. Dieser Vorgang ist jedoch nur dann zu empfehlen, wenn eine Kapazität zur Verfügung steht, die ganz allmähliche Aenderungen gestattet. Am zweckmäßigsten ist es jedoch, die grobe Abgleichung mittels der Kapazität und die feine Abgleichung mittels des Widerstandes vorzunehmen. Bei hinreichender Empfindlichkeit der Wage läßt sich die Abgleichung sehr scharf durchführen. Es ist jedoch sehr darauf zu achten, daß die Zuführungsdrähte die Beweglichkeit der Wage in keiner Weise behindern. Der Widerstand ist so zu wählen, daß der Strom nicht so stark wird, um eine Erwärmung der Spule herbeizuführen. Die Stärke des induzierenden Wechselstromes ist ebenfalls so zu wählen, daß die feste Spule nicht erwärmt wird, um die Angabe der Wage nicht durch warme Luftströmungen zu beeinflussen.

Dieses Verfahren erfordert keine besondere Versuchseinrichtung, ist einfach in der Ausführung und auch hinreichend empfindlich, da nach erzielter Abgleichung eine geringe Widerstandsänderung (0,1 Ohm) schon einen beträchtlichen Ausschlag an der Wage bedingt. Ausgeführte Messungen bestätigten vollkommen die Richtigkeit der Voraussetzungen.

Die Verwendung des elektrolytischen Wellenanzeigers in der Brückenmethode[1]). W. Nernst hat bereits 1897 nachgewiesen, daß sich mit sehr schnellen Schwingungen verhältnismäßig genaue Messungen durchführen lassen, wenn man in der Brückenkombination eine mikrometrisch verstellbare Funkenstrecke oder eine kleine Vakuumröhre verwendet. Frühere Versuche, an deren Stelle einen Fritter zu benutzen, mißlangen, weil dessen Empfindlichkeit für Meßzwecke zu veränderlich ist.

W. Nernst und F. v. Lerch zeigen nun jetzt, daß der elektrolytische Wellenanzeiger von Schloemilch sich für diese Zwecke sehr

Fig. 78.



gut eignet und die Wiederverwendung des Telephones als Nullinstrument ermöglicht. Mit der von diesen geschaffenen Versuchsanordnung wurde die Brauchbarkeit des Apparates für Widerstandsmessungen von Flüssigkeiten nachgewiesen.

Messung der Absorption elektrischer Wellen[2]). Die Bestimmung der Absorption elektrischer Wellen durch Flüssigkeiten beruht auf Intensitätsmessungen und kann, da die Korrosion der Funkenpole die Erzeugung elektrischer Wellen von gleichbleibender Intensität durch längere Zeit unmöglich macht, nur eine Nullmethode über die Schwierigkeiten der Messungen hinweghelfen. Otto Berg hat nun eine solche Methode gefunden, bei welcher er sich der Anordnung in Fig. 78 bedient.

Einem Primärerreger nach Blondlot p steht beiderseitig je ein Sekundärerreger $s s_1$ gegenüber. Die von dem einen Sekundärerreger

[1]) Ann. d. Ph. Bd. 15, S. 836.

[2]) Ann. d. Ph. Bd. 15, S. 307.

abgehenden parallelen Drähte gehen durch eine Schicht c der zu untersuchenden Flüssigkeit und endigen dann in ein Thermoelement t_1 nach Klemenčič. Die Paralleldrähte des zweiten Sekundärerregers, welche sonst frei verlaufen, endigen gleichfalls in ein Thermoelement t. Die elektromotorische Kraft des Thermoelementes t wird nun nach der Kompensationsmethode mittels Brückenwalze und Galvanometer mit der des Thermoelementes t′ verglichen. Dieser Vergleich der E.M.K der beiden Thermoelemente erfolgt nun für verschiedene Schichtdicken der Flüssigkeit. Die E.M.K. der Thermoelemente ist bei den hier in Betracht kommenden Temperaturunterschieden der in der Zeiteinheit durch die Wellen zugeführten Energie proportional.

Bestimmt man nun für eine Reihe von Schichtdicken der gleichen Flüssigkeit die Verhältnisse der E.M.K. beider Thermoelemente und stellt die gewonnenen Ergebnisse durch eine Kurve dar, für welche die Schichtdicken als Abszissen, die Verhältnisse als Ordinaten aufgetragen werden, so läßt sich der Absorptionskoeffizient x aus der Formel

$$x = \frac{1}{(n_1 - n_2)\,\pi} \log \operatorname{nat} \frac{y_1}{y_2}$$

berechnen, worin n_1 und n_2 zwei aufeinanderfolgende Schichtdicken und y_1 und y_2 die zugehörigen Ordinaten sind. Die Brauchbarkeit dieser Methode wurde von Berg an zwei Chlorkaliumlösungen verschiedener Konzentration erprobt.

Untersuchungen von P. Drude über die Eichung von Wellenmessern[1]. Bei zweien von den drei bisher angewendeten Formen der Wellen- oder besser gesagt Frequenzmessern, da diese Instrumente tatsächlich nur die Schwingungsperiode oder Frequenz unmittelbar bestimmen, wird in einer geschlossenen Drahtleitung, die Kapazität und Selbstinduktion enthält, die Resonanz dadurch hergestellt, daß man eine dieser beiden Größen meßbar abändert. Bei der dritten Form, dem Slabyschen Multiplikationsstabe, wird Resonanz mit einer Spule veränderlicher Länge hergestellt. Bei den beiden ersten Formen dieser Wellenmesser ließe sich allenfalls eine Eichung entbehren, da sich Kapazität und Selbstinduktion so herstellen lassen, um ihre Werte berechnen oder mit langsameren Wechselströmen messen zu können. Doch führt auch hier eine direkte Eichung sicherer zum Ziele. Beim Multiplikationsstabe ist aber eine direkte Eichung nicht zu umgehen, wenn man nicht an einer genau bestimmten Herstellung der Spulen festhält, was jedoch vielfach unpraktisch zu sein scheint.

[1] E. T. Z. 1905, S. 339.

Der Multiplikationsstab ist in der Handhabung äußerst bequem und gibt für die Praxis der drahtlosen Telegraphie hinreichend genaue Resultate.

Untersuchungen von drei dieser Multiplikationsstäbe zeigten jedoch, daß die an diesen angebrachte Eichung nicht innerhalb der Meßgenauigkeit mit den durch die Kontrollmessung erhaltenen Ergebnissen übereinstimmt. Es findet dies seine Begründung darin, daß Slaby die Eichung an geradlinig ausgespannten Erregern vornahm, von der Voraussetzung ausgehend, daß die halbe Eigenwellenlänge eines solchen Erregers gleich seiner Gesamtlänge sei. Diese Methode ist, abgesehen von der großen Unbequemlichkeit für lange Wellen von 100 m und darüber, auch theoretisch nicht einwandfrei, da ein einzelner gerader Draht durch den Einfluß von benachbarten Leitern und Isolatoren, insbesondere aber der Erde und des Körpers des Beobachters eine halbe Wellenlänge ergibt, welche je nach zufälligen Umständen um 4 v. H. bis 8 v. H. größer als die Drahtlänge ist. Auch läßt sich in einem geradlinigen Erreger eine gut ausgebildete Schwingung viel schwieriger erzeugen, als in einem größere Kapazität und geringere Selbstinduktion enthaltenden Kondensatorkreise.

Der von Slaby benutzte, parallel zur Erde ausgespannte Einzeldraht ist, selbst wenn der Boden mit einem Metallbelag versehen wird, ein schlecht definiertes System für elektrische Schwingungen, denn die von einem solchen Drahte ausgehenden elektrischen Kraftlinien suchen den nächstliegenden Leiter zu laden und wechselt daher die Kapazität dieses Drahtes je nach der Stellung des Beobachters oder anderer Leiter bezw. Dielektra. Die Lecherschen Paralleldrähte, bei welchen in gegenüberliegenden Punkten die Stromrichtung und Spannung in jedem Zeitmoment einander entgegengesetzte Werte haben, sind deshalb für Präzisionsmessungen der Wellenlänge dem Einzeldrahte überlegen.

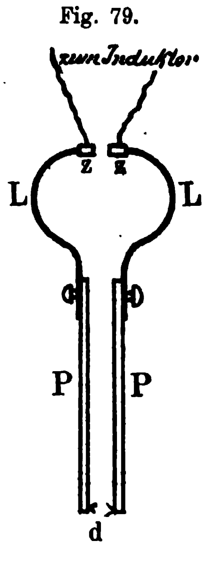
Diese Paralleldrähte wurden von Drude schon seit Jahren zur Eichung eines Wellenerregers oder Wellenmessers benutzt. Die von ihm angewendeten Methoden lassen sich nun auch für eine exakte Messung jener langen Wellen, wie solche in der Praxis der drahtlosen Telegraphie nutzbar gemacht werden, gebrauchen.

A. Direktes Verfahren. In einem Petroleumbade befinden sich die zwei Platten PP (Fig. 79) eines Kondensators, bestehend aus quadratischem Aluminiumbleche von 2 mm Dicke und 18 cm Seitenlänge. Die eine dieser Platten ist an einem Stativ starr befestigt, die andere hingegen mittels Mikrometerschraube gegen die erstere bis auf

4 cm verschiebbar. Der Abstand d der beiden Platten läßt sich bis auf $^1/_{100}$ mm genau und unmittelbar ablesen.

An die beiden oberen Enden dieser Platten wird die aus zwei symmetrischen Drahtstücken L L bestehende Selbstinduktion der Erregerleitung angeschraubt, die im Bedarfsfalle auch aus mehreren Windungen bestehen kann. An deren Ende ist je ein Zinkstückchen Z angelötet, zwischen welchen die Entladung stattfindet. Die Zinkstücke ergeben, ohne daß man sie zu putzen braucht, eine sehr geringe Dämpfung. Von diesen Zinkstückchen führen dünne Drähte zu einem nicht zu starken Induktor. Zur Veränderung der Funkenlänge zwischen z z werden entweder die Drahtstücke L L an zwei beweglichen Isolierstativen angekittet, oder es wird die Speiseleitung des Induktors an einer mikrometrisch verstellbaren Ebonitgabel befestigt und werden sodann deren Enden durch zwei Löcher in den Zinkstücken gesteckt, so daß L L einerseits an die Gabel und anderseits an den beiden Aluminiumplatten befestigt ist.

Fig. 79.



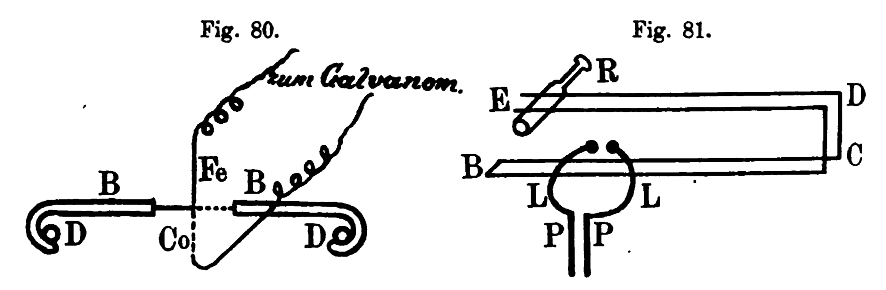
Die in diesem Kreise zu erregenden Wellenlängen lassen sich unter Beibehaltung des einen Kondensators einesteils durch Anwendung verschiedener Selbstinduktionen, andernteils durch Aenderung des Abstandes d innerhalb sehr weiter Grenzen ändern. Werden beispielsweise als Selbstinduktionen zwei Halbkreise aus 1 mm dicken, 1 cm breiten Kupferstreifen verwendet, so wird $\lambda = 6$ m für $d = 7$ mm. Besteht hingegen die gesamte Selbstinduktion aus 19 Windungen von 20 cm Durchmesser, so erhält man für $d = 1{,}7$ mm eine Wellenlänge $\lambda = 320$ m.

Zur feinen Veränderung der Wellenlängen wird der Abstand d der Kondensatorplatten mittels der Mikrometerschraube entsprechend geregelt.

Für die Einstellung auf eine bestimmte Wellenlänge werden etwa 2 cm über dem Erreger L L zwei Drähte D D (Fig. 80) von $^1/_2$ oder 1 mm Dicke schraff so ausgespannt, daß sie an allen Punkten einen gleichen Abstand a haben. Dieser Abstand beträgt für kürzere Drähte bis zu 8 m Länge etwa 3 cm und für längere Drähte zwischen 5 und 10 cm. Bis $\lambda = 16$ spannt man zwei 8 m lange Drähte D D mit ihren Enden an zwei Stelltischen mittels hölzerner Klemmschrauben fest und überbrückt sie durch zwei Metallbügel B B an ihren Enden,

so daß diese Drähte zwischen diesen Bügeln frei in der Luft verlaufen. Die Erregerleitung wird etwa 2 cm unter den Drähten D D im Zwischenraume der beiden Brücken und zwar möglichst nahe einer der Brücken angebracht. In die Mitte zwischen B B wird nun eine mit verdünnter Luft oder besser noch mit Helium gefüllte Glasröhre gebracht und der Schwingungskreis erregt. Sodann wird der Abstand d der Kondensatorplatten P P so lange verändert, bis die Röhre hell aufleuchtet. Die Beobachtung hat im verdunkelten Raume zu geschehen. Die Einstellung von d hat sehr scharf zu erfolgen. Der Abstand d bezeichnet jene Stellung der Kondensatorplatten, bei welcher der erregende Schwingungskreis in Resonanz mit den Paralleldrähten steht. Die Kopplung zwischen diesen und dem Erreger ist durch die von letzterem ausgehenden, den Raum durchsetzenden magnetischen Kraftlinien eine magnetische. Sie ist bei geringer Ausdehnung von L L zwar sehr

Fig. 80. Fig. 81.



schwach, reicht aber vollständig aus, um die Röhren zum intensiven Aufleuchten zu bringen. Durch diese schwache Kopplung wird aber die Einstellung auf Resonanz wieder eine sehr scharfe. Der Abstand der beiden Brücken B B mehr der Brückenlänge ist gleich der halben Wellenlänge. Durch Verschieben einer der beiden Brücken lassen sich im Erreger verschiedene genau bestimmte Wellenlängen feststellen. Theoretisch bedarf die Wellenlänge wegen der Kapazitätsvermehrung durch die aufgelegte Glasröhre einer kleinen Korrektion, doch liegt der Fehler für $\lambda > 6$ m unter 1 v. H. und ist daher praktisch vernachlässigbar.

Ist auf diese Weise die Wellenlänge im Erregerkreise bestimmt, so wird der zu eichende Wellenmesser unter genauer Einhaltung des vorher bestimmten Abstandes d der beiden Platten P P mit diesem Kreise in Resonanz gebracht. Bei Eintreten der Resonanz muß der Wellenmesser genau in der gleichen Wellenlänge schwingen, wie der Erregerkreis und ist demnach die Angabe des Wellenmessers auf absolute Werte von λ reduziert.

Dieses Verfahren eignet sich nur gut für Wellenlängen bis zu

16 m, für größere Wellenlängen wird es aber unpraktisch, da die Räumlichkeiten zumeist zu klein sind und die Vakuumröhre vom Beobachter beim Einstellen der Platten P P zu weit entfernt ist. Die Eigenwelle eines Paralleldrahtes ändert sich aber nicht, wenn er an einer oder mehreren Stellen rechtwinklig abgebogen wird. Auch läßt sich die Länge der Drahtleitung auf die Hälfte herabmindern, wenn man die Drähte nicht an beiden, sondern nur an einem Ende metallisch verbindet. Die Eigenwellenlänge eines solchen Drahtsystemes ist gleich der doppelten Länge der ganzen Drahtleitung. Für Eichung größerer Wellenlängen wird der Draht daher in die in Fig. 81 dargestellte Form B C D E gebracht. Am freien Ende E wird die Vakuumröhre R über die Drähte gelegt. Ihr Leuchten läßt sich leicht beobachten, da sie sich in der Nähe des am Erreger L L P P stehenden Beobachters befindet. Die Drähte können auf diese Weise viel länger gemacht werden. Die Drähte sind hierbei möglichst im freien Raume zu führen und ist darauf zu achten, daß sie stets einen gleichen Abstand voneinander haben, weil sonst die halbe Wellenlänge nicht mehr gleich der Länge der ganzen Drahtleitung ist, und leicht Fehler bis zu 4 v. H. entstehen können.

B. Indirektes Verfahren. Für Eichung längerer Wellen erweist sich dieses Verfahren jedoch als wenig bequem, insbesondere wenn viele verschiedene Zwischenpunkte eines Wellenmessers festgestellt werden sollen, da dann immer Leitungen von verschiedener Länge benutzt werden müssen. Hier eignet sich das indirekte Verfahren insbesondere mit Bezug auf die in der Praxis gebräuchlichen großen Wellenlängen viel besser.

Ueber den Wellenerreger wird als Resonanzleitung ein Drahtsystem von zwei parallelen Drähten mit dem gegenseitigen Abstande a gespannt. Diese sind an dem einen Ende durch eine verschiebbare Brücke und am anderen Ende durch einen Kondensator verbunden. Wird die Drahtlänge zwischen Kondensator und Brücke mit b, der gegenseitige Drahtabstand mit a und der Drahthalbmesser mit ρ bezeichnet, so ist die Selbstinduktion des Systemes

$$L = 4\,(a + b)\left[\ln \frac{a}{\rho} - 1{,}31\,\frac{a}{b} + 1{,}06\left(\frac{a}{b}\right)^2\right] \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Ist C die elektrostatisch gemessene Kapazität des Kondensators, so ergibt sich die Eigenwelle des Systemes aus

$$\lambda = 2\pi\sqrt{LC} + \frac{\pi}{3}\,\frac{b^2}{\sqrt{CL}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

wobei vorausgesetzt ist, daß das zweite Glied dieser Formel nur einige Prozente des ersten Gliedes ausmacht. Der Kondensator besteht zweckmäßig aus zwei Aluminiumplatten von 2 mm Dicke, die einen Luftabstand von 1 mm haben und durch Ebonitschrauben miteinander verbunden sind. An die Platten ist je ein Kupferdraht befestigt, der in eine Oese an dem einen Ende der Paralleldrahtleitung einpaßt, so daß der Kondensator an die Paralleldrähte angehängt werden kann und einen guten Kontakt mit diesen Drähten hat.

Die Kapazität C des Kondensators wird, wenn die Platten gut eben geschliffen sind, berechnet oder durch Paralleldrahtleitung nach dem beschriebenen direkten Verfahren in folgender Weise bestimmt. Der Wellenerreger wird auf eine bereits bekannte Wellenlänge eingestellt. Dann wird in das eine Ende der vorher überbrückten Paralleldrähte der Kondensator eingehängt und ein Bügel mit der Hand so lange verschoben, bis sich der sekundäre mit dem Erregerkreis in voller Resonanz befindet, sohin auch die gleiche Wellenlänge besitzt. Das Auftreten der Resonanz wird an einer kleinen Hilfsfunkenstrecke oder besser noch an einer Heliumröhre erkannt. Die Kapazität des Kondensators berechnet sich dann aus der Formel

$$C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 L} - \frac{b^2}{3L} \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

Ist C so ermittelt, so läßt sich die Brücke leicht auf verschiedene Längen von b einstellen und die zugehörige Wellenlänge nach (2) ausrechnen. Der Erreger wird nun auf diese Wellenlänge in Resonanz gebracht. Hierauf nimmt man die Paralleldrähte weg und bringt den zu eichenden Wellenmesser mit dem Erregerkreise, dessen Wellenlänge nunmehr bekannt ist, in Resonanz.

Bei Anwendung eines Kondensators von 20 cm Durchmesser der Platten und 1 mm Abstand kann man b gleich 7 m wählen und wird dann $\lambda = 110$ m. Es beträgt in diesem Falle das zweite Glied der Formel (2) immer erst noch 3 v. H. des ersten Gliedes und könnte daher b noch größer sein, ohne daß diese Formel versagt.

Je größer b ist, desto besser spricht die an den Kondensator gelegte Röhre an. Ist die Röhre nicht zum Leuchten zu bringen, so ist b im Verhältnisse zu C zu klein. Es ist sodann ein kleineres C und dementsprechend ein größeres b zu nehmen und wird dann die Röhre sicher leuchten, wenn die elektromagnetische Kopplung zwischen Erreger und den Paralleldrähten nicht zu schwach ist. Mit

$$b > 1/3\, C$$

läßt sich das Leuchten der Röhre sicher erzielen. Mit $b = 7$ m und $C = 21$ cm läßt sich aber schon $\lambda = 300$ m erreichen. Die Kapazität $C = 21$ cm läßt sich durch Verschraubung mehrerer Platten auf vier Ebonitscheiben und durch Parallelschaltung der zwischen den Platten gebildeten Kapazitäten durch übergreifende Metallbügel erhalten. Will man mit kürzerem b bei großem C arbeiten, so kann man in den verschiebbaren Bügel ein aus 0,1 mm dickem Eisen- und Konstantandraht gebildetes, etwa 1 cm langes Thermoelement Fe — Co einfügen und dessen Enden (Fig. 80) zu einem Galvanometer von kleinerem inneren Widerstande führen. Der Maximalausschlag zeigt dann das Bestehen der Resonanz zwischen Erreger und Parallelleitung an. Man arbeitet aber mit Leuchtwirkungen viel schneller als mit Thermoströmen.

Die auf diese Weise durchgeführten Kontrollmessungen an drei Multiplikationsstäben von Slaby zeigten, daß die wirklichen Wellenlängen immer etwas größer sind, als die nach der Slabyschen Eichmethode gefundenen, was eben mit der Tatsache zusammenhängt, daß die Eigenwellenlänge eines geradlinigen Erregers etwas größer ist als die doppelte Erregerlänge, während Slaby annimmt, daß $\lambda = 2l$ ist.

Bei diesen Messungen wurde magnetische Kopplung mit dem Erreger angewendet und war daher eine Kapazitätsvermehrung des freien Stabendes durch angenäherte Leiter vollständig vermieden. Die Erregung wurde nur so stark gewählt, daß die am Stabende auftretenden Lichtbüschel sehr klein waren, weil der Stab bei starker Erregung kleinere Angaben für die gleiche Wellenlänge ergibt, indem sich dann der Stromknoten nicht streng am Stabende, sondern etwas außerhalb bildet.

Bei der elektrischen Kopplung zeigten die Stäbe noch kleinere Angaben als bei der magnetischen, was daher rührte, daß die Paralleldrähte mit dem Erreger zu schwach gekoppelt waren. Es mußte daher der Stab, um Büschelbildung zu erreichen, diesen Drähten zu sehr genähert werden, wodurch Kapazitätsvermehrung am freien Stabende auftrat. Bei stärkeren elektrischen Feldern wurde jedoch Uebereinstimmung der Angaben der Stäbe für die elektrische und magnetische Kopplung gefunden.

Es ist hier zu erwähnen, daß De Forest und Dr. Jves die Eichung des von ihnen geschaffenen Wellenmessers, wie dies aus den F. d. T. III, S. 149 zu entnehmen ist, gleichfalls an Lecherdrähten, jedoch in etwas anderer Weise durchgeführt haben.

Untersuchungen über den Slabyschen Multiplikationsstab zum Messen der Wellenlängen[1]. Ueber diese in der Physikal.-Techn. Reichsanstalt durchgeführten Untersuchungen wird von E. Gehrcke folgendes berichtet. Die Messung der Wellenlängen hat durch die Frage der Abstimmung der funkentelegraphischen Stationen eine erhöhte Bedeutung gewonnen. Es handelte sich nun für die erwähnte Anstalt in erster Linie darum, ein Gebrauchsnormale von Schwingungskreisen zu schaffen, mit denen andere zu eichende Schwingungskreise verglichen werden können. Als Grundlagen für die Messung der Wellenlängen hatten dabei die elektrischen Wellen an geraden Drähten zu dienen, da diese genau und in prinzipiell einfacher Weise meßbar sind.

Alle bisher bekannten Wellenmesser, wie der Drudesche Schwingungskreis[2], die Wellenmesser von Graf Arco[3], Dönitz[4], Ives[5] und der Multiplikationsstab von Slaby[6] beruhen auf dem Resonanzprinzip, wobei ein Schwingungssystem von bekannter, beliebig veränderlicher Eigenperiode mit dem zu messenden Schwingungssysteme in Resonanz gebracht wird. Es ergibt sodann die Einstellung auf das Resonanzmaximum des ersten Systemes, die Größe der von dem zweiten System entsendeten Wellenlänge.

Unter diesen Wellenmessern zeichnet sich der Multiplikationsstab sowohl durch die Einfachheit der Konstruktion als die Bequemlichkeit der Handhabung aus und läßt diesen vor allem geeignet erscheinen, als Gebrauchsnormal für die Eichung anderer Wellenmesser zu dienen. Es erscheint nämlich jedenfalls viel vorteilhafter, eine einfache Drahtspule als einen ganzen Schwingungskreis mit Oelkondensator aufzubewahren und zwar dies umso mehr, als die zeitlichen Aenderungen einer festen Spule bei guter Behandlung geringer sein müssen, als die eines komplizierten Schwingungskreises.

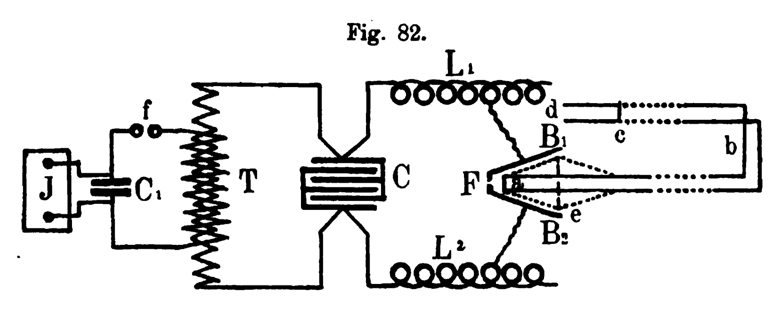
Da die Drahtwellen an einem gerade ausgespannten Drahte, wie dies Drude schon hervorhob, durch die Umgebung erheblich beeinflußt werden können, wogegen das den Lecherschen Doppeldrähten nicht anhaftet, indem hier das elektrische Kraftfeld wesentlich in dem Raum in nächster Nähe des Kraftfeldes konzentriert ist, wurden

[1] E. T. Z. 1905, S. 697.
[2] F. d. T. III, S. 147.
[3] F. d. T. II, S. 38.
[4] F. d. T. II, S. 43.
[5] F. d. T. III, S. 149.
[6] F. d. T. II, S. 57.

für die Eichung der Stäbe nur die Lecherschen Doppeldrähte verwendet.

Es wurde hierfür im allgemeinen die in Fig. 82 dargestellte Anordnung benutzt. Zur Erregung des Schwingungskreises diente ein Induktor J von 25 cm Schlagweite, der entweder mit unterbrochenem Gleichstrom oder für lange Wellen mit Wechselstrom von 50 Perioden in der Sekunde betrieben wurde. Der Schwingungskreis bestand aus Leydenerflaschen, einer Drahtspule und einer Zinkfunkenstrecke. Es wurden je nach der Größe der Wellenlänge 1 bis 4 Flaschen von je 600 bis 1000 qcm Oberfläche der Belegungen benutzt. Die Spule bestand aus 6 Windungen, war auf einen Glaszylinder von 14 cm Durchmesser gewickelt und bildete die Primäre eines Teslatransformators T, dessen Sekundäre aus 100 Windungen besponnenen Kupferdrahtes bestand, die auf einen Holzkern von 11 cm Durchmesser auf-

Fig. 82.



gewickelt waren. Dieser Teslatransformator lud die Kapazität C auf, die mit den Selbstinduktionen L_1 und L_2 und der Funkenstrecke F zu einem neuen Schwingungskreis geschlossen war, welcher den eigentlichen primären Erreger der zu messenden Hertzschen Wellen bildete. C bestand je nach der Wellenlänge aus 2, 4 oder 6 Zinkplatten von 1 m Durchmesser oder auch aus zwei kleineren Zinkplatten von 40, 20 und 10 cm Durchmesser und waren die Platten in Luft durch zwischengestellte Porzellanisolatoren von 2,5 cm, 4 cm und 7,5 cm Höhe in dem gewünschten Abstande gehalten. Die Selbstinduktionen bestanden aus zwei senkrechten isolierten Spulen von je 30 Windungen 3,5 mm dicken Kupferdrahtes mit 17 cm Windungsdurchmesser und 3,3 cm Windungsabstand, zu welchen noch zwei kleinere, sonst ganz gleiche Spulen von je 10 Windungen zugeschaltet werden konnten. Die Funkenstrecke wurde von zwei Kupferbügeln B_1 und B_2 von je 65 cm Länge und der angedeuteten Gestalt gebildet und endigte bei F in zwei Messingkugeln, die in Petroleum tauchten. Alle Verbindungen des Schwingungskreises $C L_1 F L_2$ waren aus Kupferbändern von 1 cm

Breite gebildet. Durch Veränderung der Kapazität C und der Selbstinduktionen $L_1 L_2$ konnten Wellenlängen von $\lambda = 5$ bis 520 m erzeugt werden.

Mit einem solchen Schwingungskreise erhält man im allgemeinen nicht eine einzelne Wellenlänge λ, sondern zwei solche λ_1 und λ_2. Die einfachen Voraussetzungen der gewöhnlichen Theorie des Thomsonschen Schwingungskreises werden hier nämlich nicht erfüllt, da die beträchtlichen Kupfermassen der Selbstinduktionen $L_1 L_2$ eine über einen Teil der Leitung verteilte Kapazität darstellen, die neben C nicht zu vernachlässigen ist. Dies hat nun zur Folge, daß außer der in C vor sich gehenden Schwingung des elektrostatischen Feldes noch eine zweite Schwingung zu stande kommt, deren elektrostatisches Feld zwischen den Spulen L_1 und L_2 liegt.

Fig. 83.

Tatsächlich wurden bei den Messungen für jede Einstellung zwei Wellen gefunden, deren Längen erheblich voneinander unterschieden sind. Es ist dies ganz so, als wenn man (Fig. 83) zwei Kapazitäten parallel zu einem durch eine Funkenstrecke gebildeten Schwingungskreis schaltet, da auch hier zwei Wellen λ_1 und λ_2 entstehen, die nahezu den beiden Schwingungen entsprechen, die jeder Kondensator für sich erzeugt.

Die Messung der vom Schwingungskreis $C L_1 F L_2$ ausgesendeten Wellen geschah in der Weise, daß eine Doppeldrahtschleife a b c d durch magnetische Kopplung erregt wurde, da dann die Länge der Drähte unmittelbar die halbe Wellenlänge ergibt. Die Kopplung des Endes a war so schwach, daß keine Rückwirkung auf den Primärkreis zu bemerken war. Es ist dies nach Drude[1]) daran zu erkennen, daß bei weitester Veränderung der Kopplungsstärke keine Veränderung der Wellenlänge bemerkbar wird. Für die längeren Wellen wurde die Kopplung zwischen Drahtschleife und den Bügeln $B_1 B_2$ durch Zwischenklemmung einer Ebonitscheibe von 10 oder eines Glasrohres von 20 cm Dicke zwischen die beiden Drähte verstärkt. Letztere bildeten dann (Fig. 82 punktiert) einen Rhombus von etwa 2 m Länge und es war somit eine Annäherung der parallelen Drähte und sohin auch eine verstärkte Kopplung erreicht.

Diese Drahtleitung wurde durch eine verschiebbare Brücke c mit

[1]) Ann. d. Ph. Bd. 9, S. 298.

dem Primärkreise in Resonanz gebracht und das Maximum der Resonanz durch das Leuchten einer elektrodenlosen Geislerröhre erkannt. Röhren, mit elektrolytischem Natrium und verdünntem Stickstoff gefüllt, erwiesen sich hierbei viel empfindlicher als Heliumröhren.

Die Doppeldrähte bestanden aus 1 mm Kupferdraht und hatten einen gegenseitigen Abstand von 2,5 cm, der durch übergesetzte Ebonitplättchen in Abständen von etwa 15 m innegehalten wurde. Die Drähte wurden im Garten 2 m über dem Boden schraff ausgespannt und ruhten auf 10 Glasstützen. Die Gesamtlänge a b d betrug 285 m und konnten sohin halbe Wellenlängen bis zu dieser Länge abgegriffen werden. Das Verschieben der Brücke wurde wegen der großen Länge von einem Gehilfen besorgt, mit welchem sich durch Pfeifen- und Laternensignale verständigt wurde. Die Versuche wurden in der Dunkelheit ausgeführt.

Mit dem Schwingungskreise $C L_1 F L_2$ wurden dann außer der Drahtschleife auch die Slabyschen Stäbe in der bekannten Weise in Resonanz gebracht, wobei die Kopplung zwischen einem Stabe und irgend einem Leiterteil des Schwingungskreises entweder eine magnetische oder eine elektrische war. Hierbei wurde beachtet, daß die Stäbe wegen der Kapazitätswirkung von benachbarten Leitern in ausreichender Entfernung von solchen gehalten werden mußten.

Vor Eichungsvornahme wurden mit einer der beschriebenen völlig gleichen Anlage orientierende Versuche an kurzen Wellen angestellt und zwar 1. der Einfluß benachbarter Metallkörper in der Nähe der Drahtleitung untersucht. Eine den Drähten bis auf 14 bezw. 4,5 cm genäherte Zinkplatte von 1 m Durchmesser ergab Resonanzstellen bei $\frac{\lambda}{2} = 12,65$ bezw. 12,68 m, während ohne Platte 12,64 m gefunden wurde. Erdung der Platte ergab $\frac{\lambda}{2} = 12,69$ m. Diese Unterschiede liegen innerhalb der Einstellungsfehler. Es blieb sich hierbei gleichgültig, ob die Zinkplatte dem Strom- oder Spannungsbauche genähert wurde. 2. Die Annäherung von Holzleisten oder Brettern änderte die Resonanzstellung nicht merklich. Ein deutlicher Einfluß war erst zu finden, wenn Holzleisten von etwa 15 $\times$ 20 mm Dicke und Breite in einer Gesamtlänge von 6 m zwischen den Paralleldrähten, jedoch ohne sie zu berühren, angebracht wurden. Bei einem solchen Versuche mit einer Holzleiste wurde eine Resonanzstellung von 11,67 m gefunden, während sich ohne Holzleisten eine Resonanzstellung von $\frac{\lambda}{2} = 11,65$ m

ergab. 3. Wurde an Stelle der Holzleisten Eisenblech von 1 mm Dicke und 3 m Länge zwischen die Paralleldrähte gehängt, so fand keine merkliche Veränderung der Resonanzstellung statt, ebensowenig, wenn zwischen die Paralleldrähte ein 1 mm starker Kupferdraht parallel gespannt wurde. 4. War das Lechersystem statt aus Kupferdrähten aus zwei Kupferbändern von je 1 cm Breite gebildet und das Drahtsystem parallel zu dem Bandsystem in einem Abstande von 20 cm geführt, so entsprachen die Wellenlängen für die Paralleldrähte von $\frac{\lambda}{2} = 11{,}55$ m, wenn der Abstand der parallelen Drähte 2 cm betrug, für die Abstände der Bänder

	von 1 mm	3 mm	10 mm
Wellenlängen $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$	von 10,25 m	10,82 m	11,51 m.

Die Kupferbänder zeigten daher praktisch schon in einem Abstande von 1 cm die gleiche Resonanzstellung, wie die Drähte bei 2 cm Abstand. Standen sich die Kupferbänder mit ihren breiten Flächen aber in einer anderen Ebene einander gegenüber, so wurde entsprechend der Halbwelle $\frac{\lambda}{2} = 11{,}55$ m bei einem Abstande der Bänder von 1 mm keine Resonanzstellung und bei einem Abstande von 8 mm eine solche von 10,48 m gefunden. 5. Versuche mit verschieden dicken Drähten von 1,02 und 0,05 mm Dicke gaben, wie zu erwarten, die gleichen Resonanzstellungen. Eine Umspinnung der Drähte mit Seide verkürzte die Resonanzstellung zwar deutlich, doch nicht mehr als um etwa 5 v. H. Ebenso hatte eine Veränderung des Abstandes der Drähte zwischen 2 und 5 cm keinen merklichen Einfluß, wenn man mit immer gleich großen Brücken überbrückte.

Die Ergebnisse der Eichung der Slabyschen Stäbe wurden in Tabellen und Kurven niedergelegt. Die Stäbe wurden für die Zwecke der Eichung mit einer Teilung in Zentimeter versehen. Als Ergebnis dieser Eichung gegenüber den von Slaby gefundenen Werten zeigte sich, daß hier oft ganz erhebliche Abweichungen vorliegen, welche im Maximum zwischen $\pm$ 5 v. H. schwankten. Diese Unterschiede in der Einstellungsgenauigkeit der verschiedenen Stäbe scheint in erster Linie durch die verschiedene Güte der am Kopfe der Schirme befindlichen Fluoreszenzschirme gelegen zu sein. Je geringer die Empfindlichkeit des Fluoreszenzschirmes ist, desto größer ist die Dämpfung des Multiplikationsstabes und infolgedessen auch die Ungenauigkeit der Angaben.

Es wird daher für die weitere Vervollkommnung der Slabyschen Stäbe empfohlen, die Dämpfung möglichst klein zu machen, d. h. einen möglichst empfindlichen Reagenzschirm oder ein anderes geeignetes Reagenz anzuwenden, für welches Heliumröhren mit Alkalielektroden in Betracht zu ziehen wären. Die Herabsetzung der Dämpfung dürfte umsomehr aussichtsreich sein, als die elektromagnetische Ausstrahlung der Multiplikationsstäbe nur sehr klein ist und diese nach dem Poyntingschen Satze vom Energiestrom gleich ist dem Vektorprodukt aus elektrischer und magnetischer Kraft. Dieses Produkt ist nun bei dem Multiplikationsstabe ein sehr geringes, da hier die elektrischen und magnetischen Kraftlinien nahezu parallel verlaufen.

Methode von Greenleaf W. Pickard zur Untersuchung von Wellenanzeigern[1]). Um die Empfindlichkeit von Wellenanzeigern gegenüber sehr schwachen Hochfrequenzströmen zu ermitteln, werden, wenn nicht eine im Betriebe stehende drahtlose Telegraphenstation zur Verfügung steht, was insbesondere bei Untersuchung von Neukonstruktionen sehr selten der Fall ist, in der Mehrzahl der Fälle kleine Sende- und Empfangsleiter in kurzem Abstande voneinander aufgestellt und der Sendeleiter durch einen nicht geerdeten Hertzschen Oszillator unter Benützung eines kleinen Induktoriums erregt. Entsprechend den geringen Ausmaßen des Oszillators ist die Schwingungsfrequenz vielfach größer als bei den großen Stationen und bedingen kleine Aenderungen der Länge der Funkenstrecke, das Polieren der Funkenkugeln u. s. w. oft eine bedeutende Aenderung der Strahlungsenergie. Ferner macht es die geringe Entfernung des Senders vom Empfänger unmöglich, die störende Wirkung der statischen Induktion auszuschließen, durch welche sich den Hochfrequenzströmen in dem Empfangsdrahte verhältnismäßig niederfrequente Ströme von oft bedeutender Stärke überlagern. Außerdem ist es hierbei nicht möglich, die den Enden des Wellenanzeigers aufgedrückte E.M.K. anders als roh zu schätzen und erscheinen quantitative Messungen vollständig ausgeschlossen.

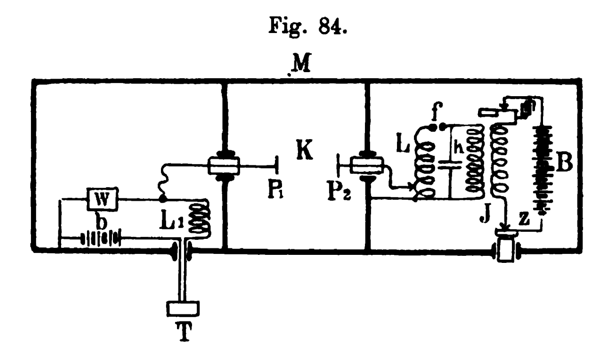
Bei der angegebenen Methode wird ein geschlossener, genau auf die gewünschte Frequenz abgestimmter Schwingungskreis verwendet, welcher in der sorgfältigsten Weise von dem zu untersuchenden Wellenanzeiger abgeschirmt wird, und mit diesem durch einen Kreis von so großer Impedanz verbunden ist, daß der Widerstand des Wellenanzeigers bloß einen vernachlässigbaren Teil der Impedanz bildet. Dies

[1]) E. W. Bd. 46, S. 912.

wird durch die Einführung eines regelbaren Kondensators von sehr geringer Kapazität in den Stromkreis erreicht. Unter diesen Umständen ist der Stromfluß durch den Wellenanzeiger nur durch den Wert der Kapazität, die aufgedruckte E.M.K. und die Frequenz bestimmt. Nachdem der Schwingungskreis, der Luftkondensator und der Wellenanzeiger gesondert gegeneinander und auch gegen außenliegende Objekte abgeschirmt sind, und die Kapazitäten dieser Kreise mit Ausnahme des regelbaren Kondensators gegebene Größen darstellen, ist auch eine Beeinflussung durch die Bewegungen des Beobachters ausgeschlossen.

Fig. 84 zeigt die Anordnung der Apparate, Stromkreise und Schirme. M ist ein Schild aus Zinn- oder Zinkblättern, welches einen rechteckigen Kasten mit drei Abteilungen bildet. Jede Abteilung ist

Fig. 84.



mit einem metallischen Deckel ausgerüstet, um leicht in die einzelnen Abteilungen gelangen zu können. Die rechte Abteilung enthält die Batterie, den Taster, das Induktorium und den zugehörigen Schwingungskreis. Die Induktionsspule J ladet den Kondensator k, welcher sich über die Funkenstrecke f entladet und in dem Kreise L f k Schwingungen hervorruft, deren Frequenz von den Werten der Kapazität und Selbstinduktion abhängt. Ein Ende der Selbstinduktion L ist mit dem Schirme verbunden, während von einem Zwischenpunkte durch die Wandung der Abteilung ein Draht zu der Platte P_2 des regelbaren Kondensators K führt. Zur Verhinderung einer metallischen Berührung des Drahtes mit dem Schirme wird der Draht durch eine Glasröhre isoliert. Die andere Platte P_1 dieses Kondensators ist beweglich und an einem starken Drahte befestigt, welcher leicht in der isolierenden Glasröhre gleitet. In der linken Abteilung befindet sich der zu untersuchende Wellenanzeiger W, dessen eines Ende mit der Platte P_1, das andere mit dem Schilde M verbunden ist. Der Lokalkreis des Wellenanzeigers endet außerhalb des schirmenden Kastens in einen Telephon-

empfänger oder ein Galvanometer T. In diesen Kreis ist ferner in der Nähe der Kondensatorseite eine passende Drosselspule L_1 eingesetzt, um das Mitschwingen des Lokalkreises hintanzuhalten.

Obwohl praktisch eine unbegrenzte Anzahl von Schwingungsfrequenzen erhalten werden kann, ist es für die Untersuchung von Vorteil, nur solche Frequenzen zu benutzen, wie sie in der Durchführung der drahtlosen Telegraphie tatsächlich zur Anwendung gelangen. Als passendstes Normale wird diesbezüglich eine Million Perioden in der Sekunde angegeben, und ist, um diese Frequenz zu erhalten, dem Kondensator eine Kapazität von einem Tausendstel Mikrofarad zu geben und dieser durch eine Selbstinduktion von 25 Mikrohenries zu entladen.

Diese Selbstinduktion ist nun einesteils mit dem Schirme, andernteils mit der Platte P_2 des Luftkondensators verbunden. Der Verbindungspunkt mit der Kondensatorplatte bestimmt nun die Spannung über den Kondensator und infolgedessen auch den durch den Wellenanzeiger hindurchgehenden Strom. Es sollen daher für die annähernde Einstellung mehrere Berührungspunkte mit der Selbstinduktionsspule geschaffen werden können. Hat diese Spule 36 Windungen und wird der Kondensator an die erste Windung angelegt, so beträgt die dem Kondensator aufgedrückte Spannung ein Sechsunddreißigstel der zwischen den Endpunkten der Spule herrschenden Spannung. Ist diese Spannung bekannt, so läßt sich der den Wellenanzeiger durchfließende Strom leicht berechnen. Beträgt der Abstand der Funkenkugeln 1 mm, so ist die Spannung an den Enden der Spule annähernd 4000 Volt und die dem Kondensator aufgedrückte Spannung unter der gegebenen Bedingung annähernd 110 Volt. Der Wellenanzeigerstromkreis schließt nun eine Windung der Selbstinduktion L_1, den Luftkondensator K und den Wellenanzeiger W ein, wobei der Schluß des Kreises durch den Schirm hergestellt wird. Der Strom in diesem Kreise berechnet sich nun nach der Formel

$$J = \frac{110}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

welche sich, da sowohl R als L im Verhältnisse zu $\frac{1}{\omega C}$ sehr klein sind, daher vernachlässigt werden können, auf

$$J = 110\, \omega\, C \text{ Amp.}$$

reduziert.

Bei den im Gebrauch stehenden außerordentlich empfindlichen Wellenanzeigern ist die zur Hervorrufung eines bemerkbaren Signales

erforderliche Stromstärke sehr gering. Macht man die Platten $P_1 P_2$ aus Metallscheiben von 1 cm Durchmesser und entfernt sie mehrere Zentimeter voneinander, so wird die Kapazität auf weniger denn ein Hundertstel eines Mikro-Mikrofarads herabgedrückt und beträgt dann der Strom einen Bruchteil von einem Mikroampere.

Diese Methode eignet sich nicht nur für die Untersuchung von Wellenanzeigern, sondern auch für die Untersuchung von abgestimmten Empfangskreisen, da man hierbei Stromwerte erhält, welche sich mit jenen bei der drahtlosen Telegraphie über große Entfernungen vergleichen lassen. Nachdem die Dämpfung in dem Erregerschwingungskreise verhältnismäßig sehr gering ist, sind die Schwingungen andauernd und den von den drahtlosen Senderstationen entsendeten Schwingungen vergleichbar.

Das Cymometer von Fleming[1]. Dieses Instrument dient zum Messen der Längen der von einem Luftdrahte ausgestrahlten Wellen und besteht aus einem Ortsschwingungskreis mit regelbarer Kapazität und Selbstinduktion und einer Neonröhre quer über den Endpunkten. Sobald Resonanz hergestellt ist, beginnt die Röhre zu leuchten. Die Neonröhren sind besonders empfindlich gegen Wechselstrom E.M.K. und beginnen bereits bei den verhältnismäßig geringen Spannungen von 300—400 Volt bemerklich zu leuchten. Mit Hilfe dieser Röhren läßt sich die Wellenlänge bis nahezu auf 1 v. H. genau bestimmen. Das wesentliche dieser neuen Einrichtung besteht nur in der Verwendung der Neonröhre, da Resonanzkreise für die gleichen Zwecke schon lange verwendet werden.

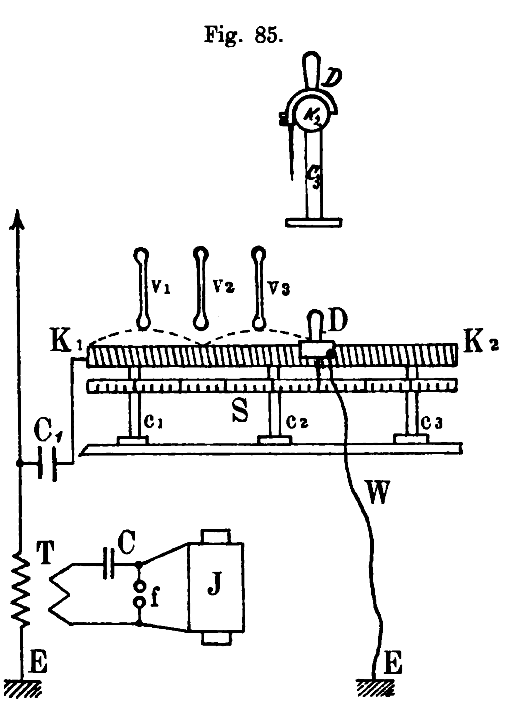
Wellenmesser für drahtlose Telegraphie von Fleming[2]. Das Instrument (Fig. 85) besteht aus einer langen Drahtrolle $K_1 K_2$ aus dünnem mit Seide isolierten Drahte, welcher in einer einzigen Lage in unmittelbar anschließenden Windungen auf einen Stab aus Ebonit, Glas oder sonst einem gut isolierenden Material aufgewunden ist. Diese Rolle wird von isolierenden Ständern c_1, c_2, c_3 getragen. C_1 ist ein kleiner Kondensator, über welchen die Schwingungen auf die Drahtrolle übertragen werden. Längs der Drahtrolle gleitet ein Metallsattel D, der mit Zinnfolie oder einem anderen flexiblen metallischen Material ausgepolstert ist, um einen innigen Kontakt mit der isolierten Drahtspirale herzustellen. Dieser Sattel ist durch einen starken Draht W mit einer Erdplatte E verbunden und trägt einen isolierenden Handgriff, mittels welchem er längs der Spule verschoben werden kann.

[1]) E. W. Bd. 46, S. 295.

[2]) Lond. Electrician, 29. September 1905.

Der Sender kann von jeder beliebigen Type sein. Um nun die Wellenlänge des Senders zu bestimmen, werden dessen Schwingungen durch den Kondensator C_1 auf die Drahtrolle übertragen und rufen in dieser stehende Schwingungen hervor, welche sich längs der schraubenartigen Drahtwindungen mit einer gewissen Geschwindigkeit fortpflanzen und durch den Sattel D reflektiert werden. Sowie sich der Sattel in einer Lage befindet, in welcher die Entfernung K_1 D einer vollständigen Wellenlänge der stationären Spannung entspricht, leuchtet die zur Erkennung der richtigen Einstellung benutzte Vakuumröhre hell auf, wenn sie über einem Spannungsbauch der Welle, also an einem der Punkte v_1 oder v_3 über der Drahtrolle gehalten wird. In dem Punkte v_2, welcher einen Spannungsknoten darstellt, ist die Einwirkung zu gering, um das Aufleuchten hervorzurufen. Sowie sich jedoch der Sattel an einem Punkte befindet, welcher nicht genau einer Wellenlänge oder einem Vielfachen einer solchen entspricht, dann findet keine so regelmäßige Verteilung der Spannung statt und die Vakuumröhre wird äußerst irregulär zum Leuchten gelangen oder verlöschen, woran deutlich zu erkennen ist, daß Resonanz nicht stattfindet und ist daher der Sattel so lange zu verschieben, bis das reguläre Aufleuchten der Vakuumröhre eintritt. Die gesuchte Wellenlänge wird sodann unmittelbar von einer unterhalb der Drahtrolle befindlichen Skala S abgelesen.

Fig. 85.



F. Wellenanzeiger und Untersuchungen über deren Wirkung.

Der Entdecker des elektrolytischen Wellenanzeigers. Gegenüber dem Urheberstreit zwischen Fessenden, de Forest und Schloemilch, welche die Priorität der Entdeckung des elektro-

lytischen Wellenanzeigers für sich in Anspruch nehmen, stellt Prof. André Blondel[1]) fest, daß Kapitän Ferrié diesen Wellenanzeiger, und genau in der Form, wie solche von Dr. Jves in E. W. B. 44 S. 995 (s. F. d. T. III, S. 172) beschrieben wurde, bereits 1900 dem internationalen elektrischen Kongreß (Proceedings of the Congress, Bd. II, S. 289) vorgeführt hat und dementsprechend als der Entdecker dieses Wellenanzeigers anzusehen ist.

Demgegenüber weist E. Merritt[2]) nach, daß Prof. Pupin den elektrolytischen Wellenanzeiger bereits am 28. Oktober 1899 der amerikanischen physikalischen Gesellschaft vorgeführt und auch in der zweiten Nummer des Physical Society Bulletin (Bd. 1, Nr. 2, S. 21) beschrieben hat, sonach nur dieser als dessen Entdecker angesehen werden kann.

Einfluß der Ionisation auf die Leitungsfähigkeit des Fritters[3]). Nach Untersuchungen Richard Thöldtes sinkt der Widerstand eines Fritters unter dem Einflusse eines Radiumpräparates, auch unter der sogenannten kritischen Potentialdifferenz, auf eine meßbare Größe. Dies ließ sich insbesondere gut an dem luftleeren Fritter von Leppin und Masche nachweisen. Es lassen sich demnach mittels der durch ein Radiumpräparat in einem Fritter erzeugten Ionisation elektrische Schwingungen in Spulen von wesentlich geringerer Stärke als sonst nachweisen. Die durch Kurzschluß hergestellte Leitfähigkeit eines Fritters wird durch Radiumbestrahlung bedeutend erhöht. Der Verfasser kommt zu dem Schlusse, daß die Leitfähigkeit eines Fritters eine Funktion zweier Veränderlichen, nämlich der elektrischen Schwingungen und der Ionisation ist.

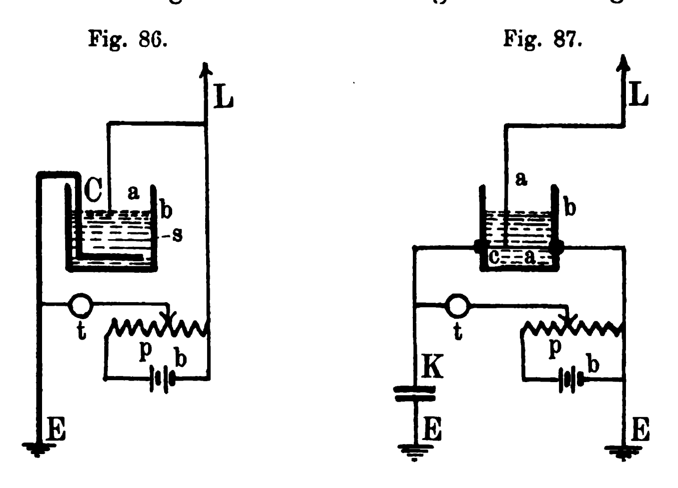
Untersuchungen über den elektrolytischen Wellenanzeiger[4]). Aus den eingehenden Untersuchungen des Kapitän Ferrié sei folgendes hervorgehoben: Wird ein Platindraht von 0,01 mm in Schwefelsäure oder Salpetersäure so eingetaucht, daß er die Flüssigkeit nahezu berührt und schaltet man diese Zelle in einen Telephonkreis, so läßt sich ein Zug zufälliger Wellen bis auf 18 km Entfernung mittels des Telephones abhören. Die Empfindlichkeit des Apparates läßt sich noch erheblich vergrößern, wenn man eine E.M.K. mit dem positiven Pole an das Platin einführt, solange diese Kraft unter dem Punkte sich befindet, bei welchem Elektrolyse eintritt. Dieser Punkt

[1]) E. W. Bd. 45, S. 850.
[2]) E. W. Bd. 46, S. 185.
[3]) Ann. d. Ph. Bd. 17, S. 964.
[4]) Comptes Rendus, 31. Juli 1905.

kann mittels eines Potentiometers festgestellt werden. Sowie dieser Punkt überschritten ist, vernimmt man ein kontinuierliches Zischen im Telephone. Wird das Telephon durch ein ballistisches Galvanometer ersetzt, so zeigt sich das Einlangen eines jeden Wellenzuges durch einen Ausschlag an. Dieser Ausschlag kehrt sich bei Einführung der E.M.K. um. Diese befremdende Tatsache läßt sich durch die Annahme eines Depolarisationsstromes erklären. Sowie die E.M.K. eine Gegen-E.M K. der Polarisation in der Zelle erzeugt, welche eine Art von Kondensator bildet, verursachen die einwirkenden Wellen eine Entladung dieses Kondensators, wobei die erforderliche Leitfähigkeit durch eine Art Frittwirkung geschaffen wird.

W. R. Carroll[1]) ist der Ansicht, daß die Wirkung der elektrolytischen Wellenanzeiger auf einer Störung der Wirkung der Orts-

Fig. 86. Fig. 87.



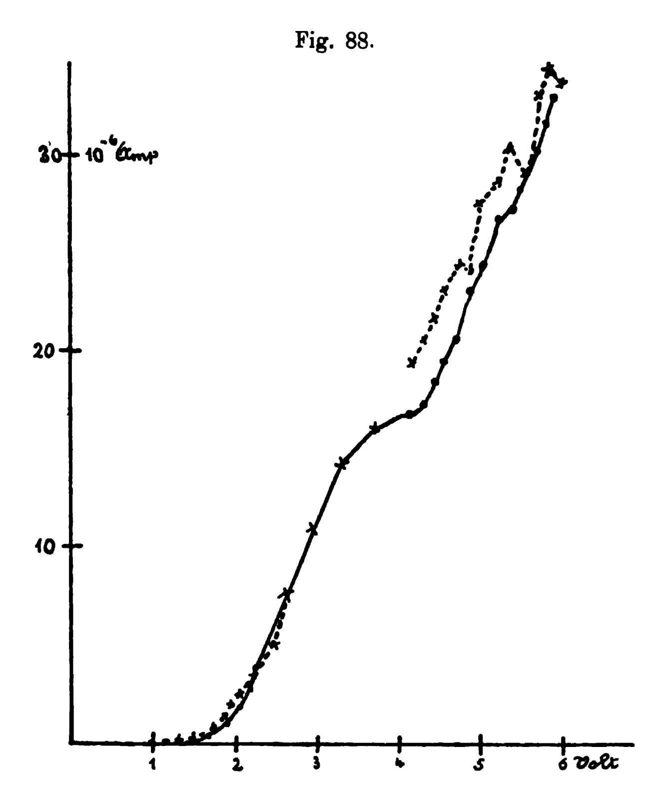
batterie in der elektrolytischen Zelle durch die oszillierenden Ströme beruhe und begründet dies durch folgenden Versuch. Wird an Stelle der gewöhnlich angewendeten Schaltung (Fig. 86) die Schaltung so durchgeführt, daß der Luftdraht L einem Drahte, sei es der der Anode oder Kathode, sehr genähert wird, aber so, daß er nicht die Unterbrechungsstelle zwischen diesen Drähten trifft, und leitet man diesen Draht über einen Kondensator K zur Erde ab (Fig. 87), so wird das Telephon t durch oszillatorische Ströme in keiner Weise beeinflußt, wiewohl diese Ströme durch die Flüssigkeit hindurchgehen, somit, wenn deren Wirkung auf Erwärmung beruhen würde, das Telephon zum Ansprechen bringen müßten. Es bedeuten in diesen Figuren außerdem noch L

[1]) E. W. Bd. 46, S. 145.

den Luftdraht, b die elektrolytische Zelle, a die Anode, c die Kathode, p ein Potentiometer und E E die Erden. Es wird durch diese Anordnung der Weg der oszillatorischen Ströme von dem Wege des Lokalstromes getrennt, während im ersteren Falle beide Wege gemeinsam sind.

B. Macku[1]) benützte bei seinen Untersuchungen einen Wellenanzeiger, der aus einem Platindrahte von 0,4 mm Durchmesser als

Fig. 88.



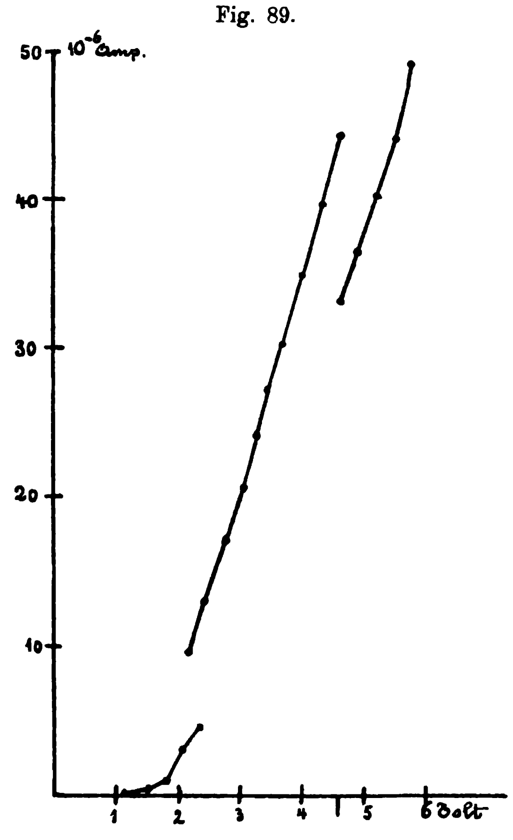
Kathode und einer punktförmigen Anode bestand. Zur Herstellung der letzteren wurde ein Platindraht von 0,1 mm Durchmesser in eine Kapillarröhre eingeschmolzen, die zusammengeschmolzene Stelle stark erhitzt und sodann rasch ausgezogen. Der Platinfaden riß dabei in zwei in feine Spitzen auslaufende Stücke. Das Glas wurde sodann am Ende des Drahtes zerbrochen und nochmals erhitzt. Es bildet sich hierbei ein Glastropfen, der sich langsam zusammenzieht, bis seine Oberfläche von der Platinspitze durchbrochen wird. Diesen Augenblick

[1]) Ph. Z. 1905, S. 232.

bemerkt man sehr gut dadurch, daß die Platinspitze zu leuchten beginnt. Als Elektrolyt dienten Lösungen von Schwefelsäure in Wasser verschiedener Konzentration.

Die Abhängigkeit der Stromintensität von der E.M.K. stellt die voll ausgezogene Kurve (Fig. 88) dar. Aus den bekannten Zersetzungspunkten[2]) für H_2SO_4 wurden, wegen der Kleinheit der Anode, nur 1,95, 2,63, 3,4 und 4,4 Volt erhalten. Statt des langsamen kontinuierlichen Uebergehens von einer elektromotorischen Gegenkraft zur anderen erhält man häufig Sprünge. Fig. 89 zeigt einen solchen nach der Beobachtung gezeichneten Fall.

Fig. 89.



Beobachtungen an einer sehr verdünnten Lösung mit nur einer Spur von H_2SO_4 zeigten die interessante Tatsache, daß sich die Stromintensität bei unveränderter E.M.K. periodisch ändert.

Die komplizierte und dabei regelmäßige, aus einer langen Beobachtung hergestellte Fig. 90 zeigt, daß es sich hier kaum um die mechanische Abreißung von Gasbläschen handeln kann. Auffallend sind hier die zwei Perioden und zwar die kleine von 3,4 und die größere von 6,05 Min. im Mittel, und die Abnahme der Anzahl der kleineren Intervalle mit der Zeit. Die Kurve ist auch unabhängig von der Intensität, wie die Kurve (Fig. 91) zeigt, welche bei 3,09 Volt und etwa 8mal kleinerer Intensität bei sonst unveränderten Verhältnissen gewonnen wurde. Die Periode dieser Kurve stimmt mit der größeren Periode der Kurve (Fig. 90) vollkommen überein. Auch dies spricht nicht für das Ab-

---

[1]) Leblanc, Lehrbuch der Elektrochemie, III. Aufl., S. 264.

reißen der Gasbläschen. Die Einschaltung eines kleinen Induktoriums zur Vergrößerung der Selbstinduktion im Stromkreise oder die Anlegung einer Kapazität von 1 Mikrofarad ändert am Verlaufe der Kurve nichts und zeigt dies und die komplizierte Periode, daß diese Aenderungen nicht mit denjenigen eines Wehneltunterbrechers identisch sind.

Es findet bei Schließung des Stromkreises zwar die Ausbildung eines Gasbläschens an der Anode statt, aber dies haftet während der ganzen Zeit des Versuches an der Spitze fest. Kleine mechanische Erschütterungen des Wellenanzeigers ändern an der Periode nichts.

Fig. 90.

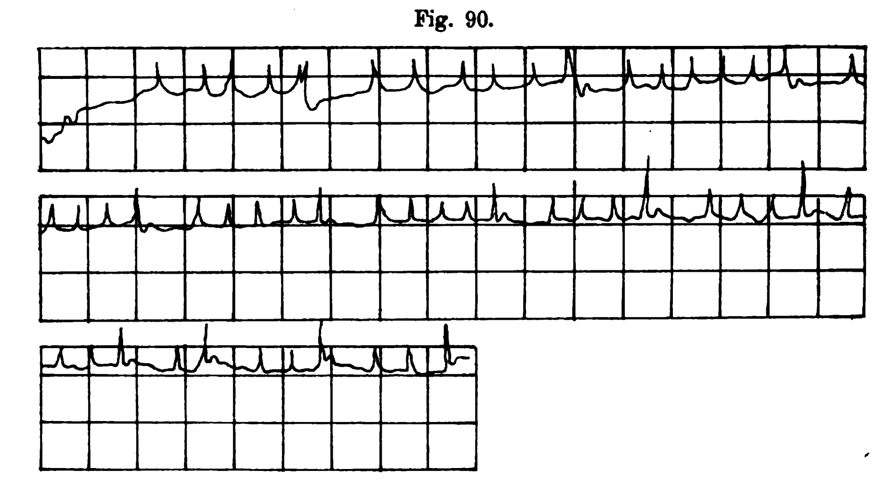


Fig. 91.

Diese Veränderungen zeigen sich auch bei größeren Konzentrationen, verlaufen dann aber so schnell, daß sich ihr Verlauf ohne selbsttätige Aufzeichnung nicht feststellen läßt. Die Periode bei einer Konzentration des Elektrolytes mit 0,004 v. H. H_2SO_4 bei 2,47 Volt wurde mit 36 Sek. bestimmt.

Diese Aenderungen treten immer dann ein, wenn die Intensität des Stromes mit der Zeit nicht abnimmt, wie bei der Polarisation, sondern zunimmt (s. die ersten Teile der Kurve Fig. 90 u. 91). Und dieses erfolgt immer nur bei größeren E.M.K.en. Tritt nach der Stromschließung eine Zunahme der Intensität ein, so läßt sich nach einiger

Zeit die bei allen Frittern wohlbekannte „Unbeständigkeit des Widerstandes" beobachten. Mit diesen Aenderungen dürfen aber die dauerhaften Sprünge der Intensität nicht verwechselt werden.

Bemerkenswert ist auch die „Aufeinanderlagerung der Polarisation" bei so kleinen Elektroden. Wird der Wellenanzeiger zuerst durch einen Strom polarisiert, der von der punktförmigen zur ringförmigen Elektrode übergeht und sodann der Strom umgekehrt, so zeigt der Wellenanzeiger, wenn man ihn unter Ausschluß der äußeren E.M.K. in einen Kreis mit einem Galvanometer bringt, vorerst einen Strom, der der letzten Polarisation entspricht. Dieser Strom nimmt langsam ab, kehrt sich von Null in die entgegengesetzte Richtung um, und entspricht sodann wieder der ersten Polarisation [1]).

Der Wellenanzeiger zeigt sich, gleichgültig ob eine Lösung von H_2SO_4 oder ein fester Elektrolyt verwendet wird, empfindlich gegen die Einwirkung elektrischer Wellen in der Weise, daß sich die Stromstärke vergrößert. Für die Untersuchung dieser Einwirkung wurde, um sich von Störungen frei zu halten, als wirksame Quelle der oszillatorischen Ströme ein Kondensator gewählt, der von einem Wechselstrom von 110 Volt und 50 Perioden gespeist wurde.

Die Abhängigkeit der Wirkung dieses Wellenanzeigers von der wirksamen E.M.K. zeigt Fig. 88. Die voll ausgezogene Kurve gibt die Stromintensität ohne und die punktierte mit der Wirkung des Wechselstromes an. Die bedeutendere Wirkung tritt in der Partie der Kurve, wo sich diese nach oben zu wenden beginnt, ein, d. i. in der Nähe des Zersetzungspunktes. (Trotzdem ist die prozentuelle Aenderung der Intensität bei niedrigeren E.M.K.en [2]) größer.) In der ersten geraden Partie ist die Wirkung dagegen sehr klein. In der zweiten geraden Partie ist die punktierte Kurve fast parallel zu der früheren, sodann ist aber die Wirkung ziemlich unregelmäßig, doch zeigte sie bei allen Messungen den in der Kurve angegebenen Charakter.

Mit steigender E.M.K. des Wechselstromes steigt die Wirkung rascher an, als die gerade Proportionalität ergeben würde. Diese Wirkung läßt sich aber schon bei einer E.M.K. des Wechselstromes von 0,01 Volt beobachten, wenn die Kapazität hinreichend groß (1 Mikrofarad) ist und die wirksame E.M.K. 1,5 Volt beträgt. Mit steigender Wirksamkeit wächst die Empfindlichkeit ebenso mit der Konzentration des Elektrolytes, doch läßt sich die Wirkung des Wechselstromes auch bei reinem destillierten Wasser feststellen. Die Partie der Kurve, in

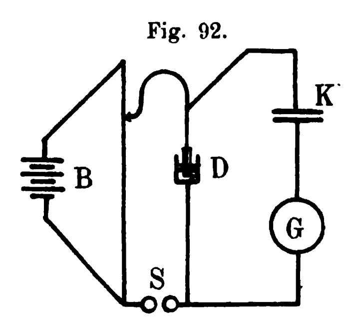
[1]) Siehe auch E. Bose, Zeitschrift für physikalische Chemie 38, I, 1901.
[2]) F. d. T. II, S. 76.

welcher die vorerwähnten periodischen Aenderungen vor sich gehen, ist weniger empfindlich, doch wird die Periodizität der Kurve durch den Wechselstrom nicht geändert, jedoch die ganze Kurve zu größerer Intensität, d. h. nach oben verschoben.

Die Vergrößerung der Intensität durch den Wechselstrom dauert so lange an als der Wechselstrom wirkt. Nach dessen Unterbrechung kehrt die Intensität rasch zu einem niedrigeren Werte zurück, als sie vor der Einwirkung gehabt hatte. Läßt man den Wechselstrom auf den polarisierten Wellenanzeiger unter Ausschluß der äußeren E.M.K. einwirken, so beobachtet man gleichfalls eine Erhöhung der Intensität des Polarisationsstromes. Diese sinkt jedoch während der weiteren Einwirkung des Wechselstromes rasch herab.

Es handelt sich bei diesen Vorgängen um die Verkleinerung der elektromotorischen Gegenkraft der Polarisation, wovon man sich auf folgende Weise überzeugen kann. Legt man an die Leitung einen Nebenschluß parallel zum Wellenanzeiger (Fig. 92), in welchen man einen Kondensator K und ein ballistisches Galvanometer G einschaltet und öffnet sodann den Hauptstromkreis durch den Schalter S, so beobachtet man an dem Galvanometer einen Ausschlag, der der E.M.K. entspricht, die an den Polen des Wellenanzeigers infolge seines Widerstandes bestand. Wirkt dann eine elektrische Welle auf den Wellenanzeiger, so ladet sich der Kondensator weiter aus, d. h. die E.M.K. der Polarisation an den Polen des Wellenanzeigers hat abgenommen.

Fig. 92.



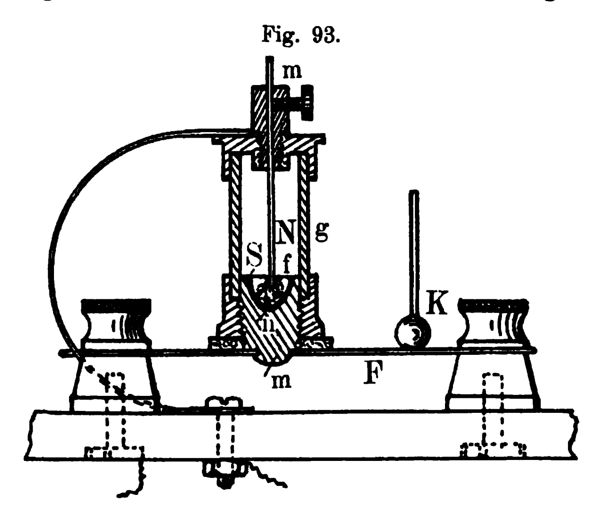
Der neue Fritter von Branly[1]). Dieser Fritter besteht im wesentlichen aus drei polierten Stahlstäben mit oxydierten abgestumpften Spitzen, die auf einer polierten Stahlplatte ruhen. Die Kontakte zwischen den oxydierten Spitzen und der Stahlplatte lassen im normalen Zustande den Strom der Lokalbatterie nicht durch, werden aber unter der Einwirkung elektromagnetischer Wellen sofort leitend. Eine leichte Erschütterung, die durch einen von der Ortsbatterie gespeisten Klopfer hervorgerufen wird, genügt, um die Leitfähigkeit sofort wieder zu unterbrechen. Die Schaltung bleibt die bisher bei Frittern gebräuchliche.

Der Fritter von Massie[2]). Dieser Fritter (Fig. 93) besteht aus einer Stahlnadel N, welche an ihrem unteren Ende magnetische

[1]) E. W. Bd. 46, S. 301.
[2]) E. W. Bd. 46, S. 561.

Feilspäne f anzieht, die entweder in oder auf nicht magnetischen Spänen n gebettet liegen. Der Widerstand des Fritters kann durch Vergrößerung oder Verringerung der Oberfläche der Spänemasse in der Schale S beliebig geändert werden und ist zu diesem Zwecke die Schale so geformt, daß ihr Querschnitt von unten nach oben stets gleichmäßig ansteigt. Der gesamte Fritter ist in eine oben und unten mit Metallfassung versehene Glasröhre g eingeschlossen. In diese Metallfassung ist, wie aus der Figur ersichtlich, je ein Metallstöpsel m m eingeschraubt, deren einer die Schale mit den Feilspänen enthält, der andere mit einer Durchbohrung versehene dagegen die durch eine Schraube festgehaltene und verschiebbare Nadel N trägt. Der Fritter

Fig. 93.



wird auf eine an zwei Metallblöcken mittels Schrauben befestigte Blattfeder F aufgesetzt. Auf diese Blattfeder schlägt der Klöppel K auf und bewirkt hierdurch in der bekannten Weise die Entfrittung. Die Zuführungsdrähte gehen einerseits vom oberen Metallstöpsel, anderseits von einem der Metallblöcke ab. Die ganze Einrichtung kann leicht auseinandergenommen und ebenso leicht wieder zusammengestellt werden.

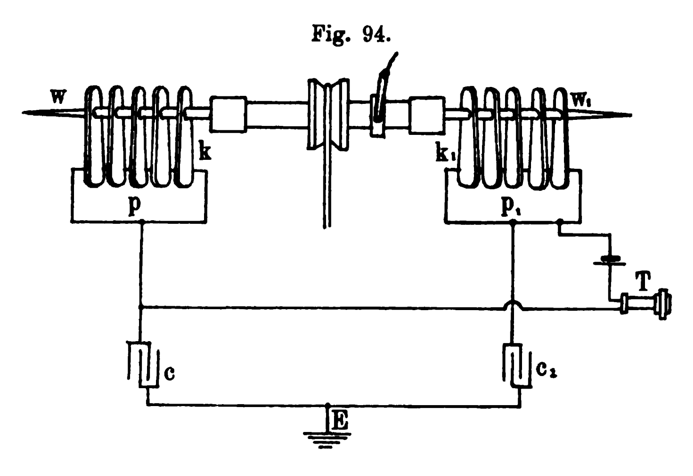
Der Wellenanzeiger von Murgas[1]). Dieser Wellenanzeiger beruht auf Frittwirkung, ist aber infolge seiner eigenartigen Anordnung selbst entfrittend. Die polierte Stahlwelle $w\,w_1$ (Fig. 94) wird durch einen Elektromotor in fortwährender Drehung erhalten. Auf diese Stahlachse sind Kohlenscheiben $k\,k_1$ rechts und links lose aufgesteckt, welche mit ihrem unteren Ende auf Platinstücken $p\,p_1$ auf-

---

[1]) E. R. (New York), 2. Dezember 1905.

ruhen. Die hierdurch entstehenden unvollkommenen Kontakte werden unter dem Einflusse elektrischer Wellen zu guten Leitern und es wird ein entsprechender Ton im Fernhörer T vernehmbar. Durch die ununterbrochene Drehung der Stahlwelle wird dieser Kontakt sofort wieder aufgehoben und dauert somit der Einfluß nur so lange an, als oszillatorische Ströme auf den Anzeiger einwirken. Die Welle steht

Fig. 94.



mit dem Luftdrahte in Verbindung und sind die unvollkommenen Kontakte zwischen Luftdraht und Erde parallel, dagegen zu dem Fernhörer in Reihe geschaltet.

Der Wellenanzeiger von J. Rodet[1]). Dieser neue Wellenanzeiger beruht auf der bekannten Tatsache, daß der Widerstand der Berührungsstelle eines oxydierten und eines blanken Drahtes unter der Einwirkung Hertzscher Wellen verändert wird. Es werden bei diesem Anzeiger blanke und oxydierte Metallkugeln in abwechselnder Folge in eine Glasröhre eingeführt und sodann die Röhre an beiden Seiten durch mit den Zuführungsdrähten verbundene Metallstücke abgeschlossen. Eine durch das eine Verschlußstück hindurchgehende Schraube gestattet, den Kugelabstand zu regeln. Schaltet man diesen Wellenanzeiger in Reihe mit dem Empfangsleiter und eine Batterie und ein Telephon im Nebenschlusse zu ihm, so lassen sich einlangende funkentelegraphische Zeichen am Telephon deutlich abhören. Der Apparat als solcher ist selbstentfrittend und soll eine klare Wiedergabe der Zeichen ermöglichen und gegen mechanische Einflüsse, Erschütterungen u. s. w. wenig empfindlich sein.

---

[1]) Electrician, 4. Februar 1905.

Der Wellenanzeiger von Stone[1]). Stone bedient sich bei seinem Systeme der drahtlosen Telegraphie nebst einem Fritter noch eines Wellenanzeigers, welcher als Mittelding zwischen Bolometer und Fritter angesehen werden kann. Er wird als sich selbst regenerierendes Bolometer bezeichnet und besteht aus einem Platindrahte von mikroskopischem Durchmesser, welcher in eine mit Quecksilber gefüllte Kapillarröhre eingetaucht ist. Die charakteristische Eigenschaft dieses Bolometers ist, daß dessen scheinbarer Widerstand unter der Einwirkung elektrischer Oszillationen ganz außerordentlichen Schwankungen unterliegt, und nach Beendigung dieser Einwirkung sofort wieder den ursprünglichen Widerstand annimmt. Dieser Wellenanzeiger wird mit einer Batterie und einem empfindlichen Telephone verbunden.

Der Wellenanzeiger von W. S. Hogg[2]). Bei diesem Wellenanzeiger werden die thermoelektrischen Kraftschwankungen, welche zwischen mikrophonischen Kontakten verschieden thermoelektrischer Materialien unter der Einwirkung elektrischer Schwingungen auftreten, ausgenützt. Ein gepulvertes Gemenge von Nickel, Zink und Selenium liegt zwischen zwei Elektroden, deren eine aus feinem Platindraht, die andere aus einem dünnen Eisenstab besteht. Das selenierte Material bildet mit dem Platindrahte ein kräftiges thermoelektrisches Element. Da das Platin eine geringe Wärmekapazität hat, so ändert sich dessen Temperatur unter der Einwirkung oszillatorischer Ströme sehr schnell. Der Wellenanzeiger wird in Verbindung mit einem Telephon als Zeichennehmer in den einen Arm einer Wheatstonebrücke eingeschaltet.

Der Glühlampenwellenanzeiger von Fleming[3]). Fleming benützt die bekannte Eigenschaft einer leuchtenden Glühlampe, von der Kathode Materieteilchen wegzuschleudern. Er setzt zu diesem Zwecke eine kleine Metallplatte in die Glasbirne ein, wodurch infolge der elektrisierten Kathodenpartikel nach der Elektrode ein elektrischer Strom entsteht, der von dieser fortgeleitet werden kann. Die so adjustierte Lampe wird nun in einen Ortsstromkreis geschaltet, der induktiv mit dem Empfangsdrahte verbunden ist. Treffen nun den Luftdraht Wellenimpulse, so entsteht durch die induktive Uebertragung ein gleichgerichteter Strom zwischen Kathode und Elektrode. Die Gegenwart dieser gleichgerichteten Stromimpulse wird durch ein Galvanometer angezeigt, von welchem die Zeichen abgelesen werden.

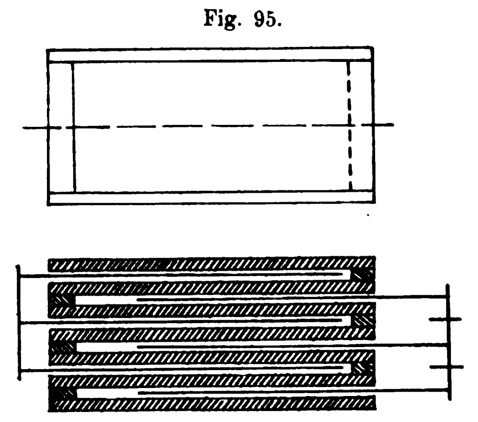
[1]) E. W. Bd. 46, S. 63.
[2]) E. W. Bd. 46, S. 133.
[3]) E. W. Bd. 46, S. 294.

Heliumröhren als Wellenanzeiger[1]). Ernst Dorn führt an, daß unter den zum Nachweis schneller elektrischer Schwingungen schon seit langer Zeit verwendeten Röhren mit verdünnten Gasen, die nach Warburg, Plücker u. a. sich nach seinen Versuchen für diese Zwecke besonders bewähren. Mit Heliumröhren von 3 bis 5 mm Druck läßt sich bei gedämpftem Tageslichte oder ziemlich heller künstlicher Beleuchtung noch arbeiten. Heliumröhren von 10 mm Druck sind noch heller, sprechen aber weniger leicht an.

G. Neuerungen und Verbesserungen an den Einrichtungen für drahtlose Telegraphie.

J. C. Müllers einfacher Kondensator mit veränderlicher Kapazität für Abstimmungsversuche[2]). Bei diesem Demonstrationszwecken dienenden Kondensator mit veränderlicher Kapazität wird Glas als Dielektrikum benützt. Der Kondensator besteht aus 15 rechteckigen Glasplatten von 13 und 15 cm Seitenlänge. Zwischen zwei sich folgenden Platten liegen an den beiden längeren und an der einen kürzeren Seite (Fig. 95) Glasstreifen von etwa 12 mm Breite und werden diese so übereinander geschichtet, daß abwechselnd an der rechten und linken Seite eine Oeffnung zum Einschieben der Belegungen frei bleibt. Alle Platten werden vor dem Zusammensetzen in einem Trockenofen sorgfältig getrocknet und im warmen Zustande am Rande in einem 12 mm breiten Streifen mit ziemlich dicker Schellacklösung bestrichen. Nach Trockenwerden dieses Anstriches werden die Glasstreifen angewärmt, mit der gleichen Lacklösung bestrichen und auf die Seiten der Platten fest aufgedrückt. Auf diese drei Streifen wird wieder Schellacklösung gebracht dann auf diese eine zweite angewärmte Glasplatte gelegt und fest aufgedrückt. Auf diese Glasplatte werden wieder in der ganz gleichen Weise drei Glas-

Fig. 95.



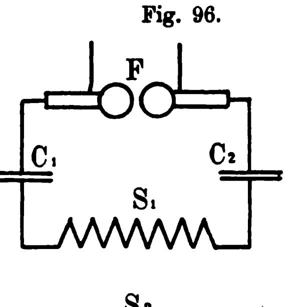
[1]) Ann. d. Ph. Bd. 16, S. 784.

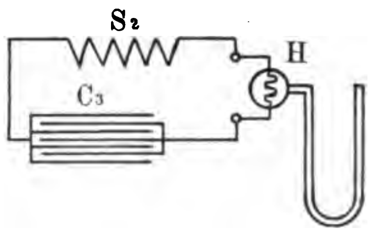
[2]) Ph. Z. 1905, S. 231.

streifen, jedoch so befestigt, daß jetzt die gegenüberliegende kürzere Seite wie vorhin freigelassen wird. In solcher Weise wird nun der ganze Glaskörper zusammengesetzt, in welchen dann von zwei gegenüberliegenden Seiten die Belegungen eingeschoben werden können.

Diese bestehen aus rechteckigen Platten von 10 : 18 cm Seitenlänge, aus Zinkblech von etwa 1 mm Dicke. Auf der einen Seite werden sieben Platten fest eingeschoben, die unterhalb an ihren freien Enden durch eine Schraube mit mehreren Muttern, von denen je eine zwischen zwei aufeinanderfolgenden Platten liegt, verbunden sind. Die andere Belegung besteht aus der gleichen Anzahl von Zinkblechplatten gleicher Stärke, die ebenfalls unter sich wie vorher verbunden sind, aber mittels eines Handgriffes zwischen die Glasplatten und damit auch zwischen die Platten der ersten Belegung geschoben werden können.

Fig. 96.





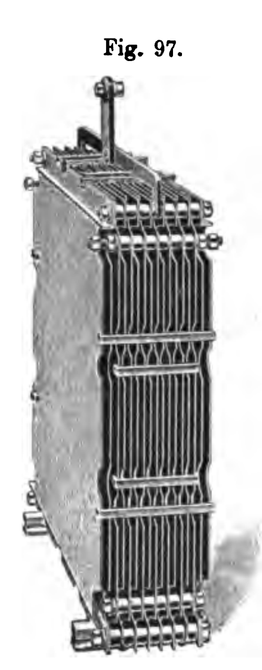
Dieser Kondensator wird, wie aus Fig. 96 hervorgeht, in Verbindung mit einer Spule S_2 aus isoliertem Kupferdraht von 3 bis 8 Windungen und einem dem Rießschen Luftthermometer ähnlichen Instrumente in den Sekundärkreis geschaltet. Die Spule S_1 des Erregerkreises steht zur Spule S_2 auf eine Entfernung von 15 bis 20 cm parallel. Sobald die Schwingungen im primären Kreise erregt werden, erfolgt die Aenderung der Kapazität des Kondensators, bis das Luftthermometer ein Maximum der Stromstärke im Hitzdrahte anzeigt.

Der neue Hochspannungskondensator von Hanns Boas[1]) dient zum Ersatze der zerbrechlichen gläsernen Leidener Flaschen bei der Erzeugung elektrischer Schwingungen. Als Dielektrikum wird erhitztes, scharf getrocknetes Rizinusöl verwendet, welches eine Dielektrizitätskonstante von nahezu 5 besitzt. Der Kondensator als solcher besteht (Fig. 97) aus zwei Systemen paralleler ebener Zinkplatten, die durch metallene Stehbolzen miteinander verbunden sind und im geeigneten Abstande voneinander durch passend geformte Hartgummibrücken gehalten werden. Das Plattensystem ist in einen Blechkasten

[1]) E. T. Z. 1905, S. 383.

derart eingebaut, daß die Kastenwand als Belegung mitbenutzt wird. Die Platten verschiedener Polarität haben 6 mm Abstand voneinander und sind für effektive Betriebsspannungen von 10000 Volt bestimmt. Ein Kasten mit zweien solcher Kondensatorelemente mit Oelfüllung hat eine Kapazität von 0,02 Mikrofarad. Außen ist der Kondensator ganz in Teakholz eingebaut. Dieser Kondensator läßt sich auch vorteilhaft als Spannungsteiler und Erdschlußprüfer in Hochspannungswechselstromanlagen verwenden.

Fig. 97.



Der Lichtbogenunterbrecher von Ruhmer[1]) besteht (Fig. 98) aus einer mit einem starken elektromagnetischen Gebläse versehenen Bogenlampe, wodurch er sich von der Anordnung nach Duddell unterscheidet. Parallel zum Lichtbogen ist ein aus Kapazität und Selbstinduktion bestehender Schwingungskreis geschaltet, der durch den Lichtbogen zu lebhaften Eigenschwingungen angeregt wird. Als Unterbrecher für Funkeninduktoren verwendet, gibt dieser bei Betrieb mit dem neuen Unterbrecher dicke Flammenbogenentladungen voller Schlagweite. Dieser Lichtbogenunterbrecher enthält keine bewegten oder sich drehenden, der Abnutzung unterworfenen Teile und beschränkt sich die ganze Arbeit auf die Auswechslung der Kohlenstäbe nach mehrstündigem ununterbrochenen Betriebe. Der Energieverbrauch dieses Unterbrechers ist ein äußerst geringer. Dieser Unterbrecher dürfte sich sonach überall dort, wo es auf einen dauernd betriebssicheren Unterbrecher ankommt, bestens bewähren. Der Unterbrecher liefert jedoch auch durch unmittelbare Speisung eines Impedanzgestelles Hochfrequenzströme. Die Unterbrechungszahl kann durch entsprechende Veränderung der Eigenperiode des Schwingungskreises, wie dies durch kinematographische Aufnahmen erwiesen wurde, bis zu 400000 in der Sekunde gesteigert werden und ist hierdurch die Lösung der Aufgabe, dauernd ungedämpfte Schwingungen zu erzeugen, sehr nahe gekommen.

Vorrichtung von Moore zur Erzeugung Hertzscher Wellen[2]). Diese Vorrichtung hat den Zweck, außerordentlich schnelle

[1]) E. T. Z. 1905, S. 382.

[2]) Electrical Review (New York) Bd. 44, S. 600.

Unterbrechungen des Stromkreises einer mit dem Strahldraht verbundenen Quelle elektrischer Energie hervorzurufen und somit die Funkenstrecke zu beseitigen. Dieses Ergebnis wird dadurch erhalten,

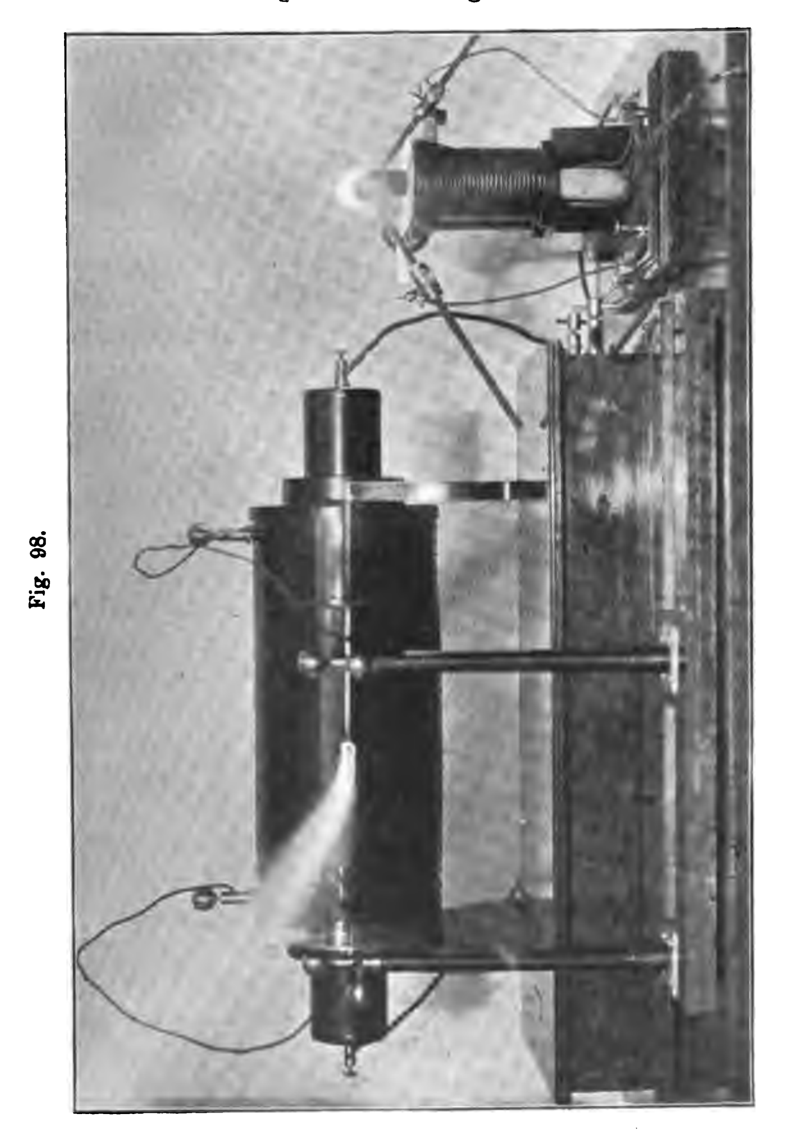


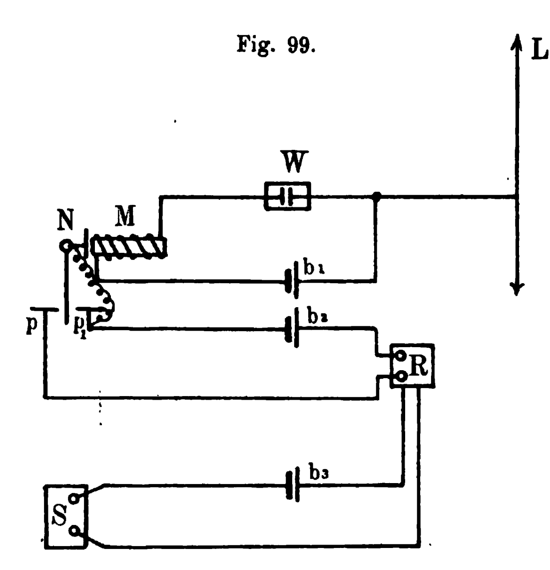
Fig. 98.

daß man die Unterbrechungen in einem so weit als möglich luftleer gemachten Raum sich vollziehen läßt. Eine Selbstinduktionsspule wird z. B. mit dem einen Ende einer Dynamomaschine verbunden. Das andere Ende dieser Spule steht einesteils mit dem Luftdrahte, andern-

teils mit einem Stück weichen Eisens in Verbindung, welches an dem Ende einer Feder befestigt und in einer Röhre untergebracht ist, die luftleer gemacht wird. Dieser Anker spielt die Rolle eines gewöhnlichen Unterbrechers. Der andere Pol der Dynamomaschine ist einesteils mit der Erde, anderenteils mit einer in die Röhre eindringenden Elektrode verbunden und normal in Kontakt mit dem Unterbrecher. Sowie der Stromkreis der Dynamomaschine geschlossen wird, tritt der Unterbrecher in Wirksamkeit. Die im luftleeren Raume hervorgerufenen Unterbrechungen erzeugen Schwingungen des Extrastromes von sehr hoher Spannung und sehr kurzer Dauer.

Mc Nicols Empfangseinrichtung zur Demonstration der Wirkung der verschiedenen Wellenanzeiger[1]). Um das Arbeiten aller jener Wellenanzeiger, durch welche die einlangenden Signale in einem Mikrophonempfänger wiedergegeben werden, zu veranschaulichen, bedient sich Nicols der nachstehend beschriebenen Anordnung, durch welche es möglich wurde, den Mikrophonempfänger als eine Art primäres Relais zu verwenden, ohne dessen Empfindlichkeit zu schwächen, und nebstbei ein hörbares und wenn erfordert auch ein in Morsezeichen schriftlich niedergelegtes Signal zu erhalten. In der Fig. 99 stellt L den Luftleiter, W den Wellenanzeiger, M den Mikrophonempfänger, R ein gewöhnliches Morserelais, S einen Klopfer (Sounder) und b_1, b_2, b_3 Ortsbatterien dar. An die Membrane des Mikrophonempfängers ist eine starre Stahlnadel festgelötet, welche sich bei dem Schwingen der Membrane zwischen den beiden mikrometrisch einstellbaren Punkten p p_1 hin und her bewegt. Durch Anlegen der Nadel an den Punkt p werden die Stromkreise des Relais R und des Klopfers S, letzterer indirekt geschlossen und hierdurch die Signale, welche sonst

Fig. 99.

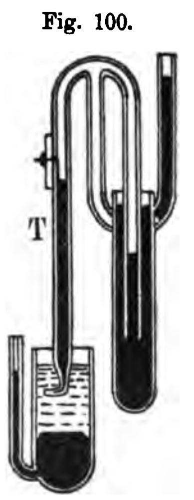


[1]) E. W. Bd. 45, S. 766.

nur dem Empfangenden, der das Telephon ans Ohr hält, vernehmbar sind, auch in einem größeren Saale hörbar. Die Einrichtung soll allen Anforderungen für Demonstrationszwecke bestens entsprechen.

Neuer Empfangsapparat zur Aufzeichnung der einlangenden Nachrichten[1]. Dieser Empfänger beruht auf der bekannten Erscheinung, daß sich die Oberflächenspannung zwischen Quecksilber und Schwefelsäure unter der Einwirkung einer Potentialdifferenz ändert. Fig. 100 stellt einen Vertikalschnitt des Apparates dar. T ist eine Quecksilber enthaltende Röhre, deren eines Ende zu einer Kapillarröhre ausgezogen und horizontal abgebogen wurde. Dieser Teil der Röhre ragt in ein mit Schwefelsäure gefülltes Gefäß. Am Boden dieses Gefäßes befindet sich Quecksilber, welches die elektrische Verbindung sichert. Der Strom wird dem Quecksilber durch einen in das Glas eingeschmolzenen Platindraht zugeführt. Der übrige Teil der Einrichtung hat das Niveau des Quecksilbers in der Glasröhre T in der Weise zu regulieren, daß die Berührungsfläche zwischen dem Quecksilber und der Schwefelsäure in der Röhre genau in der Mitte des horizontalen Teiles der Kapillarröhre liegt. Sobald jedoch eine Spannungsdifferenz zwischen dem Quecksilber und dem Elektrolyten entsteht, ändert die Trennungsfläche ihren Platz und nähert oder entfernt sich je nach der Stromrichtung zur bezw. von der Spitze der Kapillarröhre. Sobald diese Differenz verschwindet, stellt sich die Trennungsfläche genau wieder an ihren ursprünglichen Platz. Diese Einrichtung läßt sich nun zur Aufnahme der Morsezeichen verwenden. Es genügt, mittels eines Apparates das vergrößerte Spiegelbild des sich verlängernden und verkürzenden Quecksilberfadens auf einen sich bewegenden Streifen lichtempfindlichen Papiers zu werfen. Die auf diese Weise erhaltenen Zeichen sind außerordentlich scharf, leicht zu lesen und jenen des Siphonrekorders vorzuziehen.

Fig. 100.



Im praktischen Gebrauch geht kein Strom durch den Apparat. Seine Wirkung läßt sich eher durch eine Polarisation an der Oberfläche des Elektrolytes erklären. Für dies genügt eine außerordentlich geringe Energiemenge (ungefähr 1/3 Volt für einen Widerstand von 1 Megohm). Die große Empfindlichkeit macht diesen Apparat für die

[1] E. R., 9. August 1904.

Kabeltelegraphie sehr wertvoll. Er gestattet mit einer zweimal so großen Geschwindigkeit über die transatlantischen Kabel zu telegraphieren wie bisher, und auf langen Ueberlandlinien, welche teilweise Luft- und teilweise Kabelleitungen haben, 360 Worte in der Minute zu entsenden. Er kann auch als Empfänger für die drahtlose Telegraphie verwendet werden, zu welchem Zwecke er mit dem Fritter in Serie geschaltet wird. Als Beispiel für die Empfindlichkeit dieses Instrumentes dient folgendes Experiment: Bringt man ein Diapason vor ein mit diesem Empfänger verbundenes Telephon, so zeichnet der Empfänger alle Schwingungen des Diapasons auf.

J. Hettingers Schaltung zur maximalen Ausnützung der Resonanzwirkung in den Empfängeranordnungen für drahtlose Telegraphie[1]. Zweck der Resonanz in der drahtlosen Telegraphie ist 1. die Empfindlichkeit des Empfängers zu steigern und 2. die Auswahl der Telegramme möglichst zu sichern. Die folgende Schaltung erstrebt hauptsächlich, durch Erhöhung der Resonanzwirkung die Sicherheit der Ausscheidung nicht zugehöriger Nachrichten innerhalb der erreichbaren Grenzen auf das Maximum zu bringen.

Fig. 101.

Zu diesem Zwecke ist (Fig. 101) das untere Ende des Luftdrahtes an zwei Selbstinduktionsspulen angeschlossen. Die Größen $L_1\,L_1'$ und $L_1\,L_1''$ sind hierbei gleichwertig gehalten. Die Endpunkte dieser Spulen werden bei 2 vereinigt und zur Erde E abgeleitet. Arbeitet die Empfangsstation mit einer ganz bestimmten Wellenlänge, so haben $L_1\,L_1'$ bezw. $L_1\,L_1''$ solche Werte zu besitzen, daß sie im Vereine mit dem Luftdrahte 1 A in einer entsprechenden Viertelwellenlänge schwingen. Die Erfüllung dieser Bedingung entspricht einem ersten Resonanzeffekt. Die zwischen 1 und 2 herrschende E.M.K. wird zu einem Maximum.

Ist zu den Selbstinduktionsspulen $L_1\,L_1$ eine Kapazität C_1 parallel

[1] Ph. Z. 1905, S. 377.

geschaltet und entsprechen die beiden Größen Selbstinduktion und Kapazität der Resonanzbedingung: $m^2 C_1 \frac{L_1}{2} = 1$, worin $m = 2\pi n = \frac{2\pi}{T}$ und T die Zeitperiode der oszillatorischen Fernströme bedeutet, so wird dadurch ein zweiter Resonanzeffekt erzielt. Es wachsen sohin die in den parallelgeschalteten Zweigen zirkulierenden Ströme zu Maxima an.

Zwischen einer Windung der einen Selbstinduktionsspule L_1 und irgend einer Windung der anderen Selbstinduktionsspule herrscht eine bestimmte E.M.K. von bestimmter Frequenz ($m = 2\pi n$). Schaltet man zwischen zwei solchen Punkten 3, 4 eine Selbstinduktion L_2 und eine Kapazität C_2 und sind deren Werte so bemessen, daß der Resonanzformel $m^2 C_2 L_2 = 1$ wieder Genüge geleistet wird, so erzielt man einen dritten Resonanzeffekt. L_2 und C_2 sind, je nachdem der zur Anwendung gelangende Wellenanzeiger auf Spannung oder Strom anspricht, entweder in Serie oder parallel zu schalten. Im ersten Falle steigen die Teilspannungen, im zweiten Falle die Teilströme zu respektiven Maxima an. Dem Wellenanzeiger F ist hierbei selbstverständlich ein entsprechender und praktisch zulässiger Platz anzuweisen. Im vorliegenden Falle wurde er parallel zu C_2 gezeichnet.

Diese dreifache Ausnützung des Resonanzprinzipes ermöglicht die spitzeste Resonanzkurve für die Betätigung des Wellenanzeigers. Von praktischem Nutzen kann dies jedoch nur unter Anwendung eines Kunstgriffes werden.

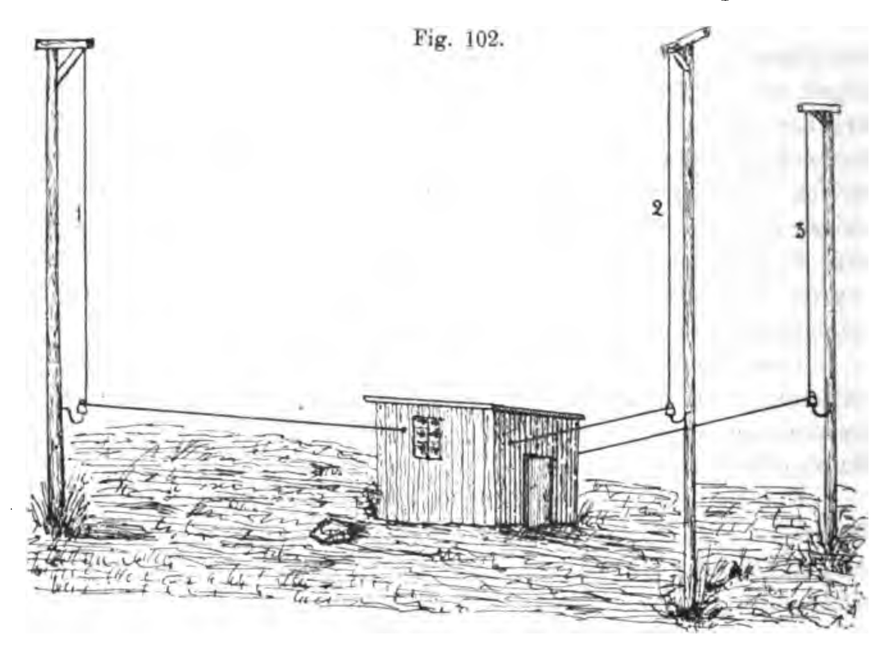
Um den Wellenanzeiger durch Fernströme zu betätigen, ist ein Strom- oder Spannungsminimum erforderlich. Unterdrückt man die Amplitudenwerte der Resonanzkurve gleichmäßig, bis der maximale Abstimmungswert dem nötigen Wirkungsminimum gleich wird, so erreicht man die maximal mögliche Sicherheit der Selektion.

Dieses Minimum läßt sich nun bei der vorgeführten Schaltung leicht herausfinden. Die zwei Selbstinduktionsspulen L_1 L_1 sind einander in jeder Beziehung gleichwertig und außerdem symmetrisch angeordnet. Es muß daher in je zwei genau gegenüberliegenden Windungen das gleiche Potential herrschen und sonach auch der gleiche Strom fließen. Wird die aus C_2 L_2 und dem Wellenanzeiger gebildete Brücke zwischen zwei solchen Punkten eingeschaltet, so ist die zwischen 3 und 4 herrschende Potentialdifferenz und der durch die Brücke fließende Strom gleich Null. Zwecks Regulierung der wirksamen E.M.K. geht man von einer Nullage aus und schaltet immer je eine Windung rechts nach oben aus und links nach unten ein, so daß die Diagonale fort-

während steiler ansteigt. Die zur Brücke parallel befindlichen Zweige 3′, L_1', 1, L_1', 4′ und 3′, L_1'', 2, L_1'', 4′ behalten infolgedessen immer ihre Werte bei, wogegen die Potentialdifferenz zwischen 3′ 4′ nach Belieben vergrößert werden kann. Das Minimum, bei welchem der Wellenanzeiger in Tätigkeit tritt, läßt sich auf diese Weise leicht herausfinden und die Kontrolle, daß man tatsächlich in der Nähe dieses Minimums arbeitet, ebenso leicht ausführen.

Gerichtete drahtlose Telegraphie nach Prof. Dr. Ferdinand Braun [1]). Die Methode von Braun zur Lenkung der Wellen

Fig. 102.



in eine bestimmte Richtung beruht auf der Möglichkeit, zwei elektrische Oszillationen von gleicher Amplitude und Frequenz zu erzeugen, die jedoch in Phase um Teile von einer Millionstelsekunde verschoben sind. Nachdem verschiedene Methoden zur Erreichung dieses Zweckes ersonnen waren, wurde für Zwecke der Feststellung der Richtigkeit der Voraussetzungen eine Versuchsstation errichtet, deren Bild Fig. 102 gibt. Der Sender als solcher bestand aus drei hölzernen Masten, welche in genauem gegenseitigem Abstande von 30 m, also in Form eines gleichseitigen Dreiecks angeordnet waren. Von jedem der Maste ging ein isolierter Draht bis nahe zum Boden und wurde dann in die Hütte

[1]) Elektrotechnische und Polytechnische Rundschau 1905, 1. November.

eingeführt, in welcher sich die Vorrichtungen zur Erregung der elektrischen Schwingungen befanden, welche auf diese Drähte in entsprechender Weise übertragen wurden. Die Grundlage der Methode ergibt sich nun aus folgender Betrachtung: Die beiden Drähte 1 und 2 erhalten vollständig gleiche Oszillationen, während die dem Drahte 3 aufgedrückten Schwingungen in der Phase ein wenig hinter den beiden anderen Oszillationen zurückbleiben. Diese Phasendifferenz läßt sich nun so bemessen, daß die von 3 ausgehenden Wellen, die von 1 und 2 ausgehenden Wellen infolge Interferenz vollständig aufheben. Wird hingegen der Draht 3 in Schwingungen versetzt, deren Phase gegen jene der Schwingungen 1, 2 um den gleichen Betrag voreilt, so werden die von 1 und 2 ausgehenden Wellen verstärkt. Es wird auf diese Weise möglich, die von 3 gegen 1 und 2 verlaufenden Wellen nach Willen entweder ganz zu unterdrücken oder zu verstärken. Die diesfällig bei den Versuchen erhaltenen Ergebnisse stimmen auch genau mit der Theorie überein. Es ist nun durch diese Anordnung ein Mittel gegeben, die Wellen in eine ganz bestimmte Richtung zu lenken, indem alle Wellen, welche nicht in dieser Richtung auslaufen, einfach unterdrückt werden. Dies soll schon mit fünf solcher lotrechter Maste, welche sich genau in der bestimmten gegenseitigen Lage befinden, vollkommen erreicht werden. Wiewohl diese Methode der Lenkung der Wellen praktisch noch nicht ausgestaltet ist und es sicher noch einer Reihe von Verbesserungen und Ergänzungen bedarf, um diese Errungenschaft auch für den wirklichen Telegraphenverkehr nutzbar zu machen, hält Prof. Braun diese Frage bereits für vollkommen gelöst und ist der Ansicht, daß sich die praktischen Schwierigkeiten leicht überwinden lassen werden.

Das System einer gerichteten drahtlosen Telegraphie von Prof. Allesandro Artom[1]). Die elektromagnetische Theorie des Lichtes ließ erkennen, daß die längeren elektrischen Wellen genau den gleichen Gesetzen folgen wie die kürzeren Lichtwellen. Artom kam nun sehr bald nach den ersten Versuchen Marconis zur Nachrichtenübertragung mittels elektromagnetischer Wellen auf den Gedanken, daß das Prinzip des rotierenden magnetischen Feldes, welches in der Optik seinen Ursprung fand, logisch auch auf die durch elektrische Oszillationen hervorgerufenen Erscheinungen angewendet werden könne. Er suchte daher nach Mitteln, um durch passende elektrische Schwingungen kreisförmig oder elliptisch polarisierte Strahlen elektrischer Kraft zu erzeugen, welche entsprechend der von Prof. Righi

[1]) E. W. Bd. 45, S. 762.

gegebenen Theorie, sich den Eigenheiten des elektrischen und magnetischen rotierenden Feldes anpassend, in einer bestimmten Richtung fortpflanzen müssen.

Nach langen, mühsamen Versuchen gelang es nun Artom, experimentell eine Methode zur Erzeugung kreisförmig und elliptisch polarisierter Wellen auszubilden und so die Eigenschaften dieser Wellen viel genauer zu bestimmen, als dies auf Grund der Theorie des rotierenden magnetischen oder elektrischen Feldes möglich gewesen wäre.

Nachdem der Weg zur Erzeugung kreisförmig und elliptisch polarisierter Wellen gefunden war, ging Artom daran, diese Wellen für die drahtlose Telegraphie auszunutzen, da nach seiner Ansicht die Anwendung solcher Wellen für den gedachten Zweck, sowohl vom theoretischen als auch vom praktischen Standpunkte folgende Vorteile bieten müßte: 1. ein kräftigeres elektromagnetisches Feld in einer bestimmten Richtung zu erzeugen; 2. eine vollkommenere Abstimmung zu erreichen, und 3. die Wellen durch ein System von Empfangleitern passender Form und Anordnung, die in der Strahlungsrichtung gelegen sind, besser zu sammeln und daher auch besser auszunutzen.

Zirkular und elliptisch polarisierte elektrische Strahlen wurden bereits von Zehnder[1]) im Jahre 1894 erhalten. Er bediente sich hierzu zweier plan polarisierender Gitter, die aus einer Anzahl paralleler, an einem Rahmen befestigter Drähte bestanden. Diese wurden in geringer Entfernung parallel zueinander so aufgestellt, daß sich die Drähte kreuzten. Sehr nahe zueinander gebracht, wirken diese beiden Gitter wie ein Drahtnetz, welches jede Art polarisierter Strahlen gleichmäßig reflektiert. Sind jedoch die sich kreuzenden Drähte den achten Teil einer Wellenlänge voneinander entfernt und liegt die Ebene der einfallenden Strahlen 45° geneigt zu den Drähten, so sind die zurückgeworfenen Strahlen zirkular polarisiert, wogegen ein Wechsel in der gegenseitigen Lage der Drähte die elliptische Polarisation bedingt. Solcherart polarisierte Wellen können aber auch durch Refraktion der einlangenden Strahlen durch hölzerne Prismen erzeugt werden, doch ist es augenscheinlich, daß die auf diese Weise zu erhaltenden Wellen wegen der hierbei stattfindenden großen Absorptionsverluste praktisch nicht verwertbar sind.

Die Methode von Artom zur unmittelbaren Erzeugung zirkular oder elliptisch polarisierter Wellen besteht nun darin, daß ein oder mehrere oszillatorische Entladungen von verschiedener Phase und ver-

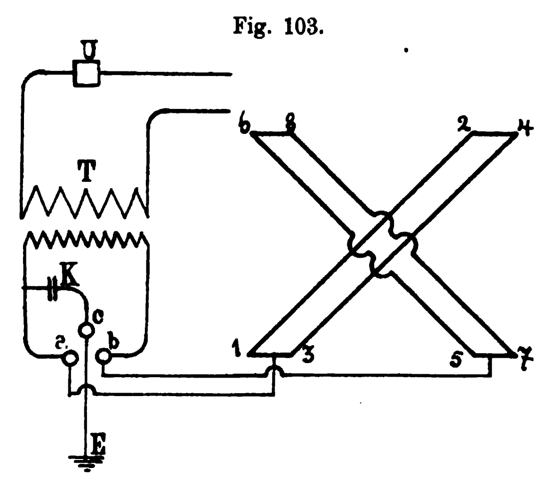
[1]) Berichte der naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg 1894.



schiedener Richtung hervorgerufen und vereinigt werden. Hierdurch werden die Energieverluste so gering, daß diese Strahlungen für Zwecke der drahtlosen Telegraphie ausgenützt werden können.

Fig. 103 stellt eine Anordnung zur Erzeugung eines kompakten Strahlenkegels nach dieser Methode dar. Die primäre Windung des Induktors T wird von einer Gleichstromquelle gespeist. Der in die Zuleitung eingeschaltete Unterbrecher U ist am besten ein solcher der Wehnelttype. Die beiden Enden der Sekundärspule sind mit zwei Funkenkugeln a b verbunden. Eine dritte Funkenkugel c wird über eine passende Selbstinduktion oder einen kleinen Kondensator K von einer Seite des sekundären Kreises abgezweigt. Die drei Funkenkugeln bilden die Scheitelpunkte eines gleichschenkeligen Dreiecks.

Fig. 103.



Durch diese Anordnung werden zirkular oder elliptisch polarisierte elektromagnetische Wellen erzeugt. Um diese Wellen zur Durchsetzung des Raumes zu zwingen, sind Luftdrähte anzuwenden, die mit den Funkenkugeln in entsprechender Weise verbunden werden. Wie aus der Zeichnung hervorgeht, werden vier Luftdrähte, wovon je ein Paar das andere im rechten Winkel kreuzt, verwendet. Die Luftdrähte 1 2 und 3 4 sind sowohl unter sich, als auch mit der Funkenkugel a, die Luftdrähte 5 6 und 7 8 in gleicher Weise mit der Funkenkugel b, die Funkenkugel c hingegen mit der Erde verbunden. Die Luftdrähte sind in nahezu der gleichen senkrechten Ebene angeordnet.

Der wesentliche Teil dieser Neuerung liegt darin, daß elliptisch oder zirkular polarisierte elektromagnetische Wellen unmittelbar erzeugt und in eine vorher genau bestimmte Richtung übertragen werden und daß sich kreisende Wirkungen rings herum dieser Richtung bemerkbar machen, welche leicht an dielektrischen Materialien passender Zusammensetzung zu beobachten sind, und daß es möglich ist, diese Wirkungen zu verstärken. So können zum Beispiele mehrere ähnliche Systeme mit drei oder mehr Funkenkugeln so angeordnet werden, daß jedes

dieser Systeme von einem eigenen unabhängigen Induktorium gespeist wird, oder es können auch die Induktorien verschiedener Systeme elektrisch miteinander verbunden werden. Es besteht sonach die Erzeugung elliptisch polarisierter Wellen im wesentlichen darin, daß disruptive Entladungen zwischen mehreren Funkenkugeln, die an den Scheitelpunkten eines Dreiecks angeordnet sind, hervorgerufen werden, wobei der den Funkenkugeln zugeführte Strom in der Phase differiert und ebenso die disruptiven Entladungen entsprechend der verschiedenen Lage der Funkenkugeln nach verschiedenen Richtungen erfolgen.

Der große Vorteil des Gebrauchs solcher elektrischer Wellen liegt in der Entsendung von Strahlungen, die in einem zusammengedrängten Kegel oder in einer Ebene nur nach einer Richtung hinausgehen, welche senkrecht zur Ebene der Funkenkugeln und zur Ebene der Luftdrähte steht. Es sind sonach die beiden letzteren Ebenen parallel. Hierdurch ergibt sich gegenüber den dermaligen Anordnungen, bei welchen die Strahlen sich gleichmäßig und gleichzeitig nach allen Richtungen ausbreiten, eine große Energieersparnis.

Dieser Strahlenkegel wird direkt, ohne Reflexion und Refraktion, erzeugt und in die gleiche Richtung gelenkt, in welcher er erregt wurde, so daß hierdurch keinerlei Energieverlust statt hat. Hierdurch erhält die empfangende Station die Signale rein und ausgesprochen, wogegen alle anderen Stationen, welche nicht in der oder nahe an der direkten Linie zwischen den beiden Stationen liegen, entweder gar nicht beeinflußt werden, selbst wenn die Wellen von großer Stärke sind, oder nur konfuse, nicht entzifferbare Signale erhalten.

Die Richtigkeit dieser Ansichten wurde durch in den Jahren 1903 und 1904 teilweise im Vereine mit der königl. italienischen Kriegsmarine durchgeführte Versuche erwiesen. Die letzten Versuche, welche in den Monaten August, Oktober, November und Dezember 1904 angestellt wurden, endeten mit einem vollen Erfolge. Sie fanden zwischen den Stationen Monte Mario in Rom und der Station auf der Insel Maddalena auf eine Entfernung von 260 km teilweise im Beisein von Sachverständigen statt. Maddalena erhielt die von Rom entsendeten Nachrichten klar und deutlich, wogegen die nur 120 km entfernte, aber seitlich der Strahlenrichtung gelegene Station Ponza keinerlei Nachrichten aufzunehmen vermochte. Wurde umgekehrt der Strahlenkegel nach Ponza gelenkt, so versagten die Signale auf Maddalena, selbst wenn die aufgewendete Energie verdreifacht wurde.

Es wurde hierbei außerdem noch festgestellt, daß es mit der Einrichtung von Artom möglich ist, die Länge der Luftdrähte erheblich

zu verkürzen. So wurde bei den erwähnten Versuchen mit Drähten gearbeitet, die sich nur 30 m vom Boden erhoben.

Bei diesen Versuchen gelangte als primäre Energiequelle Gleichstrom zur Anwendung, da die Verhältnisse die Verwendung eines Induktoriums bedingten. Durch Verwendung eines einen Transformator speisenden Wechselstromes würden noch empfindlichere Wirkungen der Lenkung zu erhalten gewesen sein, weil sich die Erzeugung der zusammengesetzten Wellen viel regelmäßiger und vollständiger vollzogen hätte. Außerdem wurden die gesamten Versuche mit rein provisorischen Einrichtungen durchgeführt, wogegen es außer Zweifel steht, daß mit Einrichtungen, in welchen die Einzelheiten mit größerer Sorgfalt ausgearbeitet worden wären, immer bessere und bessere Ergebnisse hätten erhalten werden müssen.

Aus alledem zieht sich der Schluß, daß mit Einführung der Artomschen polarisierten Strahlen in die drahtlose Telegraphie die Möglichkeit gegeben ist, eine größere Menge von Energie in eine vorausbestimmte Richtung zu übertragen und so auch eine größere Unabhängigkeit des Arbeitens zwischen verschiedenen Stationen zu erreichen als bisher.

Eine vollkommene gegenseitige Abstimmung und damit verbundene unbedingte Geheimhaltung der Nachrichten ist damit noch nicht erreicht, da ja alle innerhalb des Bereiches des sich mit zunehmender Entfernung immer mehr ausbreitenden Strahlenkegels gelegenen Stationen ebenfalls beeinflußt werden und daher mitzulesen in der Lage sind. Doch bedeutet schon das Erreichte wieder einen wesentlichen Schritt nach vorwärts.

Ueber die Theorie dieser Einrichtung spricht sich Artom in einem Berichte an die Accademia dei Lincei vom 15. März 1905 folgendermaßen aus:

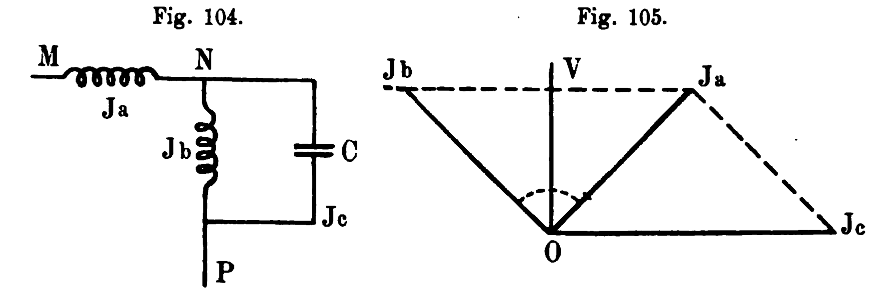
Prof. Righi wies analytisch nach, daß das Zusammenwirken zweier rechtwinkliger elektrischer Schwingungen von gleicher Weite, gleicher Frequenz und einer Phasenverschiebung um 1/4 Wellenlänge, zur Erzeugung von Schwingungen mit rotierender Polarisation führen muß. Sind die theoretischen Bedingungen vollkommen erfüllt, so müssen sich kreisförmige polarisierte Wellen ergeben, die sich in einer bestimmten Richtung fortpflanzen. Diese Richtung findet sich, wenn man auf die Ebene, in der sich die Schwingungen vollziehen, eine zu ihr senkrechte Mittelachse errichtet.

Um nun diese Anordnung für Zwecke der Funkentelegraphie praktisch verwertbar zu machen, stützte sich Artom auf eine Eigenschaft der zur Hervorbringung rotierender magnetischer Felder dienenden Wechselstromkreise und begründet die Berechtigung, diese Eigen-

schaft mit ausreichender Genauigkeit auch auf Stromkreise mit oszillatorischen Strömen auszudehnen, wie folgt:

Es seien zwei Strecken MN und NP (Fig. 104) von ein und demselben Wechselstrom durchflossen und die Anordnung so getroffen, daß die Ströme in MN und NP gleiche Intensität ($J_a = J_b$) haben, aber in ihren Phasen um $\frac{\pi}{2}$ verschoben sind, indem man parallel zu NP einen Kondensator von entsprechendem Werte schaltet. Ist die Potentialdifferenz zwischen den Enden NP gleich V und wird sie

Fig. 104. Fig. 105.



(Fig. 105) durch OV dargestellt, dann muß J_c durch eine auf OV senkrecht stehende Linie vom Werte $2\pi n C V$ dargestellt werden. Ist r_2 der Ohmsche Widerstand und L_2 die Selbstinduktion von NP, so gilt die Gleichung

$$J_b = \frac{V}{\sqrt{r_2^2 + 4\pi^2 n^2 L_2^2}},$$

J_b wird außerdem mit Bezug auf V noch durch die Selbstinduktion des Winkels arc tg $\frac{2\pi n L_2}{r_2}$ verzögert. Ist

$$2\pi n L_2 = r_2, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

so ist der Winkel gleich 45°.

Aus Fig. 105 ergibt sich weiters, daß J_a, d. i. die Resultante von J_c und J_b, effektiv gleich J_b wird und gegen diese um 90° verschoben ist, wenn

$$J_c = 2 J_b \cos 45^0$$

oder

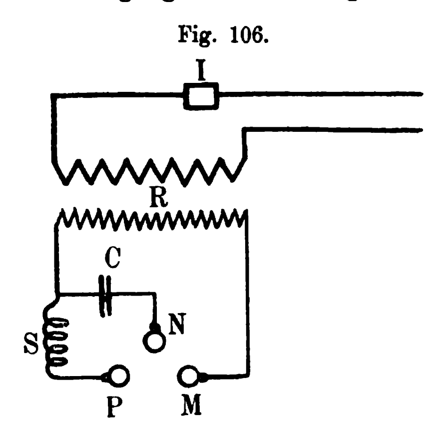
$$2\pi n C V = \frac{2V}{\sqrt{r_2^2 + 4\pi^2 n^2 L_2^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

oder auch nach Gl. (1)

$$4\pi^2 n^2 L_2 C = 1. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Nach Gl. (2) muß der Stromkreis NCP den Bedingungen des Synchronismus und der Resonanz genügen. Treffen die Gl. (1) und (2) zu, so muß das von J_a und J_b erzeugte Feld ein rotierendes Feld sein, wenn die von ihnen ausgehenden Bewegungen rechtwinklig sind.

Fig. 106.



In Fig. 106 sind M, N, P, drei Leiter einer Funkenstrecke, so verteilt, daß sie an den Ecken eines rechtwinkligen Dreiecks mit gleichen Katheten zu liegen kommen. Wird nun zur Vereinfachung der Rechnung angenommen, daß sich die Entladung nach dem Sinusgesetze vollzieht, so läßt sich nach den vorstehenden Erläuterungen die Anordnung so treffen, daß die zwischen M und N verlaufenden Oszillationen gleiche Werte haben und um 90^0 gegeneinander verschoben sind, wodurch den Bedingungen der Gl. (1) und (2) genügt ist. C ist hierbei eine Kapazität und S eine Selbstinduktion.

Die durch Gl. (1) dargestellte Bedingung ist, wenn es sich um die in der Industrie gebräuchlichen Wechselströme handelt, von großer Bedeutung, wogegen sie hier wegen des oszillatorischen Charakters der Entladung zwischen N und P weniger von Belang ist. Es empfiehlt sich daher für die Erreichung des Zweckes die Widerstandsverhältnisse so zu regeln, daß der gewöhnlich 0,8 Ohm betragende Widerstand der Funkenstrecke den größten Teil von r_2 ausmacht. Der Wert $L_2 = \frac{r_2}{2\pi n}$ für hohe Frequenzen ergibt sich ohne weiteres.

Die Gl. (1) läßt sich daher mit guter Annäherung auch dann anwenden, wenn sich die Entladung nicht nach dem Sinusgesetz vollzieht. Sowie den Gl. (1) und (2) genügt ist, erhält man bei geringen Werten von C und S zwei Entladungen von gleicher Weite, von denen die eine (MN) als von einem primären Oszillatorkreise, die andere (NP) von einem Resonator herrührend, angesehen werden kann.

Um sich zu überzeugen, ob das von diesen beiden Oszillationen erzeugte Feld die theoretisch abgeleiteten Eigenschaften hat, stellte Artom Versuche an, wobei er sich bezüglich des magnetischen Feldes darauf beschränkte, die Ströme zu beobachten, die in Solenoiden hervorgerufen wurden, welche in verschiedenen Stellen des Feldes auf-

gehängt waren. Von der Untersuchung mechanischer Wirkungen wurde aus dem Grunde Umgang genommen, weil die Effekte der magnetischen Hysteresis durch die angewendeten hohen Frequenzen vernichtet wurden. Die Effekte des rotierenden elektrischen Feldes waren dagegen sehr gut zu beobachten. Leichte Glasglocken auf feinen Glasspitzen rotierten, wenn sie 20—30 cm von dem Oszillator aufgestellt wurden. Bei Aenderung der Verbindungen in der Weise, daß MN an Stelle von NP Resonanzstromkreis wurde, kehrte sich auch die Drehrichtung der Glasglocken um.

Das auf diese Weise entstehende elektromagnetische Feld ist infolge des Streuens der Funkenstrecke ein sehr komplexes, doch läßt sich durch Hinzufügen von zwei gleich langen und in der bereits angegebenen Weise gekreuzten Luftdrähten mehr Regelmäßigkeit hineinbringen. Besser ist es noch, zwei Systeme von Luftdrähten zu verwenden. Diese Drähte sind dann der Ausgangspunkt von zwei Schwingungen gleicher Weite mit $^1/_4$ Wellenlänge Phasenverschiebung und erzeugt das Zusammenwirken beider Schwingungen elektromagnetische Schwingungen mit rotierender Polarisation, die sich in der Richtung der im Kreuzungspunkte der beiden Luftdrähte oder Systeme von Luftdrähten gelegenen, zu deren Ebene senkrechten Achse fortpflanzen.

Rotierende Felder lassen sich aber auch dann erhalten, wenn bei gleicher Amplitude die Phasendifferenz φ statt $\frac{\pi}{2}$ ist. Es genügt demnach, die Sendedrähte im Winkel $\pi - \varphi$ zu kreuzen, um noch Schwingungen mit rotierender Polarisation zu erhalten.

Das System der drahtlosen Telegraphie von Heinicke[1]. Bei diesem Systeme wird für den Empfänger die bekannte Schäfersche Platte als Wellenanzeiger verwendet und unterscheidet sich die sonstige Anordnung der Empfangseinrichtung von den gebräuchlichen Anordnungen nicht. Die Neuerung bezieht sich hier nur auf die Anordnung des Senders, der in schematischer Anordnung in Fig. 107 dargestellt erscheint. Die Sekundäre des Induktors J (Fig. 108) führt über zwei Funkenstrecken f_1 f_2 zu den zwei Heinickeschen Transformatoren C_1 C_2, welche aus Metallzylindern bestehen, auf welche in einer oder auch mehreren Lagen gut isolierter Draht aufgewickelt ist. Die Enden dieser Windungen stehen mit je einem kleinen Kondensator c_1 c_2 in Verbindung und führt ferner das zweite Ende des Wicklungsdrahtes an den Sendedraht L, bezw. an die Erde E. Zwischen diesen beiden

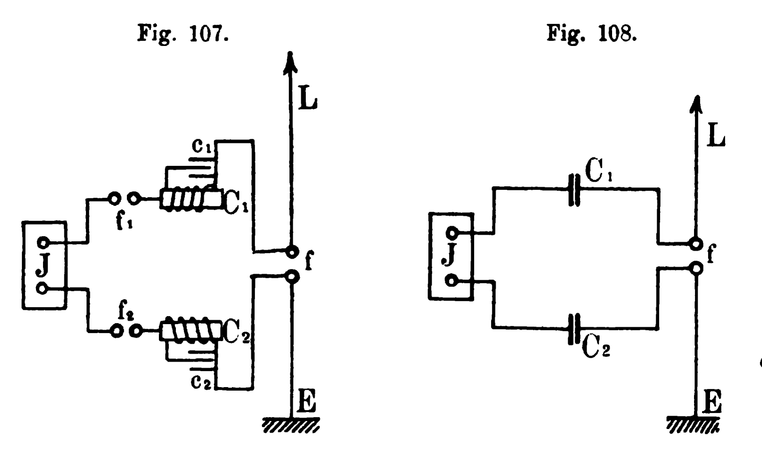
[1] E. T. Z. 1905, S. 851.



befindet sich die Haupt- oder Erregerfunkenstrecke f. Die beiden anderen Funkenstrecken üben auf den Schwingungsvorgang im eigentlichen Sendekreis keinen Einfluß aus.

Betrachtet man diese Einrichtung etwas genauer, so bietet sie, wie H. Brandes ganz richtig bemerkt, absolut nichts Neues, denn die Anwendung von Ladefunkenstrecken ist schon lange bekannt. Die beiden Hilfskondensatoren c_1 c_2, die auch ganz weggelassen werden können, erscheinen hier völlig zwecklos und bliebe sohin nur die Anordnung der Transformatoren C_1 C_2 als etwas Abweichendes zu betrachten. Diese Transformatoren spielen aber hier wohl kaum eine andere Rolle als die einfacher Kondensatoren, deren eine Belegung der

Fig. 107. Fig. 108.



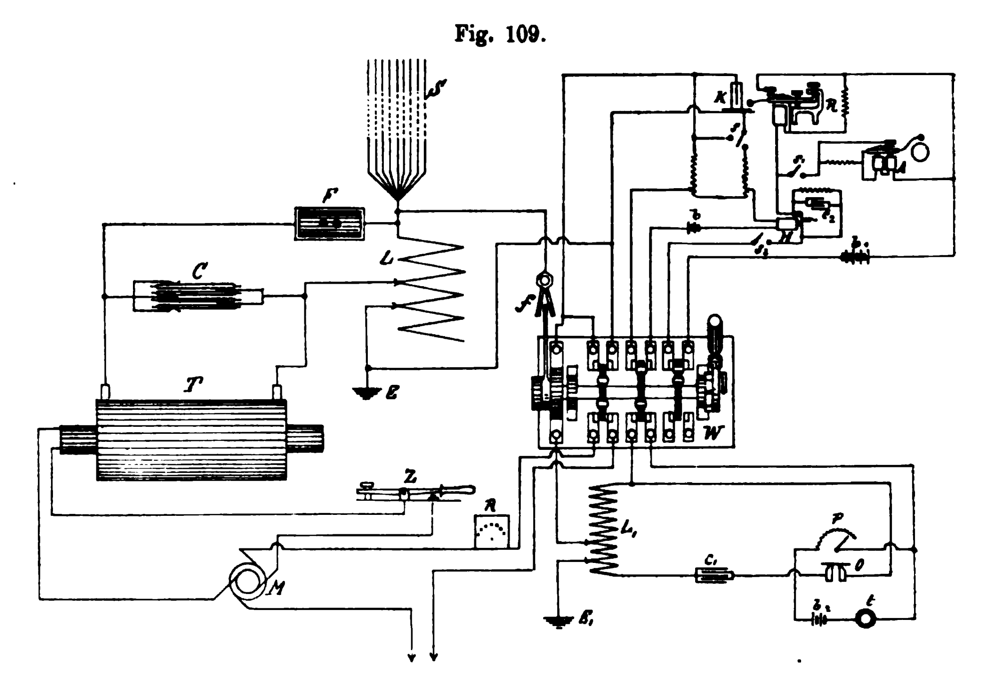
Metallzylinder, die andere Belegung die Seele des aufgewickelten Drahtes ist, wogegen die Drahtisolation das Dielektrikum darstellt. Die ganze Anordnung läßt sich ihrem Wesen nach viel übersichtlicher durch die Fig. 108 darstellen, welche nun wieder nichts anderes, denn ein Marconisender ist.

Heinickes[1]) Antwort auf diese Kritik seiner Erfindung beschränkt sich darauf, daß er erwähnt, es sei weder von ihm noch von jemand anderem etwas über sein System, welches bereits der Erprobung unterworfen wird, veröffentlicht worden, und beziehe sich die Kritik daher auf etwas nicht genau Bekanntes. Er behält sich die Veröffentlichung bis zum geeigneten Zeitpunkt vor und müsse es bis dahin unterlassen, auf den sachlichen Teil der Kritik einzugehen. Ehe daher ein entscheidendes Urteil über diese Neuerung abgegeben werden kann, muß diese Veröffentlichung abgewartet werden.

[1]) E. T. Z. 1905, S. 823.

Massies System der drahtlosen Telegraphie[1]. Die Sendeanordnung bei diesem Systeme weist keinerlei grundlegende Neuerung auf und schließt sich in ihrer Ausgestaltung den Einrichtungen an, welche sich im praktischen Betriebe am besten bewährt haben. Für Entfernungen bis zu 160 km wird zur Energieversorgung des Systemes ein Induktorium angewendet, über diese Entfernung hinaus wird der für diese Zwecke verwendete Transformator entweder unmittelbar von dem einer Zentrale entnommenen Strome gespeist, oder es gelangt eine kleine Wechselstrommaschine von 60 Wechseln

Fig. 109.



und einer Leistung von 25 Ampere und 120 Volt zur Verwendung. Ist der von der Zentrale eingelieferte Strom ein Gleichstrom, so wird er durch einen Motorgenerator in Wechselstrom von 60 Wechseln umgewandelt. Der Transformator mit einer Leistung von 2,5 Kilowatt transformiert die Spannung der eingelieferten 110 Volt auf 60000 Volt, welche dem Systeme zugeführt werden. Das eigentliche Sendersystem besteht aus einem regulierbaren Glasplattenkondensator in Verbindung mit einer Funkenstrecke, deren Stromkreis an die Windungen des eigentlichen Strahlkreises angeschlossen ist, so daß hier die galvanische Kopplung des

---

[1]) E. W. Bd. 46, S. 178.

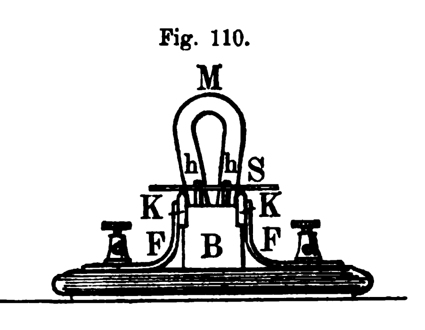
Erregerkreises mit dem Strahlkreise zur Anwendung gelangt und ein Teil der Selbstinduktion beiden Kreisen gemeinsam ist. Die Leitungsverbindungen sind aus dem Stromlaufschema (Fig. 109) zu entnehmen.

Das wesentlich Neue dieser Einrichtung bildet bei diesem Systeme der Zeichenempfänger und eine Schaltwalze, bei welch letzterer der Anrufwecker, der Zeichenempfänger, der Transformator und der Motorgenerator mit nur einer Bewegung gleichzeitig aus- bezw. eingeschaltet werden.

Bei allen Einrichtungen, für welche ein Telephon als Zeichenempfänger zur Anwendung gelangt, muß der die Einrichtung Bedienende das Telephon, um nicht gelegentlich Nachrichten zu überhören, ständig am Ohre halten. Da dies jedoch für die Dauer nicht angeht, wird sich damit beholfen, bestimmte Zeiten festzulegen, zu welchen die Bedienenden beider Posten die Telegramme zu nehmen bezw. abzugeben haben. Dies ist als ein Nachteil des sonst so verläßlichen Telephonempfängers zu bezeichnen und die hauptsächliche Ursache, daß man so ungerne Gebrauch von ihm macht. Um nun diesen Uebelstand zu beseitigen, wendet Massie einen Anrufwecker an. Da nun ein solcher Anruf die Anwendung eines Fritters bedingt, so stellte sich gleich die Frage, ob nicht dessen Wirkung weiter ausgedehnt und für die Betätigung des Telephonempfängers nutzbar gemacht werden kann. Die Gründe, die hierfür sprechen, sind dreierlei, und zwar erfordert die Einstellung der Apparate nicht jene Genauigkeit wie bei Verwendung eines registrierenden Zeichengebers, läßt sich ferner die Geschwindigkeit der Uebertragung wesentlich vergrößern und wird endlich die Gefahr atmosphärischer Störungen bedeutend herabgemindert.

Der von dem Erfinder mit dem Namen Oszillophon bezeichnete Empfangsapparat besteht aus einer verbesserten Form des Mikrophonkontaktes in Verbindung mit einem Telephone. Eine Ansicht dieses Mikrophonkontaktes ist in Fig. 110 gegeben. Auf einem Bodenbrett ist ein Block B aus Hartgummi oder Schiefer aufgesetzt, in welchen an zwei einander gegenüberliegenden Seiten Falze zur Aufnahme der für diesen Wellenanzeiger benützten Kohlekontakte eingeschnitten sind.

Fig. 110.



Diese Kohlen K K sind flach, haben eine Länge von 3 cm, eine Breite von 1 cm und eine Stärke von 3 mm und werden durch gebogene Federn F F in ihrer gegenseitigen Lage festgehalten. Die unteren

Enden dieser Federn, welche gleichzeitig als Leiter dienen, stehen mit den Zuführungsklemmen in Verbindung. Die Kohlen werden aus fein gesiebter Kohle mit einem schweren Oele in der Weise hergestellt, daß die auf diese Weise erhaltene Masse in Formen gepreßt und sodann entsprechend erhitzt wird. Eine solche Kohle soll in ihren Eigenschaften den besonderen Anforderungen für die Kontaktgebung bestens entsprechen. Die oberen Enden dieser Kohlen sind messerartig abgeschrägt und werden durch eine auf diese aufgelegte Stahlnadel S verbunden. Wiewohl andere Metalle ebensogut verwendet werden

Fig. 111.

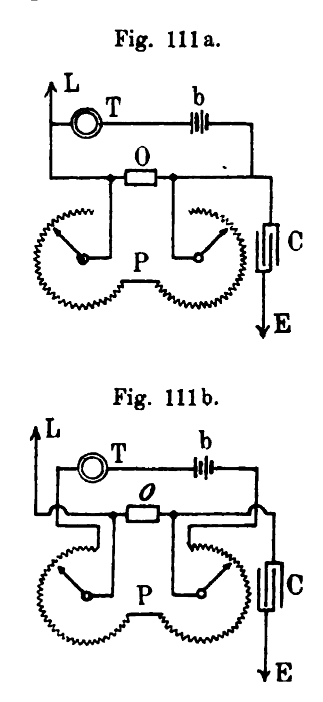


Fig. 111a.

Fig. 111b.

können, wurde dem Stahl doch der Vorzug gegeben, weil er durch die Anziehungskraft eines Dauermagneten M festgehalten und so gegen zufällige Verschiebungen geschützt werden kann.

Der hierfür verwendete Hufeisenmagnet wird mit den Polen nach unten neben dem Blocke B so befestigt, daß dessen Kraftlinien nach Bedarf auf die die beiden Kohlen überbrückende Stahlnadel einwirken, und hat nur den Zweck, die Nadel in ihrer Lage auf den Kohlen festzuhalten. Eine unmittelbare Berührung dieser Nadel mit dem Magneten wird durch die zwei Hemmstifte h h verhindert. Bei der gewöhnlichen Form eines mikrophonischen Wellenanzeigers ist der die Kohlen über-

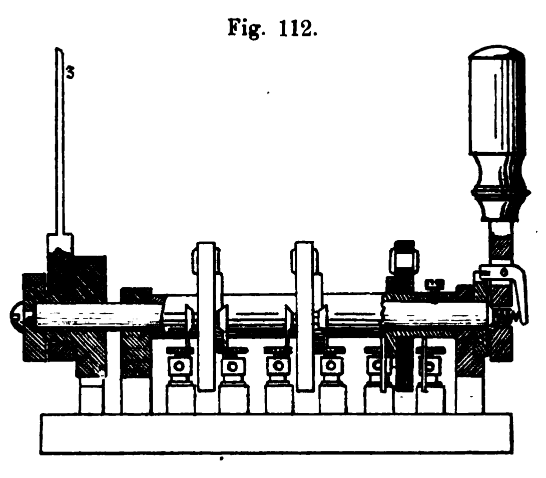
brückende Teil Schwingungen ausgesetzt und hat unter der Einwirkung des Ortsstromes die Neigung, sich längs der Kohlen zu verschieben, wodurch die Wirkung verschlechtert und die Zeichengebung ungenau wird. Diese Unannehmlichkeiten haben auch bisher die ausgedehntere Anwendung der mikrophonischen Wellenanzeiger ausgeschlossen. In dem Oszillophone wird die Nadel sanft gegen die Hemmstifte gezogen und dort festgehalten und ist hierdurch die Quelle der Störung beseitigt und die Empfindlichkeit vielfach erhöht. Fig. 111 stellt die Stromlaufverbindungen des Oszillophones schematisch dar. Der Widerstand dieses Wellenanzeigers beträgt in der Ruhelage annähernd 40 000 Ohm, welcher unter dem Einflusse der elektromagnetischen Wellen nach erfolgter Kohäsion auf ungefähr 700 Ohm herabsinkt. Das aus zwei Teilen bestehende Potentiometer P, welches in Abstufungen von 10 bezw. 150 Ohm gewunden ist, steht über einen Kondensator C von 0,1 Mikrofarad einesteils mit der Erde, anderenteils mit dem Luftdrahte in Verbindung. Der Kondensator kann durch einen Schalter ein- und ausgeschaltet werden. Das Oszillophon wird, wie dies die beiden kleineren Schemas (Fig. 111a und 111b) zeigen, entweder im Nebenschlusse oder in Serie geschaltet, und kann jede dieser Schaltungen nach dem jeweiligen Bedarfe zur Anwendung gelangen, zu welchem zwei mit S und N bezeichnete Schalter vorgesehen sind. Die Serienschaltung findet für weitere Entfernungen, die Nebenschlußschaltung hingegen dort Anwendung, wo geringere Entfernungen zu überwinden sind.

In einem durch den Walzenschalter ein- und auszuschaltenden gesonderten Stromkreis befindet sich die Anrufvorrichtung für den Bedienenden. Diese umfaßt eine geänderte Fritterform, einen Klopfer, ein Relais und eine Glocke. Der Fritter als solcher ist bereits auf S. 172 beschrieben. In der schematischen Darstellung der Leitungsverbindung (Fig. 109) bezeichnet M den Motorgenerator, R den Anlaßwiderstand, Z den Zeichengeber, T den Transformator, C den regulierbaren Kondensator und F die Funkenstrecke des über L geschlossenen Erregungskreises, S das auch für den Empfang mitbenutzte Sendegebilde, E E_1 die Erden, W den Walzenschalter, K den Fritter, H das Relais, R den Klopfer, A den Anrufwecker, b die Ortsbatterie, c_1 c_2 Kondensatoren, O das Oszillophon, P das Potentiometer, t das Telephon, b_2 die zugehörige Ortsbatterie, s s_1 s_2 Schalter zum Um- bezw. Ausschalten der verschiedenen lokalen Stromkreise.

Die Konstruktion des Walzenschalters ist aus der Seitenansicht und dem teilweisen Schnitt in Fig. 112 zu entnehmen und bedarf diese Darstellung wohl kaum einer Erklärung. Nur der Hebel 3 bedarf

einer Erläuterung. Er greift mit seiner messerartig zugeschliffenen Schneide zwischen zwei Metallfedern f (Fig. 109) und stellt die Verbindung des Luftleiters mit dem Empfangskreise her. Durch die gleichzeitige Ein- bezw. Umschaltung aller hierbei in Betracht kommenden Kreise, mit einer einzigen Verdrehung der Walze durch den wohlisolierten Handgriff, dessen zufällige Verschiebung durch eine Feder mit Klinke hintangehalten ist, wird auch die Sicherheit des Bedienenden gewährleistet. Diese einfache Umstellung beschleunigt aber auch die Abwicklung des Verkehrs, indem eine einzige Bewegung genügt, um die Station auf Sendung oder Empfang einzustellen.

Fig. 112.



Dieses System befindet sich schon seit mehr als einem Jahre im praktischen Betriebe und soll sich in diesem bestens bewährt haben. Die Empfindlichkeit des Oszillophones soll eine ganz außerordentliche sein und dadurch den drahtlosen Nachrichtenverkehr zu einem sehr sicheren gestalten.

Das System der drahtlosen Telegraphie von Murgas. Das wesentliche Merkmal der Anordnung von Murgas besteht darin, daß die Morsezeichen statt durch Punkte und Striche durch Töne verschiedener Höhe zum Ausdrucke gebracht werden. Als Empfänger dient ein Fernhörer und ist, um in diesem die verschiedenen Tonhöhen zum Ausdrucke zu bringen, beim Sender eine Einrichtung geschaffen, mittels welcher die Schwingungszahl des Sendekreises in bestimmter Weise verändert werden kann. Ursprünglich geschah dies durch zwei verschiedene Unterbrecher, die abwechselnd auf die gleiche Induktionsspule einwirkten. Jeder dieser Unterbrecher entsprach in der Anzahl der Unterbrechungen einem bestimmten Tone, der als solcher im

Empfänger zum Ausdrucke gelangte. Der Unterschied der Töne in Bezug auf die Höhe mußte ein ziemlich großer sein und wurde hierfür die Oktave gewählt. Diese beiden Unterbrecher befanden sich in ununter-

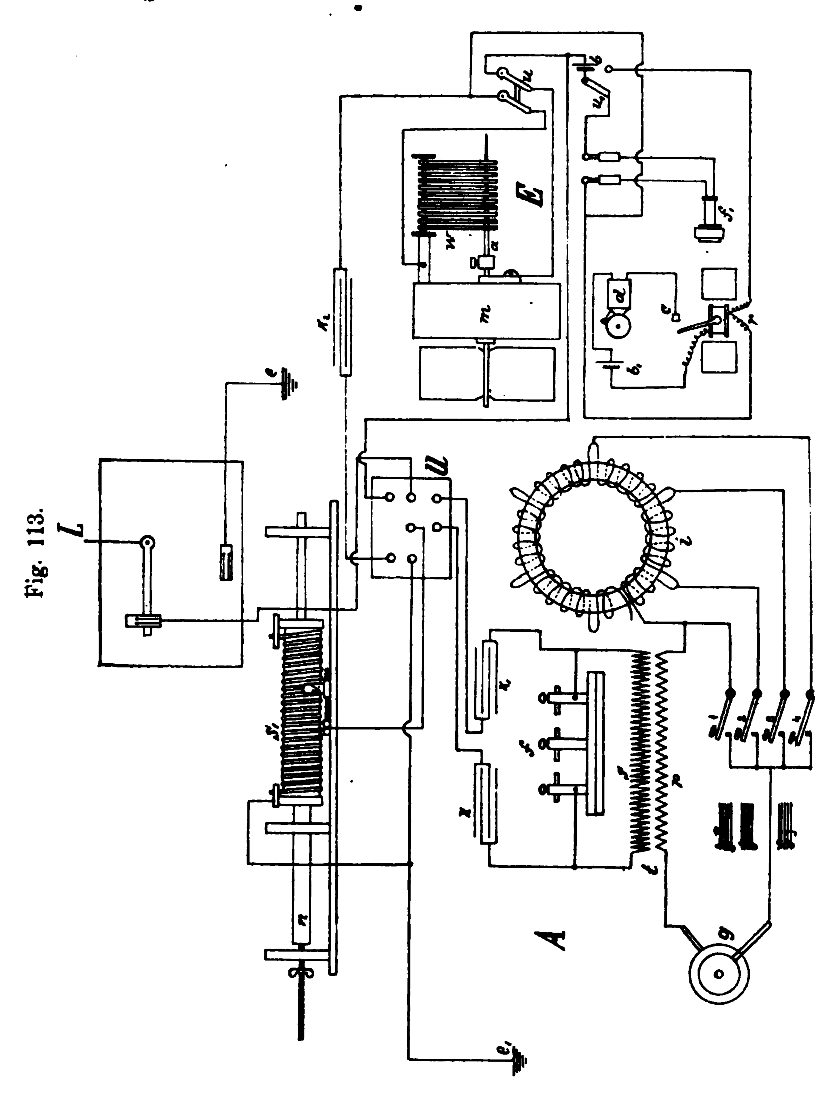


Fig. 113.

brochener Bewegung und wurden durch eine Doppeltaste je nach Bedarf abwechselnd in den Stromkreis der Induktionsspule eingeschaltet.

Wiewohl sich diese Art der Anordnung, was die Deutlichkeit der Uebertragung anbelangte, sehr gut bewährte, haben sich dennoch einige Unzuträglichkeiten, wie Lichtbogenbildung zwischen den Kontakten etc.

ergeben und verwendet Murgas nunmehr die in Fig. 113 schematisch vorgeführte Anordnung.

Mit A ist die Sende- und mit E die Empfangsanordnung bezeichnet, L stellt den Luftdraht und U den Umschalter für den Uebergang von einer Schaltung auf die andere dar. Der Wechselstromgenerator g bildet mit der Primärwicklung p des Transformators t und der Induktanzrolle i einen Stromkreis, der jedoch erst durch Niederdrücken einer der Tasten 1 bis 4 geschlossen wird. Je nach Wahl der Taste durchläuft der Strom einen größeren oder geringeren Teil der Induktanzrolle, welche bei Niederdrücken der Taste 1 ganz ausgeschaltet wird. Die Funkenstrecke f wird nun so eingestellt, daß ihre Frequenz bei Druck auf die Taste 1 der Frequenz der Wechselstrommaschine entspricht. Der hierbei erzeugte bestimmte Ton muß sich mit der Frequenz der Funkenstrecke ändern, wenn durch Niederdrücken einer der Tasten 2 bis 4 eine entsprechende Induktanz in den Stromkreis eingeschaltet wird. Die Abzweigungen der Induktanzrolle zu den Tasten sind nun so gewählt, daß der eine Ton von dem nächstfolgenden um eine Oktave abweicht. Wird eine Taste zur Darstellung der Punkte und die andere zur Darstellung der Striche des Morsealphabetes benutzt, so unterscheiden sich diese Zeichen im Fernhörer des Empfangsortes deutlich durch die verschiedene Höhe der wahrzunehmenden Töne.

Die Veränderung der Selbstinduktion s_1 im eigentlichen Schwingungskreise geschieht einesteils in der bekannten Weise mittels Gleitkontakt v, andernteils aber noch dadurch, daß der auf das Spulenende drückende Stab n verschoben wird und hierdurch den Abstand der Spiralengänge verkleinert oder vergrößert. Da die Verschiebung des Stabes mittels Mikrometerschraube erfolgt, ist auch die Einstellung der Selbstinduktion eine sehr scharfe.

Im Empfangskreise E ist m ein Motor, der die Stahlachse a des Wellenanzeigers w in Umdrehung versetzt, f_1 ein Fernhörer, r ein Relais und d ein Wecker. Mittels des Umschalters u wird der Wellenanzeiger beim Senden abgeschaltet. Der Schalter u_1 dient dazu, entweder das Relais oder den Fernhörer einzuschalten. Das Relais r wird durch die Batterie b bei entsprechender Stellung des Schalters u_1 dann betätigt, wenn der Wellenanzeiger leitend ist, also nur bei Ankunft funkentelegraphischer Zeichen. Es schließt sodann den Kontakt c und damit den Ortsstromkreis des Weckers d.

Der von Murgas benützte Wellenanzeiger ist bereits auf S. 173 beschrieben.

Die vorstehend beschriebene Einrichtung eignet sich vornehmlich

für die Nachrichtenübertragung über Land und entspricht, wie die Versuche zwischen den beiden durch Berg- und Hügelketten getrennten Stationen zu Wilkesbarre und Scranton erwiesen, vollkommen den gehegten Erwartungen, indem sich der Nachrichtenaustausch vollkommen anstandslos vollzieht, trotzdem anfänglich induktive Störungen durch eine Reihe von mehr oder minder zur Verbindungslinie parallel verlaufender elektrischer Bahnen behindernd einwirkten. Es ist jedoch durch Verschärfung der gegenseitigen Abstimmung gelungen, den Einfluß dieser Störungen gänzlich zu beseitigen.

Neuerungen an dem Systeme der drahtlosen Telegraphie von Marconi[1]). Mit den nachfolgenden Schaltungsarten für die Empfangseinrichtung soll einerseits eine sehr scharfe Abstimmung erzielt, anderseits eine Störung des Empfängers durch atmosphärische Störungen nahezu ausgeschlossen werden.

Fig. 114.

In der einfachsten Form der Ausführung (Fig. 114) bedeutet F den Wellenfänger oder Empfangsleiter, welcher durch einen Gleitkontakt mit der Spule L in Verbindung steht, C einen Kondensator, S und p die Uebertragungsspulen. G und E sind zwei Erdanschlüsse, von welchen E gleichfalls durch einen Gleitkontakt mit der Spule L verbunden ist. Die Enden der Spule S stehen mit einem elektrolytischen oder elektromagnetischen Wellenanzeiger in Verbindung.

Zur Einstellung auf Resonanz wird zunächst die Verbindung mit E gelöst und der Gleitkontakt von F längs L so lange verschoben, bis die Zeichen im Empfänger deutlich hervortreten. E wird nun an L angelegt und längs dieser Spule so lange verstellt, bis die Zeichen mit der gleichen Deutlichkeit wie vorher hervortreten.

Der Anschluß von E an L hat in einem Knotenpunkte der aufzunehmenden Schwingung zu erfolgen und ist demgemäß von der Wellenlänge abhängig. Alle Schwingungen, für welche der Anschlußpunkt kein Knotenpunkt ist, werden dementsprechend zur Erde abgeleitet und spricht der Wellenanzeiger auf diese Schwingungen

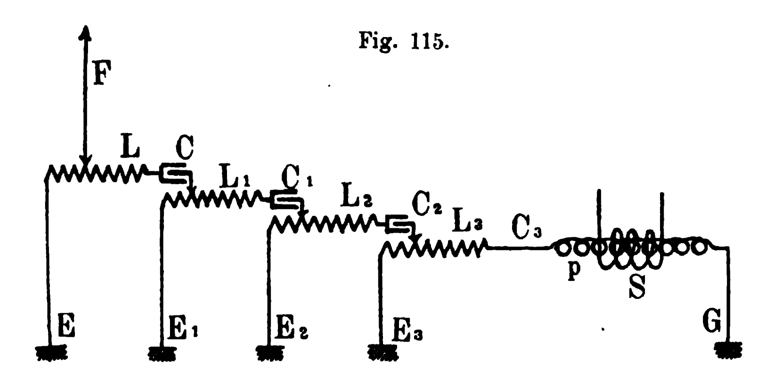
[1]) Western Electrician 1905, S. 26.

deshalb nicht an. Es findet sonach eine scharfe Selektion der einlangenden Wellen statt und gelangen an den Wellenanzeiger nur solche Schwingungen, auf welche das System in der vorbeschriebenen Weise abgestimmt ist. Selbstredend sind hierdurch auch Störungen durch atmosphärische Elektrizität zum größten Teile beseitigt.

Werden mehrere Schwingungskreise in der angegebenen Weise (Fig. 115) hintereinander verbunden, so ist die Ausscheidung der Wellen eine noch viel bessere und daher die Schärfe der Abstimmung und der Schutz gegen Störungen wesentlich vergrößert.

Eine weitere von Prof. Fleming herrührende Neuerung bezieht sich auf die Funkenstrecke, bei welcher, um das Entladungspotential zu erhöhen, die Funkenkugeln in einem Zylinder mit verdichteter Luft

Fig. 115.



(Fig. 116) eingeschlossen sind. Der Zylinder ist, um Gefahren durch zu starke Verdichtung auszuschließen, mit Druckmesser und Sicherheitsventil versehen. Um eine einseitige Abnützung der Funkenkugeln, zwischen welchen die Entladung erfolgt, hintanzuhalten bezw. zu verhindern, daß die Funken stets von den gleichen Punkten der Oberfläche überspringen, stehen beide Kugeln durch Schneckengetriebe mit je einem Motor in Verbindung und werden durch diesen in eine dauernde Drehung versetzt. Die Funken springen hierdurch stets zwischen verschiedenen Punkten über und wird auf diese Weise der ganze Umfang der Elektroden ausgenützt.

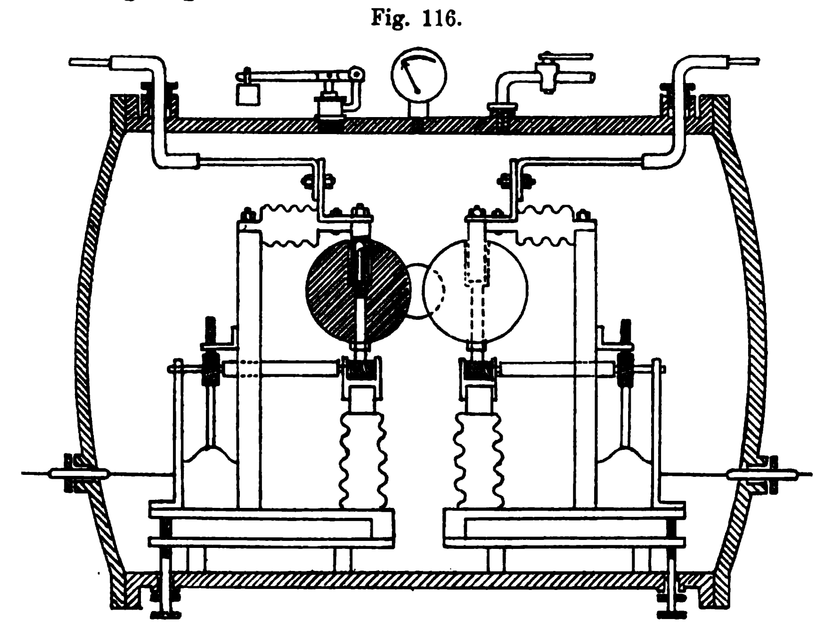
Die hochgespannten Ströme werden den Kugeln durch Quecksilberkontakte zugeführt und haben die Kugeln zu diesem Zwecke eine axiale Aushöhlung, die mit Quecksilber angefüllt ist, in welches die eigentlichen Zuführungkontakte eintauchen.

Die Kugeln sind nebst Motor und Antriebsvorrichtung auf kleinen Schlitten untergebracht, die durch eine von außen angetriebene Schraube

mehr oder minder um die eine Kante verdreht werden können und ist es hierdurch möglich, die Länge der Funkenstrecke oder die Schlagweite nach Bedarf einzuregeln, was durch ein in den Zylinder eingelassenes Beobachtungsfensterchen wesentlich erleichtert wird.

Es ist durch die Einschließung der Funkenstrecke in einen abgeschlossenen Raum nicht nur eine vorzügliche Schalldämpfung erreicht, sondern es findet auch eine wesentlich geringere Dämpfung der Funkenstrecke statt und werden somit die Energieverluste in der Funkenstrecke bedeutend geringer.

Fig. 116.



Wesentlich Neues ist mit diesen beiden Anordnungen nicht geschaffen, da Slaby die Ausscheidung aller Wellenlängen, für welche das Empfangssystem nicht abgestimmt ist, durch Erdung des Wellenfängers an einem Knotenpunkte der Spannung schon lange vorher angewendet hat (s. d. F. d. T. I, S. 22) und die Durchsiebung der Wellen unter Zuhilfenahme mehrerer Schwingungskreise, wenn auch auf andere Weise schon viel früher durch Stone (s. d. F. d. T. II, S. 108) angegeben wurde.

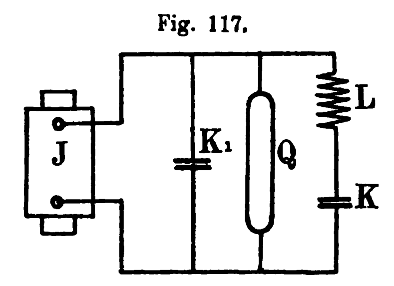
Auch die Entladung der Funkenkugeln in verdichteter Luft wird von Fessenden schon seit längerer Zeit verwendet (s. S. 222). Es ist hier sonach als neu nur die veränderte Anordnung und die fortlaufende Drehung der Funkenkugeln zu bezeichnen.

Das System Telefunken. A. Neuere Patente[1]). Die Gesellschaft für drahtlose Telegraphie hat eine Reihe von Vorrichtungen patentiert erhalten, von welchen als besonders bemerkenswert die nachfolgenden zur Beschreibung gelangen sollen:

1. Vorrichtung zur Erhöhung der Fernwirkung funkentelegraphischer Sender. Zu diesem Zwecke sollen als Gegengewicht an Stelle von Erdleitungen oder Symmetriedrähten Körper verwendet werden, deren Ausdehnung nicht vorzugsweise nach einer Richtung hin geht, also z. B. eine oder mehrere Platten, die eine geringere Dämpfung als gleichwertige Symmetriedrähte besitzen. Solche Platten eignen sich insbesondere gut für bewegliche Stationen, für welche es stets schwer wird, eine gute Erdung zu erhalten, und ebenso für feste Stationen mit felsigem Gelände. Die Vorteile und Ueberlegenheit der Gegengewichte gegenüber Erdverbindungen, besonders in den erwähnten Fällen, wurde durch die Versuche von Sachs (S. 67), Evans (S. 85), Duddell und Taylor (S. 82) u. a. vielfach nachgewiesen.

2. Verfahren zur Erzeugung wenig gedämpfter elektrischer Schwingungen. Bei dieser Anordnung gelangt ein als Ventil wirkender Unterbrecher und ein zur Stromquelle parallel geschalteter Kondensator hoher Kapazität zur Ausnützung. In Fig. 117 bezeichnet J die Stromquelle, Q eine Quecksilberdampflampe, welche parallel zur Selbstinduktion L und zur Kapazität K liegt. L K stellen den Nutzschwingungskreis dar, welcher seine Energie entweder unmittelbar oder induktiv an den Luftleiter abgibt. Dem Kondensator K_1 fällt die Aufgabe einer Pufferbatterie zu, welche im Augenblicke der größten Energiebeanspruchung an den Nutzschwingungskreis Energie abgibt. Es wird durch diese Anordnung eine günstige Beanspruchung und vorteilhafte Ausnutzung der Stromquelle erreicht.

Fig. 117.

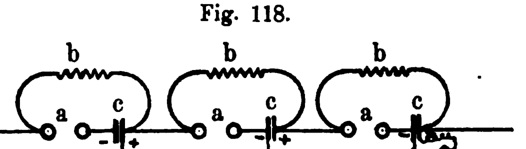


3. Unterteilte Funkenstrecken mit Kondensatoren in Parallelschaltung. Diese Anordnungen beziehen sich auf die von Prof. F. Braun geschaffenen Mittel zur Erhöhung der Senderenergie, über welche bereits in den F. d. T. III, S. 50 eingehende Mitteilungen gebracht wurden. Ausschlaggebende Aenderungen liegen

[1]) E. T. Z. 1906, S. 79.

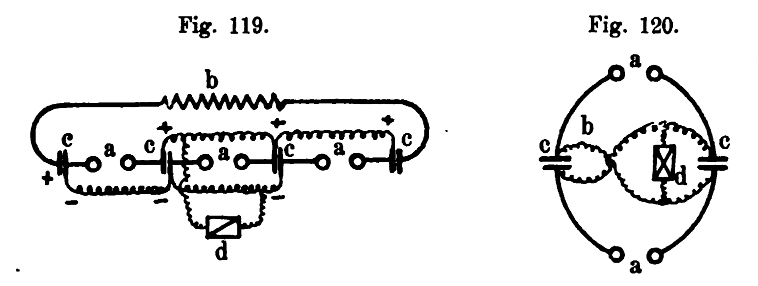
diesfalls nicht vor. Das Wesen dieser Anordnung beruht in der Anwendung von Kondensatoren, die in Parallelschaltung von einer Energiequelle aus geladen werden und sich über Funkenstrecken, die in Reihen-

Fig. 118.



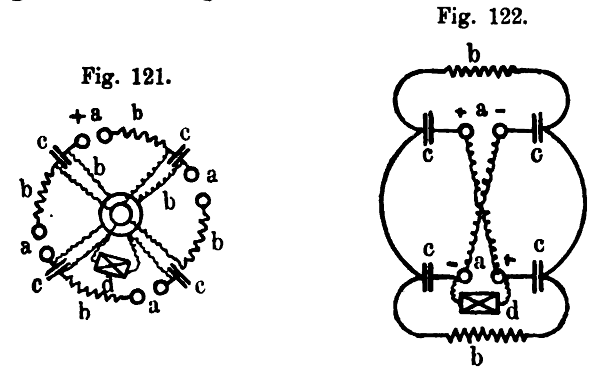
schaltung liegen, entladen (Fig. 118 bis 122). Es wird hierdurch erreicht, daß zum Laden der Kondensatoren nur eine verhältnismäßig geringe Ladespannung erforderlich wird, wogegen bei der Entladung

Fig. 119. Fig. 120.



der Kondensatoren eine der Summe der Einzelspannungen entsprechende Spannungsamplitude erzielt wird. Es ist hierdurch auch die Möglichkeit gegeben, mit einem Hochspannungstransformator ganz verschiedene Schwingungskreise zu erregen.

Fig. 121. Fig. 122.



4. Funkenstrecken mit Spannungsteilern. Wie schon in den F. d. T. III, S. 51 eingehender ausgeführt wurde, ist die Vermehrung der Entladeenergie eines elektrischen Schwingungskreises

durch Verlängerung der Funkenstrecke praktisch begrenzt, weil erstens von einer bestimmten Funkenlänge ab die Spannung nicht mehr im Verhältnisse zur Vergrößerung der Funkenlänge zunimmt und zweitens die Dämpfung in der Funkenstrecke immer mehr ansteigt. Man kann sonach durch Vergrößerung der Funkenstrecke die Energie nicht über eine bestimmte Grenze hinaus steigern. Durch die Unterteilung der Funkenstrecke wird aber die gewünschte Wirkung auch nicht immer erreicht, weil nicht jede Funkenstrecke den auf sie entfallenden Teil der Spannung aufnimmt. Diesem Uebelstande wird nun durch die Anwendung von zu den einzelnen Funkenstrecken parallel geschalteten Spannungsteilmitteln, wie Kapazitäten, Selbstinduktionsspulen, Widerständen u. s. w. abgeholfen, indem durch diese Mittel die gesamte Ladespannung auf die einzelnen Teilfunkenstrecken passend verteilt wird und die Funken alle gleichzeitig einsetzen. In Fig. 123 ist eine Anordnung gegeben, bei welcher kleine Kapazitäten als Spannungsteiler wirken. Eine andere Anordnung, die sogenannte Braun-Rendahlsche unterteilte Funkenstrecke mit Kapazitäten in Verbindung mit Selbstinduktionen oder Ohmschen Widerständen als Spannungsteilern ist in Fig. 160, S. 191 der F. d. T. III eingehender beschrieben.

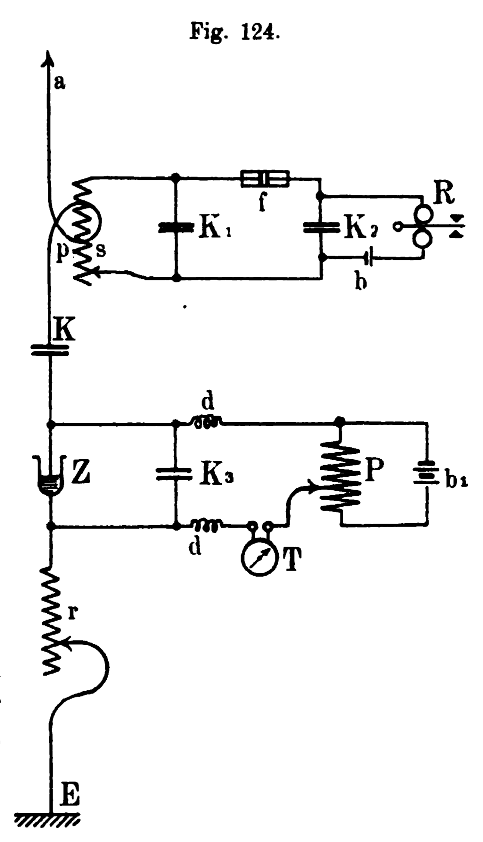
Fig. 123.

5. Schaltung zum Schutze des Wellenanzeigers, wenn eine bestimmte Grenze der Energiezufuhr überschritten ist. Der Zweck dieser Schaltung ist durch Anwendung von zwei mit dem Luftleiter verbundenen Wellenanzeigern verschiedener Empfindlichkeit, den empfindlicheren dadurch zu schützen, daß der minderempfindliche die Wirkung des anderen dann übernimmt, wenn die Energiezufuhr eine bestimmte Grenze überschreitet. Der empfindliche Fritter der Hauptvorrichtung wird gegen zu starke elektrische Einflüsse dadurch geschützt, daß er bei zu starker Empfangsintensität selbsttätig von dem zweiten Empfangsapparate abgeschaltet wird. Zweckmäßig besteht der empfindliche Wellenanzeiger aus einem Körnerfritter, der minder empfindliche Anzeiger aus einer elektrolytischen Zelle, so daß neben dem Schreiben ein Abhören der Zeichen möglich gemacht wird.

6. Anordnung zum Abstimmen des Empfangskreises auf die Schwingungszahl eines entfernten Senders. Diese Anordnung ermöglicht es, einen mit dem Luftdrahte zusammen arbeitenden Empfangskreis genau auf die Schwingungszahl eines entfernten Senders abzustimmen. Es erfolgt dies in der Weise, daß die Schwin-

gungszahl und die Wellenlänge des Senders etwa in der gleichen Weise gemessen werden kann, wie dies mittels Hilfe eines der bekannten Wellenmesser am Orte des Senders erfolgt. Zu diesem Zwecke werden zwei Wellenanzeiger mit dem Luftleiter verbunden und zwar ein quantitativ wirkender und ein anderer, der sich zum Zusammenarbeiten mit einem Schreibapparat eignet. Der erste Wellenanzeiger wird hierbei mit dem Luftleiter fest, der andere hingegen lose gekoppelt, Die lose Kopplung geschieht hierbei vorteilhaft durch Vermittlung eines Transformators, die feste durch unmittelbaren Anschluß des Empfangskreises an den Luftleiter. In Fig. 124 bezeichnet a den geerdeten Luftleiter, welcher die Primärtransformatorspule p, den veränderlichen Kondensator K, die elektrolytische Zelle Z und die Abstimmungsspule r einschließt. Im sekundären Empfangskreise wird die Energie durch die Transformatorspule s aufgenommen und wirkt auf den Körnerfritter f ein. K_1 K_2 sind Kondensatoren, b eine Ortsbatterie und R ein Relais. Parallel zum elektrolytischen Wellenanzeiger Z ist ein Kondensator K_3 geschaltet. Der eigentliche Empfangsstromkreis enthält die Drosselspulen d, die Anzeigevorrichtung T, welche aus einem Telephon oder einem Galvanometer bestehen kann und die Potentiometeranordnung P mit der zugehörigen Ortsbatterie b_1. Durch diese Anordnung wird die Abstimmung des Empfängers in zwei Teile zerlegt und zwar in die Abstimmung des Luftdrahtes mit dem Hörer auf die einlangenden Wellen, und die Abstimmung des sekundären Empfangskreises auf die Schwingungen des Luftdrahtes bezw. dessen Einstellung, bis der Schreibapparat genau arbeitet. Die Abstimmung auf die Wellenlänge der entfernten Station vollzieht sich hierbei in wenigen Sekunden.

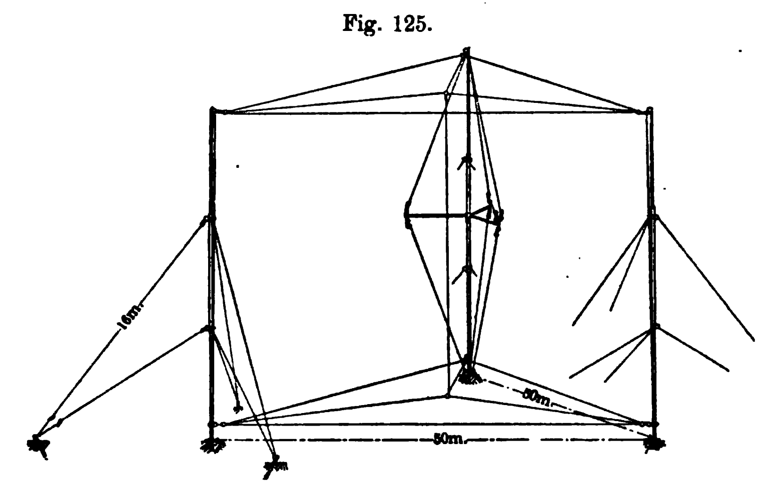
Fig. 124.



B. Tragbare Einrichtungen für Militärzwecke[1]). Diese Einrichtungen sind für die drahtlose Verständigung zwischen den einzelnen Abteilungen einer Armee bestimmt und zeichnen sich durch geringes Gewicht, daher leichte Transportmöglichkeit, sowie durch große Festigkeit und Dauerhaftigkeit aus. Das Gesamtgewicht dieser nur für eine Reichweite von 25 km im flachen Lande bestimmten Einrichtung schwankt zwischen 200 und 300 kg.

Das Neue dieser Anordnung bezieht sich beim Sendegebilde nur auf die Verwendung von teleskopischen Stahlröhren als Maste zum Befestigen der Luftdrähte und in den sonstigen Einrichtungen auf einen von einem Manne anzutreibenden Generator.

Fig. 125.



In jeder Station gelangen drei Maste zur Verwendung, welche auseinandergezogen eine Länge von 10 m und zusammengesteckt eine solche von 3,8 m haben. Um dem ganzen Gerüste genügende Stabilität zu geben, ist jeder Mast auf eine Gußeisenplatte aufgesetzt und wird mittels sechs Stahlkabeln verspannt, die ihren Stützpunkt an in den Boden eingerammten Haken finden.

Fig. 125 stellt die Anordnung des Luftgebildes und des elektrischen Gegengewichtes in Verbindung mit den Tragmasten und Spannkabeln dar. Jeder Mast samt Zubehör wiegt 20 kg. Für das Luftgebilde und Gegengewicht werden Kabel aus acht verzinnten Kupferdrähten im Durchmesser von 4 mm verwendet. Die Isolatoren sind aus Glas hergestellt, welches wegen seiner Leichtigkeit und Dauerhaftigkeit gewählt wurde.

---

[1]) E. W. Bd. 45, S. 721.

Die tragbare Generatoreinrichtung besteht (Fig. 126) aus einer 100wattigen Gleichstromdynamo, welche mittels Riemen von einem eigenartig konstruierten Aluminiumrad angetrieben wird. Dieses Rad erhält seine Bewegung durch Kettenübersetzung von einem fußangetriebenen Pedalrad, wie solche bei Fahrrädern zur Anwendung gelangen. Das Ganze ist auf eine Art Fahrradrahmen aus Stahlröhren aufmontiert. Die Geschwindigkeit ist so reguliert, daß bei Umdrehung des Pedalrades mit mittlerer Geschwindigkeit, am Induktor ein Funke von 4 mm

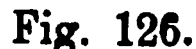
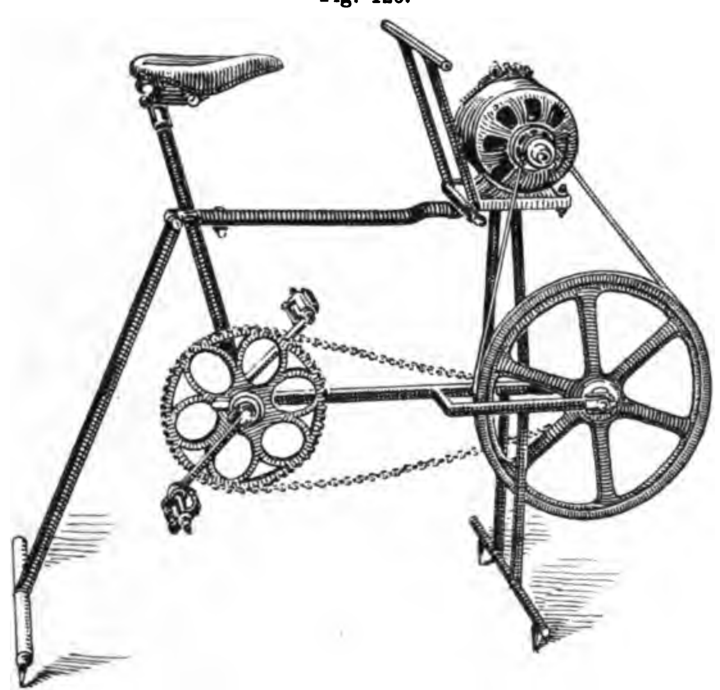


Fig. 126.



Länge erhalten wird. Das Gesamtgewicht der Dynamoeinrichtung beträgt ungefähr 30 kg. An Stelle der Dynamoeinrichtung kann auch eine Akkumulatorenbatterie verwendet werden. Diese besteht dann aus acht Zellen mit einer Kapazität von 30 Amperestunden bei fünfstündiger Entladungsdauer. Die Platten sind in Ebonitgefäße eingesetzt und werden je vier solcher Elemente in einer Holzkiste untergebracht. Das Gewicht einer solchen Kiste beträgt samt den Zellen ebenfalls nur 30 kg.

Die Sendeeinrichtung ist in eine mit Tragriemen ausgerüstete Holzkiste von 540 × 230 × 320 mm eingebaut. Diese Kiste, von

welcher eine Innenansicht in Fig. 127 gegeben ist, enthält einen Morsetaster, einen Induktor, einen Kondensator, eine Funkenstrecke mit Funkenkugeln aus Zink und eine Induktionsrolle, welche mit der aus Leidener Flaschen bestehenden Kapazität auf eine Wellenlänge von 400 mm abgestimmt ist. Das Gesamtgewicht des Senderkastens beträgt ungefähr 30 kg.

Die Empfangseinrichtung (Fig. 128) im Gesamtgewicht von 15 kg ist gleichfalls in einen Holzkasten von 400 × 250 × 250 mm Abmessung eingebaut und besteht aus drei Trockenzellen, einem Kondensator von veränderlicher Kapazität, einem Doppeltelephone und einem elektrolytischen Wellenanzeiger von Schloemilch.

Fig. 127.

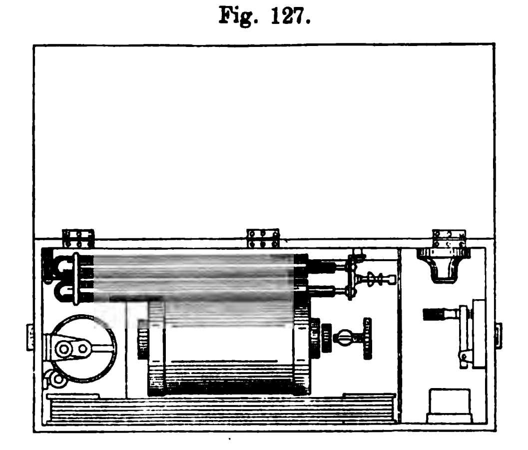
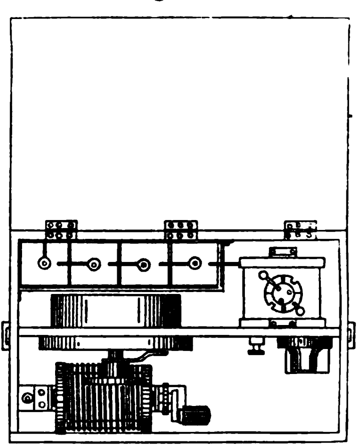


Fig. 128.



Die gesamte Anordnung ist so getroffen, daß sie in einem hohen Grade von atmosphärischen Einflüssen unabhängig wird.

Für den Transport der Einrichtung sind zehn Mann notwendig, wenn eine Dynamomaschine und elf Mann, wenn Akkumulatoren als Energiequelle verwendet werden. Für den Transport durch Tragtiere reichen deren drei Stück aus.

C. Demonstrationsapparate[1]). Diese Apparate, für Vorlesungszwecke bestimmt, verfolgen nicht nur den Zweck, das Telegraphieren ohne Draht einer Zuhörerschaft vorführen zu können, sondern sollen es auch ermöglichen, die Grundlagen für die Abstimmung und die damit verbundene Selektion in deutlicher Weise anschaulich zu machen.

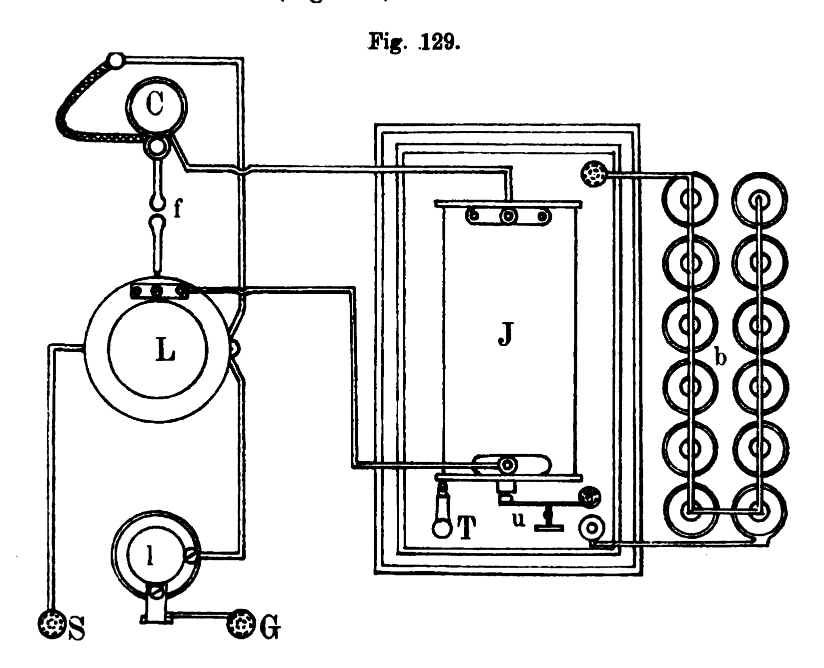
In diesen kleinen Apparaten sind die Hochfrequenz- und Hoch-

[1]) E. W. Bd. 46, S. 612.

spannungskreise genau so angeordnet, wie bei den für den praktischen Betrieb eingerichteten Stationen, nur wurden die Instrumente, um deren Ausführung weniger kostspielig zu machen, aus so wenig Teilen als möglich zusammengestellt. Die vollständige Einrichtung umfaßt einen Sender mit einer Batterie zur Erregung des Induktoriums und einen Empfänger mit Relais, Klopfer und einem Klingelwerk an Stelle des Morseschreibers samt dem zugehörigen künstlichen Sendeleiter und einer künstlichen Erde.

Die Daraufsicht (Fig. 129) und die schematische Darstellung

Fig. 129.



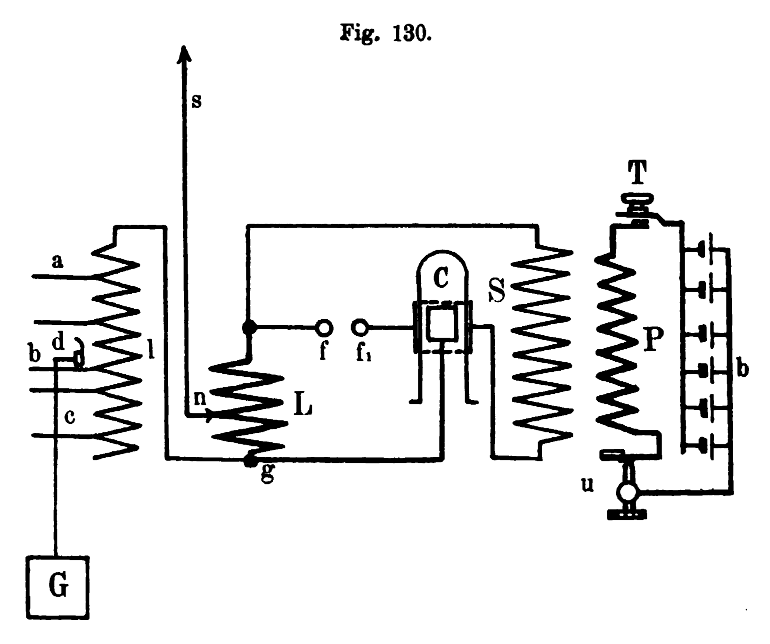
(Fig. 130) läßt die Anordnung und die Verbindung der verschiedenen Teile des Senders genau erkennen. Die Primäre P des Induktoriums J wird von der Batterie b dann gespeist, wenn die Taste T niedergedrückt wird. Der Unterbrecher u der gewöhnlichen Hammertype besorgt die regelmäßige Unterbrechung des Primärstromes. Es sind hier alle Teile mit Ausnahme der parallel geschalteten Batterie in Reihe geschaltet. Die Batterie liefert einen Strom von 1 Ampere bei 1,5 Volt.

Die Enden der Sekundären S des Induktoriums sind mit den einander gegenüberliegenden Funkenkugeln f f_1 und zwar die Funkenkugel f_1 über die aus einer kleinen Leidener Flasche bestehende

Kapazität C verbunden und bildet diese mit der Selbstinduktion L von ganz bestimmtem Werte einen geschlossenen Schwingungskreis. Die Kapazität läßt sich innerhalb gewisser Grenzen durch Aenderung der gegenseitigen Lage der inneren und äußeren Belegungen ändern und können hierdurch drei verschiedene Schwingungsfrequenzen erhalten werden, die wieder in verschiedenen zur Entsendung kommenden Wellenlängen zum Ausdrucke gelangen.

Sowie das Induktorium in Wirksamkeit ist, entstehen in dem geschlossenen Kreise elektrische Schwingungen hoher Frequenz und

Fig. 130.



hohen Potentiales, die dem Sendesysteme aufgezwungen werden. Dieses besteht aus dem etwa 2 m hohen Luftdrahte s aus hartgezogenem Kupferdrahte, mit einem Blatte Kupferdrahtgaze an der Spitze befestigt, der Teilstrecke n g der Selbstinduktion L, der Selbstinduktion l und dem elektrischen Gegengewicht G, welches die Stelle der Erde vertritt. Dieses Gegengewicht besteht ebenfalls aus einem quadratischen Stücke von Kupferdrahtgaze und ist mit der Selbstinduktion l, die aus vielen Windungen besteht und einen Eisenkern hat, durch einen Schleifkontakt d verbunden und läßt durch Veränderung der Anzahl der eingeschalteten Windungen und damit verbundenen Aenderungen der Selbstinduktion, die Frequenz des Sendekreises verändern. Der Sendedraht ist mit L gleichfalls durch einen Schleifkontakt verbunden und

läßt sich durch dessen Verschiebung der Kopplungsgrad zwischen Schwingungs- und Sendekreis nach Bedarf einstellen.

Von den drei Wellenlängen, welche sich auf diese Weise erzeugen lassen, wird die kürzeste dann erhalten, wenn der Kapazität der Leidener Flasche der geringste Wert gegeben ist. Dies tritt ein, wenn die Flasche so hoch gezogen wird, daß ihr Führungsring die einzige Kapazität bildet, welcher in diesem Falle außer Verbindung mit der Außenbelegung der Flasche tritt.

Ist diese Bedingung erfüllt, so muß auch das elektrische Gegengewicht mit l bei a verbunden und dadurch der Wert der eingeschalteten Selbstinduktion verringert werden. Sind diese beiden Einstellungen durchgeführt, so beträgt die Länge der bei Erregung des Systemes entsendeten Wellen ungefähr 30 m. Die längste Welle von etwa 50 m wird erhalten, wenn die Leidener Flasche ihre größte Kapazität erreicht, was in der Weise erfolgt, daß der Führungsring mit der äußeren Belegung der Flasche so in leitende Verbindung gebracht wird, daß er diese um etwa 2 mm übergreift. Das Gegengewicht wird hierbei mit der Selbstinduktion l bei dem Punkte c verbunden.

Eine dritte Welle von mittlerer Länge wird erhalten, wenn man der Kapazität C wieder den geringsten Wert gibt und das Gegengewicht bei b anlegt. Es muß hierbei immer Vorsorge getroffen werden, daß sich Schwingungs- und Sendekreis in Resonanz befinden.

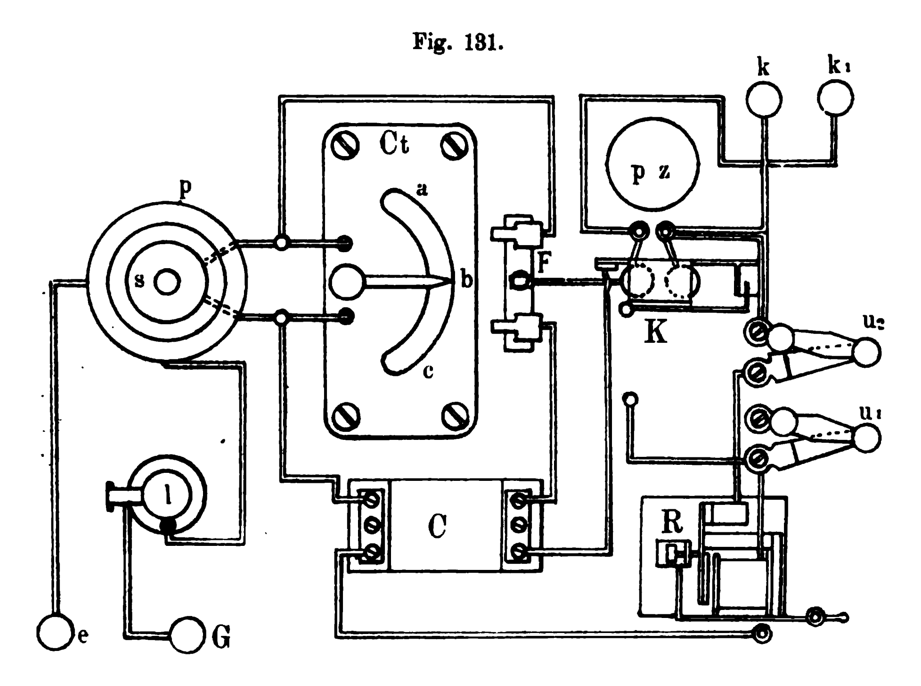
Fig. 131 zeigt die Draufsicht und Fig. 132 die Schaltung der Empfangseinrichtung. Hier wird der bereits bekannte Keilspaltfritter (s. d. F. d. T. I, S. 33) als Wellenanzeiger verwendet. Sowie elektrische Wellen auf den Empfangsdraht einwirken, entstehen, wenn sich der Sende- und Empfangskreis in Resonanz befinden, in dem Empfangskreis elektrische Schwingungen der gleichen Frequenz wie in dem Sendedrahte.

Ebenso wie bei dem Sender wirken hier ein geschlossener und ein offener Sendekreis aufeinander, nur mit dem Unterschiede, daß erstens die Kopplung eine elektromagnetische unter Anwendung eines Transformators ist und zweitens die Uebertragung der Schwingungen, umgekehrt wie beim Sender, von dem offenen auf den geschlossenen Schwingungskreis erfolgt. Der Luftdraht e besteht hier gleichfalls aus einem aufgehängten hartgezogenen Kupferdraht mit einer an der Spitze angebrachten Kapazität und ist über die Primärspule p des Transformators und die veränderliche Selbstinduktion l mit dem elektrischen Gegengewicht G verbunden. Die Aenderung der Selbstinduktion erfolgt durch Verschieben des Gleitkontaktes d. Die Primäre p und

die Sekundäre s sind gemeinsam auf einen Holzkern aufgewunden und bestehen beide aus nur wenig Windungen. Auch hier muß der Empfangs- oder offene Schwingungskreis mit dem Anzeige- oder geschlossenen Schwingungskreise, um die beste Uebertragungswirkung zu erreichen, in Resonanz gebracht werden. Ist diese Bedingung erfüllt, so genügt der geringste Betrag an aufgenommener Schwingungsenergie, um den Fritter zum Ansprechen zu bringen.

Der geschlossene Resonatorkreis enthält außer der sekundären Windung s des Transformators noch den Fritter F, den Kondensator C

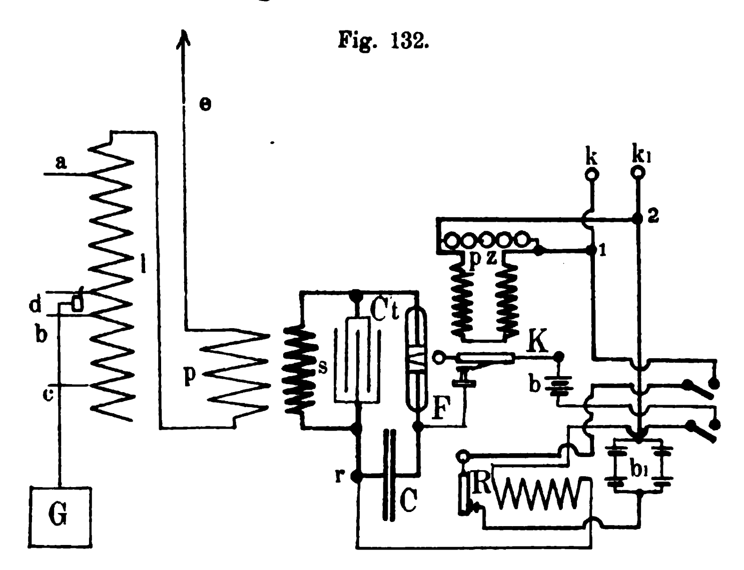
Fig. 131.



von gleichbleibender und im Verhältnisse zur Fritterkapazität außerordentlich hoher Kapazität und endlich den Kondensator Ct, dessen Kapazität regelbar ist. Gegenüber der großen Kapazität von C kann die Kapazität des Fritters für die Bestimmung der Eigenschwingungsperiode des Oszillators vernachlässigt werden. Die Abstimmung auf eine bestimmte Schwingungsperiode vollzieht sich mittels der regelbaren Kapazität Ct. Der Niederspannungskreis des Relais R zweigt von dem einen Fritterende ab, geht über den Kontakt des Klopfers K, durch die Batterie b, die Elektromagnetwindungen des Relais R und schließt sich an den Schwingungskreis bei r an, wodurch er über s seinen Schluß über das zweite Fritterende findet. Als Stromquelle

dienen zwei kleine Trockenzellen von 2,6 Volt Spannung. Der zweite Niederspannungskreis geht von der Batterie b_1 über den Ankerkontakt des Relais zur Klemme k, führt von da zu der nicht dargestellten Signalglocke und kehrt über k_1 zur Batterie zurück. Bei den Punkten 1 und 2 findet sich ein zweiter Stromkreis über den Elektromagnet des Klopfers. Die Klopferspulen überbrückend sind fünf Polarisationszellen p z in diesen Zweigkreis geschaltet, welche wegen ihrer großen Kapazität ein schädliches Funken des Relaiskontaktes ausschließen. Diese Polarisationszellen, welche sich besser als Drosselspulen bewähren, bestehen aus kleinen Glasgefäßen, verdünnte Schwefelsäure enthaltend,

Fig. 132.



in welche ein paar Elektroden aus Platindraht eintauchen. Um den Empfänger auf den Sender abzustimmen, wird der Schleifkontakt d entweder an a, b oder c der Selbstinduktion l angelegt.

Mit diesen Einrichtungen werden gegliederte Pfähle, die leicht aufgestellt werden können, gesondert in einem Sacke verpackt mitgeliefert. Diese Pfähle mit ihrer Kupfergazekapazität lassen sich leicht in jedem geeigneten Raume aufstellen und mit den Apparaten verbinden, so daß Signale innerhalb der durch den Vorführungsraum gegebenen Grenzen entsendet und empfangen werden können.

Bei der Zusammensetzung der Apparate ist nur der Luftleiter mit den mit L und der Draht des Gegengewichtes mit den mit G bezeichneten Enden der Apparatsätze zu verbinden. Es erscheint jedoch von Wichtigkeit, vor dem Versuche der Signalübertragung die Funken-

strecke so einzustellen, daß die Entladung einsetzt, wenn die Kapazität der Leidener Flasche am größten ist. Der Empfänger ist auf den höchsten Grad der Empfindlichkeit einzustellen und zwar so, daß er nur auf jene Wellen anspricht, auf welche er abgestimmt ist. Die beiden Schalter u_1 und u_2 sind unmittelbar nach Beendigung der Uebertragung zu öffnen.

Sofern man zwei solche vollständige Einrichtungen zur Verfügung hat, läßt sich das Auftreten der Resonanz oder die gegenseitige Abstimmung in sehr schöner Weise vorführen. Die entgegengesetzten Sender und Empfänger werden auf Wellenlängen von 50 bezw. 30 m Länge eingestellt und sodann die Sender in Betrieb gesetzt. Ist der Empfänger auf dem höchsten Stande der Empfindlichkeit und mit dem zugehörigen Sender in Resonanz, so spricht er nur auf die von diesem Sender entsendeten Wellen an, dagegen auf den anderen Sender nicht, selbst wenn sich dieser in unmittelbarer Nähe befindet.

Wird die Entsendung von Signalen auf größere Entfernung verlangt, so gelangt ein Luftdraht von 15 m Länge, der an dem oberen Ende isoliert und senkrecht aufgehängt ist, zur Anwendung. Das andere Ende des Drahtes kann in diesem Falle geerdet werden, sofern ein passender Grund zur Verfügung steht. Ist dies jedoch unmöglich, so wird das elektrische Gegengewicht verwendet, welches jedoch von der Erde isoliert werden muß. Die Einrichtungen werden dann so adjustiert, daß der Sender eine geringe Kapazität und die Selbstinduktion einen mittleren Wert hat, und wird zu diesem Zwecke der Schleifkontakt d an den Punkt b und der Hebel zur Einstellung des regelbaren Kondensators der Empfangsstelle auf a (Fig. 131) eingestellt und das Gegengewicht mit dem Punkte G verbunden.

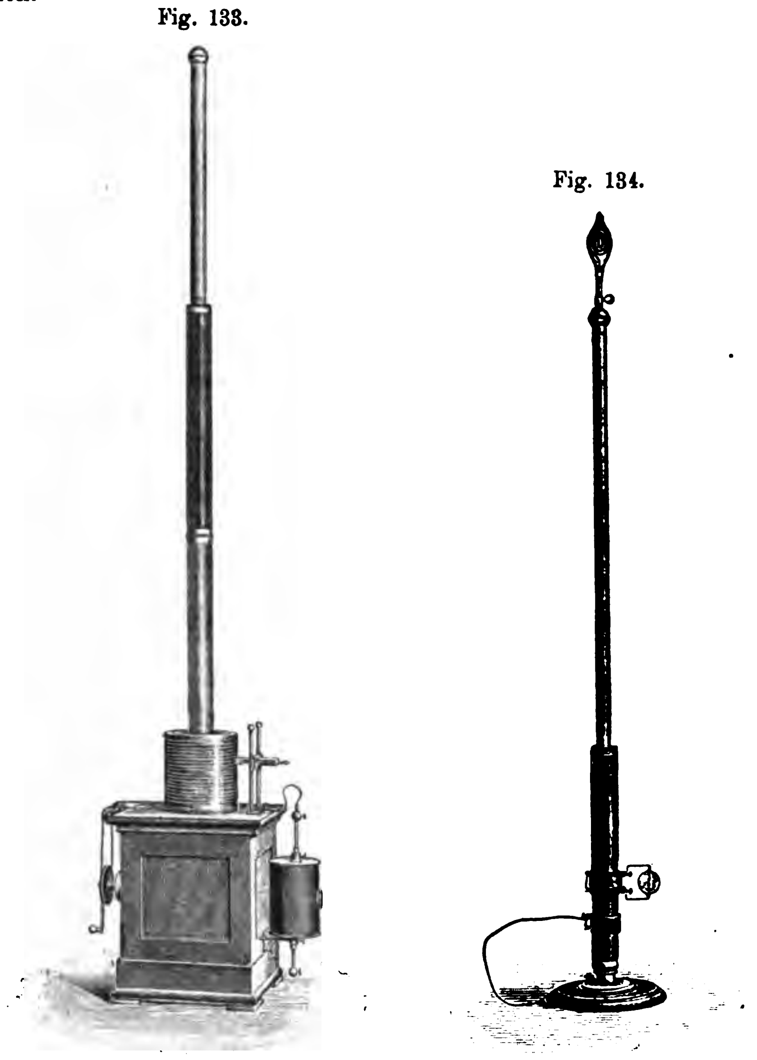
Der Empfänger erhält dann seine Höchstempfindlichkeit, wenn gleichzeitig der Fritter so gedreht wird, daß die Schneide des V-förmigen Spaltes nach oben zu stehen kommt, und die Sekundäre des Transformators genau in die Mitte der Primären zu liegen kommt, so daß alle Windungen von dem oszillatorischen Felde geschnitten werden.

Bei Versagen ist es zur Wiederherstellung des guten Wirkens am besten, vorerst den Fritter aus den federnden Klemmen herauszunehmen und diese Klemmen durch einen Draht zu überbrücken. Spricht das Relais an, so ist dies ein Zeichen, daß der Fehler aller Wahrscheinlichkeit nach im Fritter gelegen war und ist dieser durch einen anderen zu ersetzen. Spricht das Relais aber nicht an, so kann der Fehler nur im Relais oder der zugehörigen Batterie gelegen sein und ist dann leicht zu finden und zu beheben.

Bei Verwendung der Einrichtung außerhalb geschlossener Räume ist der Luftdraht von allen störenden Hindernissen frei zu halten. In Räumen kann mit diesen Einrichtungen bei 3 m Luftdraht auf 50 m und im Freien mit 15 m hohen Luftdrähten bis auf 500 m signalisiert werden.

Fig. 133.

Fig. 134.



Demonstrationsapparate von Ruhmer[1]). Das Instrumentarium zur Erzeugung elektrischer Wellen, zum Nachweis ihrer Fern-

[1]) E. T. Z. 1905, S. 383.

wirkung, sowie besonders zur Vorführung der elektrischen Resonanzerscheinungen umfaßt einen Sende- und Empfangsapparat.

Der von einem Resonanzinduktorium gespeiste Sendeapparat besteht aus einer Leidener Flaschenbatterie, einer Funkenstrecke einer regulierbaren Selbstinduktionsspule und den Resonanzspulen mit aufgesetztem Luftdrahte (Fig. 133). Der Empfangsapparat (Fig. 134) besteht nur aus regelbaren Resonanzspulen, die in einen auf einem Grundbrett montierten Metallfuß eingesetzt werden können. Als Wellenanzeiger dient einesteils eine auf Spannung ansprechende Geislerröhre, andernteils eine auf Strom ansprechende Glühlampe.

Bei Abstimmung des Senders in sich und des Empfängers auf den Sender kann die Glühlampe bis auf mehrere Meter Entfernung zum Aufleuchten gebracht werden und gibt dies eine anschauliche Darstellung der Energieübertragung mittels elektrischer Wellen. Bei Verwendung der Geislerröhre läßt sich diese Entfernung noch wesentlich vergrößern.

Tragbare Einrichtungen für drahtlose Telegraphie[1]). Für Zwecke der Küstenverteidigung wurde von dem Signalkorps der amerikanischen Armee eine tragbare Einrichtung zur Verständigung mittels drahtloser Telegraphie geschaffen, welche mit Batterie und Instrumenten weniger als 125 kg wiegt und so unterteilt ist, daß sie leicht von zwei Mann gehandhabt werden kann. Die vollständige Aufstellung erfordert weniger als 30 Minuten und die Abtragung annähernd 15 Minuten.

Diese Einrichtung besteht aus vier Einheiten, deren jede mit Schulterriemen versehen ist. Die Batterie, die Drahtstütze und der Luftdraht sind hierbei nicht inbegriffen. Diese Einheiten lassen sich als die Transformatoreinheit, die Kondensatoreneinheit, die Uebertragungseinheit und die Empfangseinheit bezeichnen.

Die Energiequelle für die Sendung ist eine Sammlerbatterie von zwölf Zellen, von denen je vier in einem Kasten untergebracht sind. Der von diesen Zellen abgegebene Strom beträgt 4 Ampere bei 20 Volt. Die Batterie vermag 8 Ampere durch 10 Stunden hindurch abzugeben. In dem Empfangskreis werden Trockenbatterien verwendet, die eine normale Betriebsspannung von 1,2 bis 1,5 Volt haben.

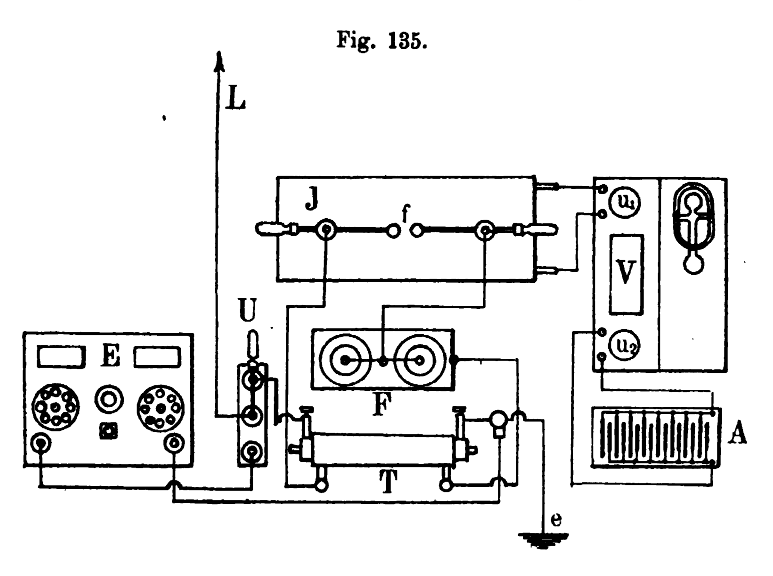
Als Wellenanzeiger dient ein Fritter mit magnetischen Feilspänen. Der Spalt zwischen den Elektroden ist unterteilt, so daß sich die Elektrodenfläche vervielfacht. Durch einen veränderlichen Widerstand

---

[1]) E. W. Bd. 46, S. 191.

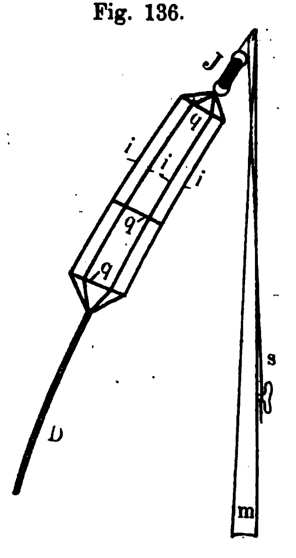
an jeder Seite des Fritterkreises wird es ermöglicht, die Empfindlichkeit des Fritterkreises zu ändern. In Verbindung mit dem Fritter

Fig. 135.



gelangt ein Relais zur Verwendung. Die Kreise sind so angeordnet, daß der Fritter unter der Einwirkung elektrischer Wellen den Relaisstromkreis schließt, welcher wieder eine Anrufglocke zum Ertönen bringt und gleichzeitig den Elektromagneten des Klopfers anregt, wodurch der Fritter wieder den ursprünglichen Widerstand annimmt.

Fig. 136.



Für den dauernden Empfang von Signalen ist an der Vorderseite des Empfangskastens ein Stahl-, Kohle- und Quecksilbermikrophonempfänger eingebaut, welcher mittels Federklinke und Stift mit ein Paar Kopftelephonen in Verbindung steht. Ein einfacher wechselseitiger Umschalter U (Fig. 135) dient zur Verbindung des Luftdrahtes mit den Uebertragungs- bezw. Empfangsapparaten. Für den eigentlichen Wellenfänger sind ungefähr 150 m dünnen Drahtes, der gut verzinnt ist, vorgesehen. Die Art und Weise der Verbindung des Wellenfängers und Zuführungsdrahtes ist aus Fig. 136 zu entnehmen. Die Erdung der Einrichtung erfolgt durch ein Drahtgewebe

oder Netz, welches je nach der örtlichen Lage entweder auf dem Boden ausgebreitet oder in Wasser versenkt wird.

In Fig. 135 bedeutet außerdem noch E die Empfangseinrichtung, L den Luftdraht, T den Hochspannungstransformator, F die Leidener Flaschen, J den Induktor, f die Funkenstrecke, u_1 u_2 zwei Umschalter, V den Unterbrecher, A die Akkumulatoren und e die Erde. Die mit i bezeichneten Teile der Luftpyramide (Fig. 136) sind aus verzinntem Kupferdrahte, die Querspreizen q aus Bambus hergestellt. J ist ein Isolator aus Hartgummi mit einem Haken aus Stahldraht am oberen Ende, über welchem das Luftgebilde mittels des Seiles s längs des Mastes m hochgezogen wird. Vom unteren Ende des Luftgebildes führt ein isolierter Draht zu den Apparaten.

Die Ergebnisse der Versuche mit dieser Einrichtung waren so günstige, daß mit deren schrittweiser Einführung sofort begonnen wurde.

Neuerungen an dem Systeme der drahtlosen Telegraphie von Fessenden[1]. Diese Neuerungen stellen eigentlich nichts anderes dar, als Verbesserungen der einzelnen Apparate, um deren Leistungsfähigkeit bezw. Empfindlichkeit zu erhöhen, wohingegen an den allgemeinen Grundlagen für die drahtlose Nachrichtenvermittlung durch diese keine Aenderung geschaffen ist.

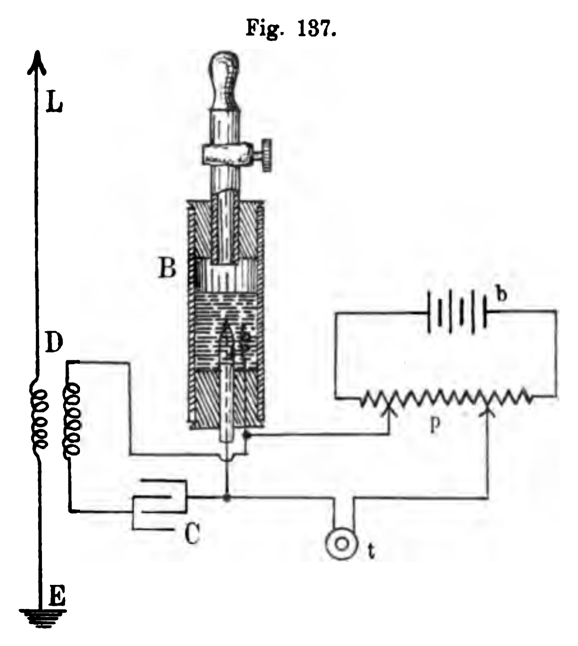
a) Neuerungen am Wellenanzeiger. Der Wellenanzeiger oder Flüssigkeitsbarretter (s. d. F. d. T. II, S. 79) hat dadurch eine wesentliche Verbesserung erfahren, daß er unter einem Drucke, welcher den Druck der atmosphärischen Luft überschreitet, gehalten wird. Hierdurch wird die Lautstärke und die Reinheit der in dem Telephone erhaltenen Signale wesentlich verstärkt. Dieser Wellenanzeiger besteht aus einer Glasröhre, welche eine wässerige Lösung von Salpetersäure oder Aetznatron enthält und in welche zwei feine Drähte eintauchen, deren einer bis auf das sehr kurz hervorragende Ende vollkommen isoliert ist. Die Flüssigkeit wird durch Einpumpen von Luft unter einem Drucke von 3 bis 4 kg für das Quadratzentimeter gehalten, bei welchem Drucke die besten Ergebnisse erzielt werden sollen.

Nachdem über die Wirkungsweise dieses Baretters bereits berichtet wurde, bedarf die in Fig. 137 vorgeführte Gesamtanordnung, in welcher L den Luftdraht, D den Empfangstransformator, B den Baretter, b die Ortsbatterie, p ein Potentiometer, t das Empfangstelephon und C einen Kondensator darstellt, keiner weiteren Erläuterung.

[1] E. W. Bd. 46, S. 90.

b) Neuerungen an Kondensatoren. Zwei weitere Neuerungen beziehen sich auf die verwendeten Kondensatoren. Für eine Form der Kondensatoren werden kurze Kabelstücke von jener Sorte, welche für Hochspannungskraftübertragungsanlagen verwendet werden, in passender Weise angeordnet. Die mit diesen Konden-

Fig. 137.

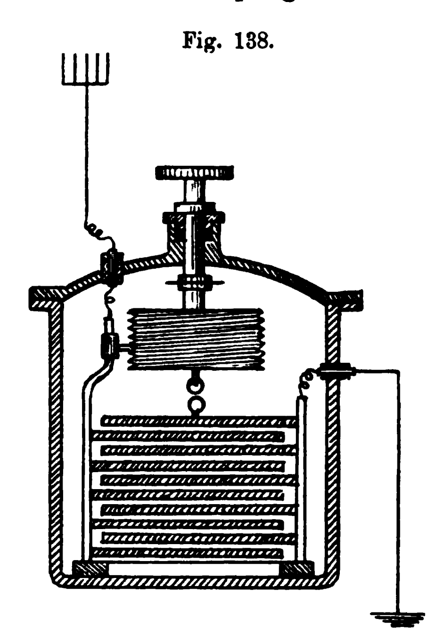


satoren erzielten Vorteile werden wie folgt angegeben. Ein solcher Kondensator erwärmt sich nicht, wird durch warme Witterung nicht beeinflußt, weist sehr geringe innere Verluste auf, läßt sich leicht zusammenstellen und leicht reparieren und ist verhältnismäßig billig.

Bei dem in Fig. 138 dargestellten Kondensator besteht das Dielektrikum aus komprimierter Luft und ist zu diesem Zwecke der Kondensator, die Funkenstrecke und die regulierbare Selbstinduktion in ein nach außen vollkommen abgeschlossenes Gefäß eingesetzt. Der gute Wirkungsgrad solcher Kondensatoren beruht darauf, daß bei einem Drucke von mehr als 4,5 kg für das Quadratzentimeter die statischen Entladungen und die damit verbundenen Verluste, welche bei normalem Luftdrucke bis zu 50 v. H. betragen können, gänzlich zu verschwinden scheinen. Nach den Untersuchungen des Erfinders ist bei einem Kondensator, dessen Platten ungefähr 2 mm voneinander abstehen, bei einem Gasdrucke von 13 kg per Quadratzentimeter, wenn die Spannung

bis zu 27500 Volt hinaufgetrieben wird, anscheinend kein Energieverlust festzustellen, während schon bei 28500 Volt Funken zwischen den Platten überspringen. Es wird auf diese Weise möglich, Kondensatoren von annehmbarer Größe mit verhältnismäßig geringen Kosten herzustellen, deren Wirkungsgrad größer ist, als der anderer Kondensatoren mit irgend einem beliebigen Dielektrikum. Bei diesen Luftkondensatoren zeigt sich weder eine dielektrische Hysteresis, noch sind Büschelentladungen bemerkbar und treten anscheinend keine Verluste irgend welcher Art auf, so daß sich mit diesen Kondensatoren jeder Grad der Resonanz erzielen läßt. Die mit dieser Einrichtung erzielbare Schwingungsperiode und somit auch die Frequenz der entsendeten Wellen erscheint absolut konstant und von der Temperatur und anderen Bedingungen unabhängig zu sein. Soweit die Feststellung mit dem Hitzdrahtbaretter dies erkennen läßt, bewegen sich die Schwankungen unterhalb $^1/_{10}$ v. H.

Fig. 138.



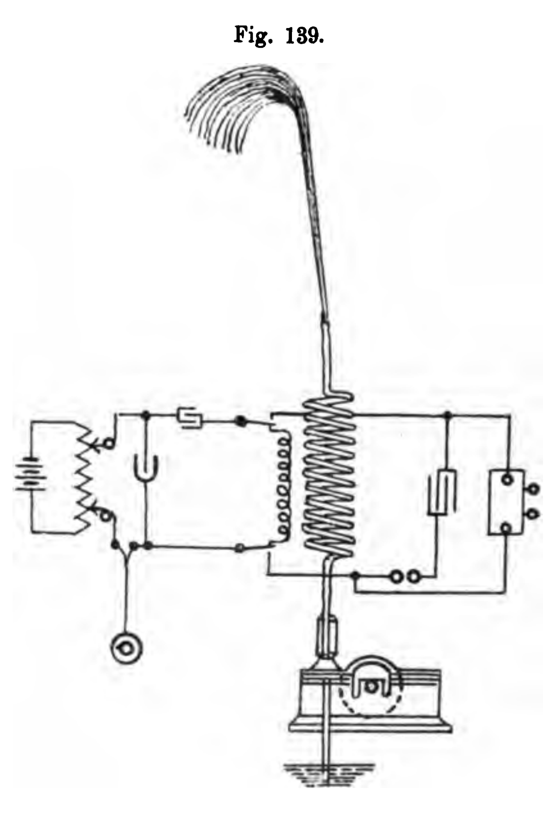
c) Neuerungen in der Anordnung der Sendegebilde. Für bleibende Landstationen gelangt ein Stützmast zylindrischer Konstruktion zur Anwendung, der vom Erdboden gut isoliert ist und von dessen Spitze eine Reihe von Drähten strahlenförmig ausgehen. Soferne die zylindrischen Abschnitte einen entsprechenden Durchmesser haben, läßt sich mit dieser Art von Luftgebilden eine bedeutende Höhe erreichen. Durch eine innere Leiter wird es ermöglicht, zu jedem Teile zu gelangen.

Ein Wasserstrahlluftleiter ist in Fig. 139 vorgeführt. Diese Art von Luftleitern ist für den Gebrauch an Bord von Schiffen bestimmt, falls dessen Maste weggeschossen sein sollten, oder auch für Landbefestigungen, von welchen aus eine weittragende Verständigung ermöglicht werden soll, für die aber die Errichtung eines eigenen dauernden Luftgebildes nicht wünschenswert erscheint.

Ein solcher Wasserstrahl scheint wegen des großen Leitungswiderstandes des Wassers wenig wirksam zu sein. Dies ist jedoch

nach Mitteilungen der National Electric Signaling Co.[1]), welche die Patente von Fessenden verwertet, nicht der Fall, wenn man nur einen genügend starken Wasserstrahl anwendet. Der Unterschied des Leitungswiderstandes zwischen einem Luftleiter aus Kupfer und einem Wasserstrahl ist nämlich nicht allzugroß und erklärt sich dies daraus, daß sich die Hochfrequenzströme nicht über den ganzen Querschnitt des Kupferleiters verbreiten, sondern mehr an dessen Oberfläche verlaufen, wegegen sie beim Wasserstrahl durch den ganzen Querschnitt hindurchgehen. Ist sonach der normale Widerstand einer Flüssigkeit etwa 10^6mal größer als der Widerstand eines Kupferdrahtes von gleichem Querschnitt, so wird er für Hochfrequenzströme nur etwa 10^3mal so groß sein. Dieser Unterschied wird nun durch die Vergrößerung des Querschnittes des Wasserstrahles noch weiter ausgeglichen, da im Betriebe ein Wasserstrahl von 5 cm Durchmesser und 50 m Höhe zur Anwendung gelangt.

Fig. 139.



Es spielt sonach der an und für sich größere Leitungswiderstand des Wasserstrahles praktisch keine Rolle.

d) Neuerungen in der Art und Weise der Wellenerzeugung. Bei einer dieser Neuerungen wird als Energiequelle eine Wechselstrommaschine benützt in Verbindung mit einem Kondensator, welcher abwechselnd mit dem Generator und dem Luftdrahte verbunden wird, was durch einen mit dem Generator synchron laufenden Kom-

[1]) E. T. Z. 1905, S. 1162.

mutator besorgt wird, der die Verbindung mit den beiden Kreisen abwechselnd herstellt.

Die weiteren diesbezüglichen Anordnungen beziehen sich mehr auf drahtlose Telephonie, denn auf die drahtlose Telegraphie, und fassen die Entsendung ununterbrochener Wellenzüge ins Auge, welche jedoch zum Zwecke der Nachrichtenvermittlung nicht unterbrochen, sondern nur in ihrer Form abgeändert werden sollen. Nach einer der hierfür bekannt gegebenen Methoden wird eine Dynamomaschine verwendet, welche befähigt ist, in dem Sendeleiter die gewünschte Wellenfrequenz unmittelbar hervorzurufen, also beispielsweise eine Dynamomaschine, welche eine Frequenz von 300 000 in der Sekunde hat und mehrere Pferdekräfte an Strahlungsenergie abzugeben vermag. Wird ein Telephontransmitter in den Feldkreis der Dynamomaschine eingeschaltet und spricht man in diesen hinein, so ändert sich die Feldstärke der Dynamomaschine und dementsprechend auch die Intensität der Wellenstrahlung und zwar genau im Verhältnisse zu den Tönen der Stimme. An der Empfangsstelle wird der gewöhnliche Telephonempfänger benutzt. Die Kapazitätswirkungen, welche in Telephonkabeln die Reinheit und Geschwindigkeit der Uebertragung so ungünstig beeinflussen, entfallen hier gänzlich und werden aus diesem Grunde die höheren Harmonischen der menschlichen Stimme ohne jedwede Verzerrung übertragen, woraus sich wieder eine außerordentliche Klarheit der Artikulation ergibt. Nach Fessenden besteht kein Zweifel darüber, daß die Uebertragung der Sprache über den Ozean mit diesen Mitteln möglich werden muß.

e) Erleichterung des Funkenüberganges im Senderstromkreise[1]). Zu diesem Zwecke wird neben einer der die Entladungsstrecke begrenzenden Elektroden eine Hilfselektrode angeordnet und zwischen diese beiden die Morsetaste geschaltet. Beim Niederdrücken der Taste springt zwischen den beiden nahe aneinander liegenden Elektroden ein Funke über, welcher die Hauptfunkenstrecke bestrahlt und den Eintritt der Entladung fördert. Wie aus dem Nachfolgenden zu entnehmen, bedient sich de Forest einer ähnlichen Einrichtung zur Erreichung des gleichen Zweckes.

De Forests Funkenregulierung für die Sendeeinrichtungen in der drahtlosen Telegraphie[2]). Um die Nachteile zu beseitigen, welche mit den Unterbrechern in den Hauptkreisen des

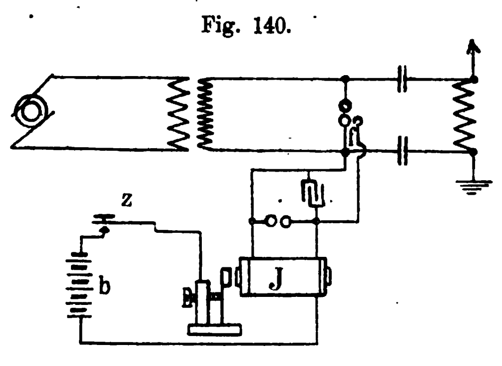
---

[1]) E. E. 1905, S. 398.

[2]) E. W. Bd. 46, S. 768.

Senders zur Erzeugung des regulären Funkens verbunden sind, insbesondere dann, wenn größere Stromstärken zur Anwendung gelangen müssen, wendet de Forest eine Hilfsfunkenstrecke an, welche er wohl zu Unrecht als Hemmfunkenstrecke bezeichnet. Diese Hilfsfunkenstrecke ist (Fig. 140) sehr nahe zur Hauptfunkenstrecke des Schwingungskreises unter Mitbenützung der einen Funkenkugel angeordnet und wird, wie dies aus der Darstellung ohne weiteres ersichtlich, durch eine besondere Kraftquelle, in diesem Falle ein Induktorium J in Verbindung mit einer Batterie b, zum Funken dann veranlaßt, wenn der Zeichengeber Z geschlossen ist. Die Einrichtung ist auf der Erkenntnis aufgebaut, daß ultraviolette Strahlen oder ionisierende Einflüsse den Widerstand eines gasförmigen Dielektrikums verringern. Durch den Einfluß des kleinen Funkens neben dem Hauptfunken, welcher normal unwirksam ist, wird dieser so lange wirksam, als er unter dem Einflusse der ionisierenden Wirkung des Hilfsfunkens steht.

Fig. 140.

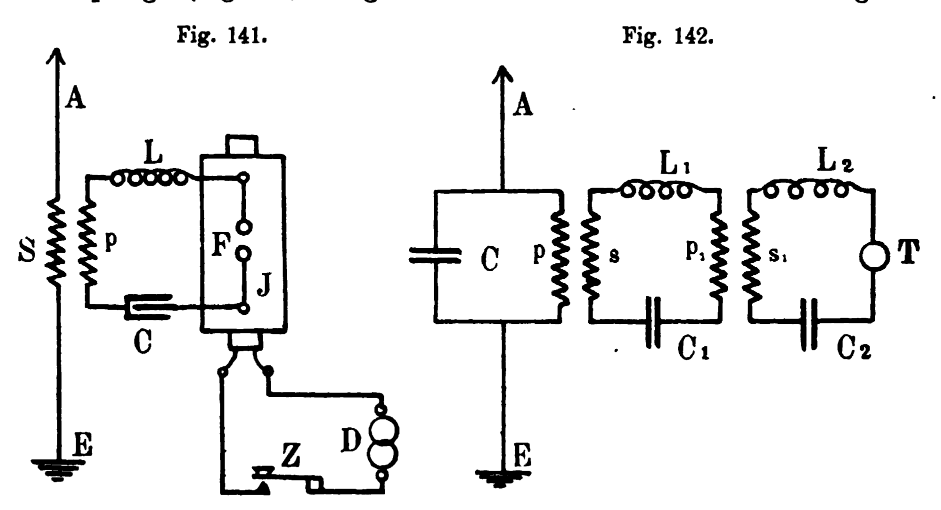


Das System der drahtlosen Telegraphie von Stone[1]. Der Grundgedanke, von welchem bei diesem Systeme ausgegangen wird, beruht, wie dies bereits klargelegt wurde (F. d. T. II, S. 108), darauf, daß eine Interferenz dadurch hintangehalten werden kann, wenn der Sender nur dauernde oder wenig gedämpfte Züge einfach harmonischer Wellen zur Ausstrahlung bringt, deren Frequenz wesentlich von jener verschieden ist, welche von einem anderen Sender innerhalb des Reichweiterayons ausgehen und daß die Empfangsstation, mit welcher der Verkehr aufrecht erhalten werden soll, nur auf solche Wellenzüge der bestimmten Frequenz anspricht. Wenn von dem Sender eine geringe Dämpfung, die Entsendung reiner Sinuswellen und eine große Schwingungsamplitude erfordert wird, so ist die Funkenstrecke von dem lotrechten Sendegebilde auszuschalten und diesem eine einfach harmonisch elektromotorische Kraft aufzudrücken.

Die sich hieraus ergebenden Schwingungen in dem lotrechten Oszillator sind dann aufgezwungene, einfach harmonische Schwingungen.

[1] Lond. Electrician, 28. April 1905; E. W. Bd. 45, S. 61, Bd. 46, S. 825.

Um diesen Schwingungen eine große Amplitude zu erteilen, ist die Frequenz der aufgezwungenen Kraft in Uebereinstimmung mit der Grundschwingung oder einer zu ihr harmonischen Schwingung zu bringen, in welchem Falle die Rückwirkung des Oszillators gleich Null wird. Eine einfache Anordnung zur Erzeugung aufgezwungener einfach harmonischer Schwingungen zeigt Fig. 141, in welcher D ein Wechselstromgenerator, Z ein Zeichengeber ist. F ist die von den Enden der Sekundären des Induktoriums J ausgehende Funkenstrecke, C ein Kondensator, L eine Selbstinduktion, p und S sind die Primäre und Sekundäre eines Transformators für Hochfrequenzströme und E die Erde. Der Empfänger (Fig. 142) ermöglicht nur die Aufnahme von dauernden Zügen

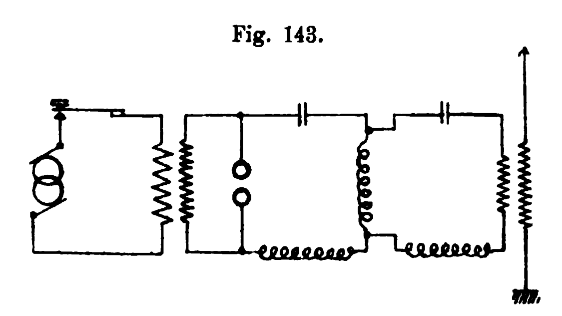


einfach harmonischer Wellen vorher bestimmter Frequenz und schließt die Aufnahme von Nachrichten durch ähnliche Wellen, aber von wesentlich verschiedener Frequenz aus, und bleibt von kurzen Wellenstößen unbeeinflußt. Bei dieser Anordnung wird der Wellenanzeiger T in einem Lokalkreis $s_1\, L_2\, C_2\, T$ geschaltet, welcher resonant zu der Wellenfrequenz, auf welche der Wellenanzeiger ansprechen soll, eingestellt ist. Zwischen diesem Kreise und dem vertikalen Resonator ist ein zweiter auf die gleiche Wellenfrequenz abgestimmter Schwingungskreis zwischengeschaltet, welcher die einlangenden Wellen sozusagen zu filtrieren und nur jene durchzulassen hat, welche der gewählten Frequenz entsprechen. Der aus der Induktionsspule p und dem Kondensator C gebildete Zweigkreis ist für sich nicht auf die gleiche Frequenz eingestellt wie die beiden anderen Kreise, aber so bemessen, daß er in Verbindung mit dem Luftdrahte und der Erde auf dauernde Wellen-

züge der bestimmten Frequenz, welche von dem Luftdrahte aufgenommen werden, am kräftigsten anspricht.

Fig. 143 stellt eine Anordnung der Sendeeinrichtung dar, bei welcher der in Resonanz mit dem Sendeleiter stehende Ausscheidungs-

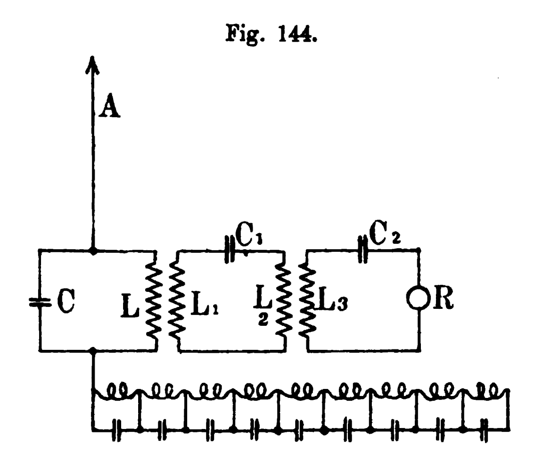
Fig. 143.



kreis mit dem eigentlichen Schwingungskreis galvanisch statt elektromagnetisch gekoppelt ist.

Bei der in Fig. 144 dargestellten Empfangsanordnung ist an den Luftleiter A ein geschlossener Schwingungskreis C L angeschlossen, dessen Schwingungen induktiv auf den Ausscheidungskreis L_1 C_1 L_2 und

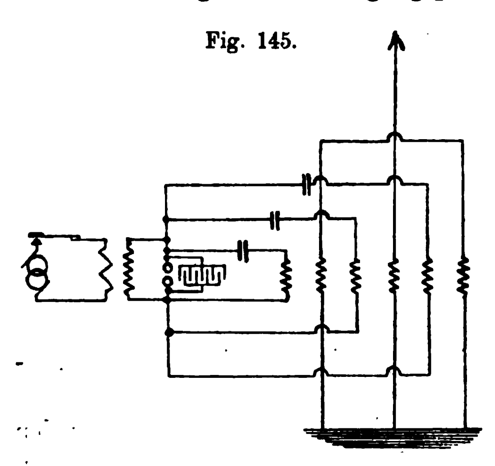
Fig. 144.



von diesem gleichfalls in elektromagnetischer Kopplung auf den eigentlichen Empfangskreis L_3 C_2 R übertragen werden. An Stelle der Erdung ist an den von dem Schwingungskreise C L abgehenden Teil des Luftleiters eine Anzahl von Kapazität und Selbstinduktion enthaltenden Kreisen angeschlossen, deren Reaktanz für die korrespondierenden Frequenzen gleich jener des oberen Teiles des Empfangsleiters ist.

Mit der Anordnung in Fig. 145 wird bezweckt, die Menge der von dem Sender in Form einfach harmonischer Wellen ausgestrahlten Energie zu vergrößern. Es werden hier mehrere Schwingungskreise, die alle auf die gleiche Schwingungsperiode abgestimmt sind, in Parallelschaltung von einer gemeinsamen Funkenstrecke erregt, und ist der Wellenstrahler in der dargestellten Weise mit jedem dieser Kreise induktiv gekoppelt.

Fig. 145.



In Fig. 146 ist ein Schaltungsdiagramm einer sowohl der Uebertragung als dem Empfange dienenden Station, wie solche bereits ausgeführt wurde und im Betriebe steht, gegeben. Der Sende- bezw. Empfangsleiter L hat Harfenform und besteht aus zehn zylindrischen Kupferdrähten, von welchen jedoch alle zehn Drähte nur für die Sendung, dagegen nur die beiden äußersten Drähte als Empfangsleiter dienen. Die Umschaltung von Sendung auf Empfang und umgekehrt vollzieht sich mittels des Doppelschalters U. Dieser Wechsel von einer Zahl der Drähte auf die andere wird durch die verschiedenen Anforderungen der Empfangs- gegenüber der Sendeanordnung begründet, welche einen Unterschied in den elektromagnetischen und elektrostatischen Konstanten des Luftleiters verlangen.

Wird der Umschalter nach rechts geworfen, so sind die zehn lotrechten Drähte mit dem Uebertragungsstromkreis in Verbindung. Der Luftdraht ist dann über die Sekundäre S des Hochfrequenztransformators mit der Erde E verbunden. Die Kapazität des Luftleiters und die Selbstinduktion haben solche Werte, daß ihr Produkt der Frequenz jener Länge der elektrischen Wellen entspricht, welche übertragen werden sollen. Durch Aenderung der Länge der sekundären Windung kann der Stromkreis auf irgend eine der gewählten Frequenzen eingestellt werden. Die Frequenz in der Primären P des Hochspannungstransformators wird durch den Kondensator K, welcher über die Funkenstrecke f in Reihe zu P geschaltet ist, geregelt. Als Stromquelle dient ein gewöhnlicher Wechselstromgenerator von 5 Kilowatt Leistung bei 150 Volt und 60 Wechseln. Zur Erhöhung der

Spannung dient ein in Form eines gewöhnlichen Induktors gebauter Transformator J.

Dem Kondensator K im Primärkreise des Hochfrequenztransfor-

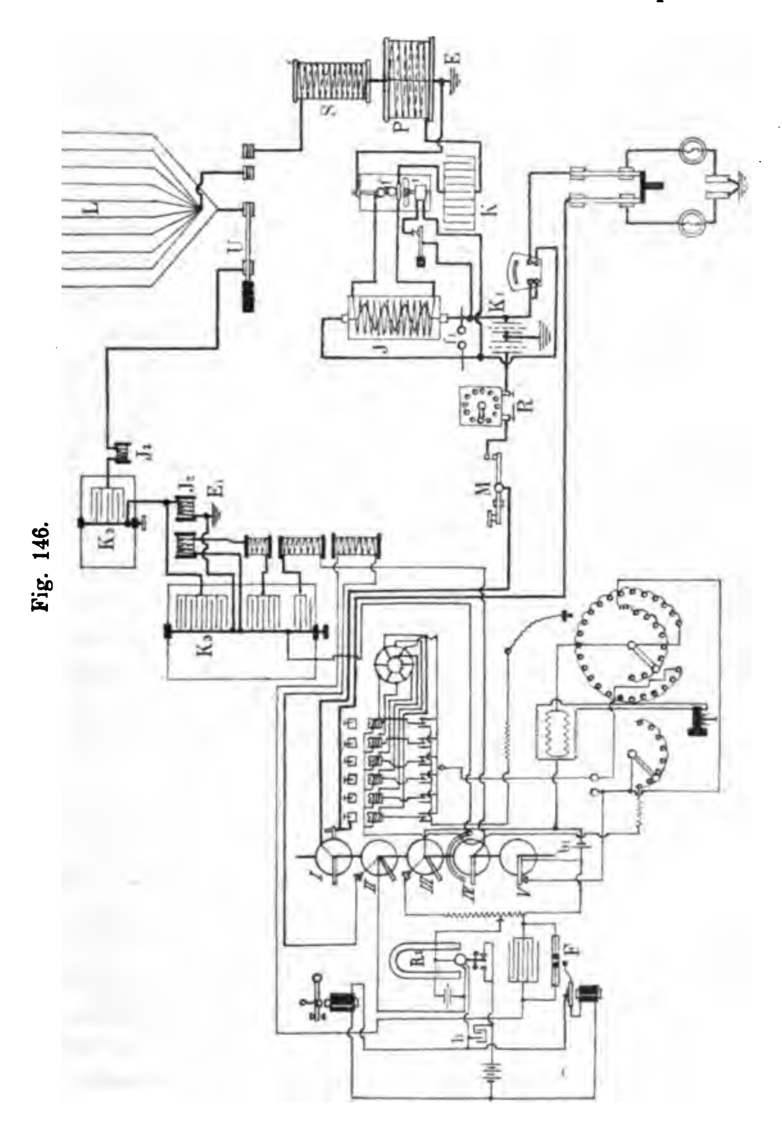


Fig. 146.

mators wird eine solche Kapazität gegeben, daß die Frequenz des Stromes dieses Kreises mit der Frequenz des eigentlichen Sendekreises übereinstimmt. Eine Aenderung der Frequenz dieses Kreises wird außerdem durch Aenderung der Länge der Primärwindungen ermög-

licht, die zu diesem Zwecke durch einfaches Drehen der Spule entweder ab- oder aufgewickelt wird.

Der Hochfrequenztransformator ist, wie sich dies von selbst ergibt, ganz frei von Eisen, und um die wechselseitige Induktion möglichst herabzudrücken, lose gekoppelt. Große Sorgfalt wird den Kondensatoren gewidmet, für welche als Dielektrikum eine Mischung von Harz und Bienenwachs verwendet wird, dessen Isolationsvermögen und spezifische induktive Kapazität sehr groß, dessen dielektrische Hysteresis dagegen sehr klein sein soll.

Um das Geräusch der Entladungen herabzudrücken, ist die Funkenstrecke in eine schalldichte Kassette eingeschlossen und einer starken Luftzirkulation durch einen motorgetriebenen Fächer ausgesetzt. Zum Schutze des stromliefernden Generator gegen Isolationsbrüche bei außerordentlichen Störungen wird mit den beiden Polen ein Kondensator K_1 verbunden, dessen Kapazität so bemessen ist, daß er bei der normalen Frequenz nur eine geringe Strommenge aufzunehmen vermag, sich aber gegen Ströme von außerordentlich hoher Frequenz, wie solche bei abnormalen oszillatorischen Störungen auftreten, durchlässig erweist. Die Mittelplatte dieses Kondensators ist zur Erde geführt. Außerdem sind Schmelzsicherungen von großer Kapazität in die Hauptleitungen eingefügt. Als zusätzliche Sicherung ist über die Primäre des Hochspannungstransformator eine so eingestellte Funkenstrecke f_1 gelegt, daß sie in Wirksamkeit tritt, sobald die E.M.K. des Generators über das zulässige Maß ansteigt. In den primären Kreis ist ferner ein Rheostat R zur Aenderung der Stromstärke und eine Morsetaste M zur Zeichenabgabe eingeschaltet.

Der Empfangskreis besteht aus drei Teilen, deren jeder für sich so eingestellt ist, daß dessen Eigenfrequenz genau mit der Frequenz übereinstimmt, auf welche die Station ansprechen soll. Diese drei Kreise werden als der lotrechte Schwingungskreis, der Ausscheidungskreis und der örtliche Empfangskreis bezeichnet. Die Verbindung des lotrechten Schwingungskreises geht von den zwei äußeren Luftdrähten bei der Lage des Schalters U nach links durch eine Induktionsrolle J_1 und einen Kondensator K_2 und von diesem durch einen örtlich geschlossenen Stromkreis, welcher gleichfalls einen Kondensator K_3 und eine Induktionsrolle J_2 enthält zur Erde E_1. Dieser letzte Zweigkreis hat nicht die Eigenfrequenz, auf welche die Station ansprechen soll, ist aber so eingestellt, daß bei Kombination mit den anderen Teilen des lotrechten Schwingungskreises in der in der Figur angedeuteten Weise der Gesamtkreis auf die gewünschte Frequenz anspricht.

Der Empfangskreis ist genau auf die bestimmte Stationsfrequenz abgestimmt und erhält die induktive Erregung von einem Teile des Ausscheidungskreises, welcher die Schwingungsenergie wieder von der Induktionsrolle J_2 des örtlich geschlossenen Teiles des lotrechten Schwingungskreises aufgedrückt erhält. Wiewohl der lotrechte Schwingungskreis und auch der Empfangskreis nur auf dauernde Wellenzüge der bestimmten Frequenz energisch ansprechen und von Wellen anderer Frequenz nur schwach beeinflußt werden, hat sich doch gezeigt, daß es nur mit Hilfe des Ausscheidungskreises möglich ist, den Einfluß der Wirkung von Wellen anderer Frequenz in zufriedenstellender Weise zu beseitigen. Dieser Kreis enthält außer dem Kondensator K_2 und der Induktionsrolle J_2 keine Apparate und spricht für sich genommen nur auf Wellen sehr eng begrenzter Frequenzen an und scheidet daher für den Empfangskreis alle Wellen anderer Frequenz, als durch diese Grenze gegeben, bis auf einen unbemerkbaren Teil aus.

Die Energiemenge, welche die Empfangsstation erreicht, ist außerordentlich gering und müssen daher zahlreiche Vorsichtsmaßregeln angewendet werden, um eine unnötige weitere Zerstreuung zu verhindern. Zu diesem Zwecke sind alle Empfangskondensatoren durch Luft isoliert und die Induktionsspulen so konstruiert, daß sie alle Hysteresis und Wirbelstromverluste ausschließen. Versuche zeigten, daß Induktionsrollen mit Holzkernen eine von Tag zu Tag sich ändernde Leistung zeigen, welche zweifellos von einem veränderlichen Verluste durch Wirbelströme bedingt ist, je nachdem das teilweise leitende Material mehr oder weniger Feuchtigkeit aus der Luft aufnimmt. Aus diesem Grund sind bei der Einrichtung von Stone alle Drähte auf Ebonitrahmen aufgewunden und jene der Empfangseinrichtungen außerdem in eine vollkommen feuchtigkeitsdichte Umhüllung eingeschlossen. Die Abstimmung der verschiedenen Kreise der Empfangseinrichtung vollzieht sich durch Aenderung der Kapazität der in Betracht kommenden Kondensatoren. Die rohe Einstellung geschieht durch Vermehrung oder Verminderung der Kondensatorplatten, die feine Einstellung hingegen durch Aenderung der wirksamen Plattenoberflächen.

Als Wellenanzeiger wird manchmal ein gewöhnlicher Fritter F mit Metallspänen verwendet. In diesem Falle dient ein empfindliches Relais R, dessen wirksame Elemente jenen der Westonschen Gleichstrominstrumente ähneln, zur Anzeige der eingetretenen Frittung. Der Nachteil des Fritters, daß die Geschwindigkeit der Aufnahme eine sehr begrenzte ist, führte zur Verwendung einer Art von Bolometer (s. S. 175),

welches sich als äußerst empfindlich und sicher in seiner Wirkung erweist. Dieses Bolometer steht mit einer Batterie und einem empfindlichen Telephone in Verbindung.

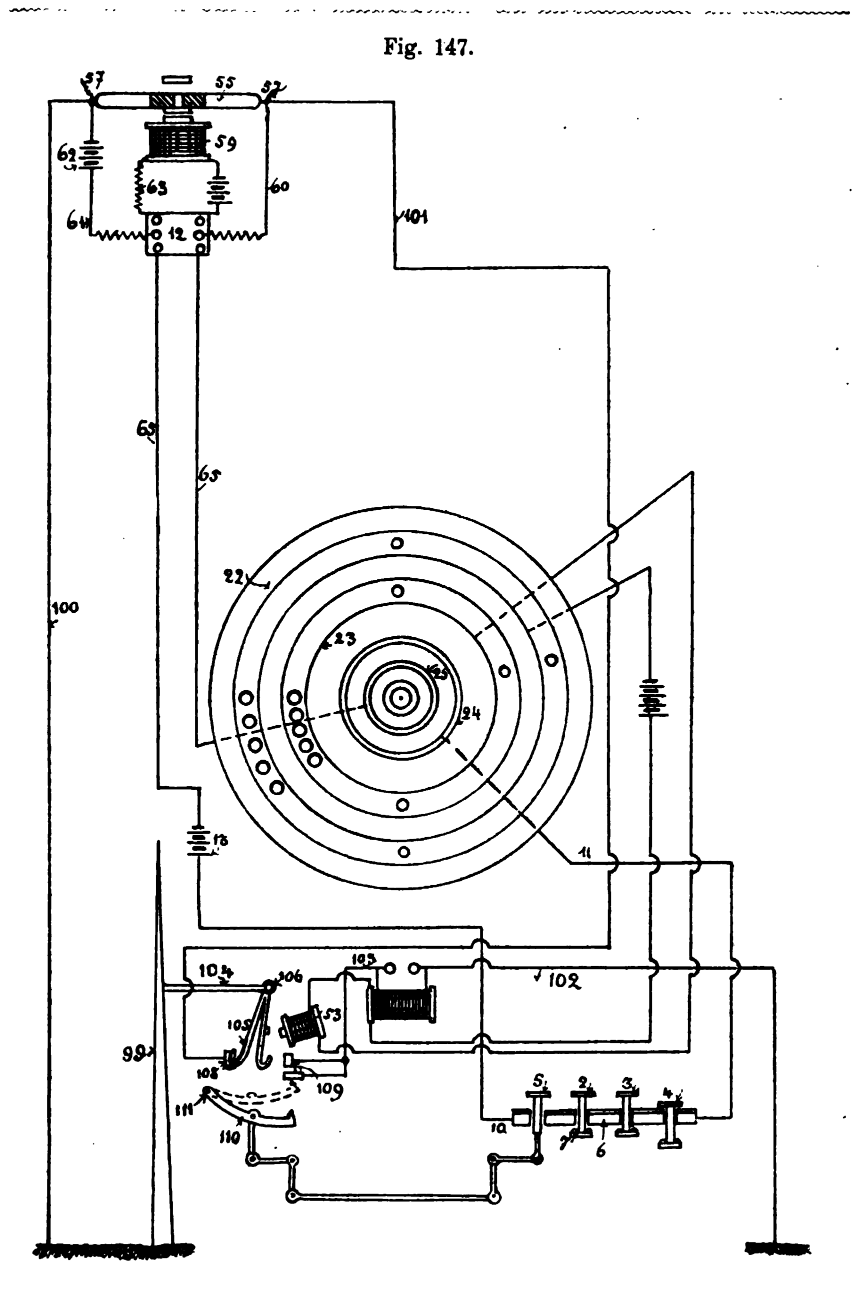
An Stelle einer eingebetteten Erdung wird, wie dies bereits in der F. d. T. III, S. 232, Fig. 195 vorgeführt wird, ein Drahtnetz in weitem Umkreise um das Ende des Luftleiters an dessen unteres Ende gelegt und mit diesem verbunden. I—V sind Umschalter zur Zu- und Abschaltung, bezw. Verbindung der einzelnen Stromkreise.

Bei der früheren Einrichtung machten sich manche Aenderungen in der Güte des Empfanges durch Witterungswechsel fühlbar, welche mit den neueren nunmehr in Gebrauche befindlichen Apparaten vollständig beseitigt sind. Wiewohl das Stromlaufschema über die wichtigsten Verbindungen hinreichend klare Auskunft gibt, bleibt es bezüglich mancher Verbindungen die Aufklärung schuldig und läßt auch der beschreibende Teil des Originales manches an Klarheit zu wünschen übrig, was wohl seine gerechtfertigte Begründung darin finden dürfte, daß der Gesellschaft bezw. dem Erfinder die Geheimhaltung mancher Einzelheiten noch notwendig erscheint.

G. Mussos Einrichtung zur Niederlegung der einlangenden Zeichen in Typenschrift[1]). Fig. 147 stellt die Anordnung der Einrichtung für jede Station und die Leitungsverbindungen, Fig. 148 einen Schnitt der Tastatur und der sich drehenden Scheibe dar, welche die Tasten des Typenschreibers betätigt. Die Tasten 2, 3, 4 etc., von welchen der Einfachheit halber nur drei an der Zahl dargestellt wurden, sind mit isolierten Kontakten 7 versehen, welche, wenn die Tasten gehoben sind, die unteren Leisten der Klaviatur elektrisch verbinden. Ein Ende dieser Leisten ist durch Drähte 10, 65 mit einem Stromkreis verbunden, welcher eine Batterie 13 und ein Relais 12 einschließt. Das andere Ende ist durch den Leiter 11 mit einem flachen metallischen Ringe 24 verbunden, der in eine unbewegliche kreisförmige Platte aus isolierendem Materiale eingesetzt ist. Diese letztere trägt außerdem noch drei eingesetzte Metallringe 22, 23 und 25. Der Ring 25 ist durch die Leitung 65 mit dem Relais 12 verbunden. Diese Platte ist in der Mitte durchbrochen und geht durch diese Oeffnung eine Welle, an deren Zapfen die drehbare Scheibe 21 (Fig. 148), von den gleichen Abmessungen wie die feste Platte, aufgesetzt ist. Diese Scheibe wird durch die Zahnradübersetzung 29, 30 von einem Uhrwerke in drehende Bewegung versetzt. Die Scheiben 21

[1]) Patentschrift vom Juni 1904.

Fig. 147.

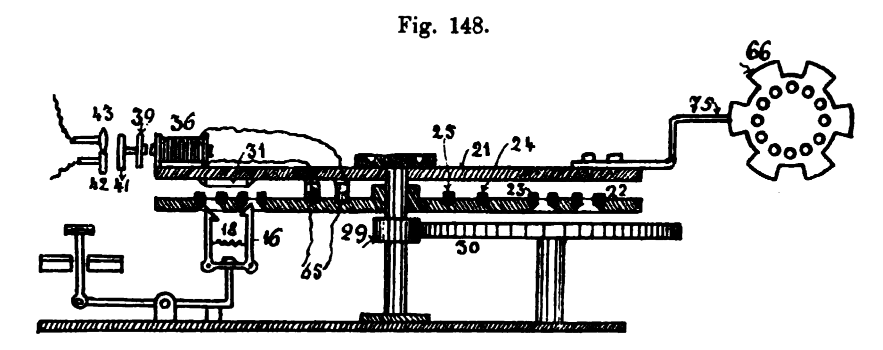


der beiden in Verbindung stehenden Stationen werden durch eine gleichartige Einrichtung in synchroner Bewegung erhalten. Die beiden mit der Scheibe 21 verbundenen Bürsten vermitteln den Kontakt mit den

Metallringen 24 und 25 und verbinden diese mit den Windungen eines polarisierten Elektromagneten 36, welcher auf der beweglichen Scheibe 21 befestigt ist. Jedesmal, wenn dieser Elektromagnet erregt wird, drückt dessen Armatur 39 den Kontakt 41 gegen die Kontakte 42, 43 und schließt hierdurch den Stromkreis eines Elektromagneten aus einer Serie von Elektromagneten, welche die Tasten der Klaviatur des Empfangstypenschreibers betätigen.

In die Ringe 22 und 23 sind eine Anzahl von Löchern auf gleiche Entfernung eingestanzt und greifen in diese die Zinken einer zweizinkigen Gabel 16, die mit dem Ende eines der Tasterhebel der Klaviatur in Verbindung steht. Wird nun eine dieser Tasten niedergedrückt, so gehen die Zinken der zugehörigen Gabel durch die korrespondierenden Oeffnungen hindurch und bleiben, durch die Feder 18 gegeneinander

Fig. 148.



gezogen, an den Rand von 22 und 23 mit ihren Haken angelegt. Die leitende Verbindung der beiden Metallsegmente wird dann hergestellt, wenn sich im Laufe der Drehung der Scheibe 21 das an deren Unterseite befestigte, keilförmig abgeschrägte Kontaktstück 31 zwischen die beiden Gabelzinken eindrängt. Hierdurch werden auch die Gabelzinken auseinandergedrückt und gleiten wieder in die Führungslöcher zurück. Von den beiden Metallringen 22 und 23 führen Drähte zur Batterie und der primären Windung des Induktoriums und einen Elektromagneten 53, welche sohin in einem Kreise liegen, der geschlossen wird, wenn die Ringe 22 und 23 in der angedeuteten Weise metallisch verbunden werden.

Eine der Funkenkugeln des Oszillators steht über die Leitung 102 mit der Erde in Verbindung, die andere ist durch 101, 103 mit einem Pole des Fritters 55, dessen andere Elektrode über 100 zur Erde führt, verbunden. Auf der anderen Seite ist der Fritter über 60, 61 mit einem Doppelrelais 12 verbunden und befindet sich in den so ge-

schaffenen Stromkreis die Batterie 62 eingeschaltet. Dieses Relais ist ferner durch den Stromkreis 63 mit der Batterie und einem polarisierten Elektromagnete 59 verbunden, auf dessen Anker der Fritter befestigt ist. Die kombinierte Wirkung der Ankerbewegung und der rückziehenden Federn 57, welche den Fritter wieder in die ursprüngliche Lage zurückführen, sind ausreichend, um ihn wieder in den nichtleitenden Zustand zu bringen. Das Relais 12 ist ferner, wie schon erwähnt, über 65 mit dem Ringe 25, der Batterie 13, der Leiste 6 und über diese mit dem Ringe 24 verbunden.

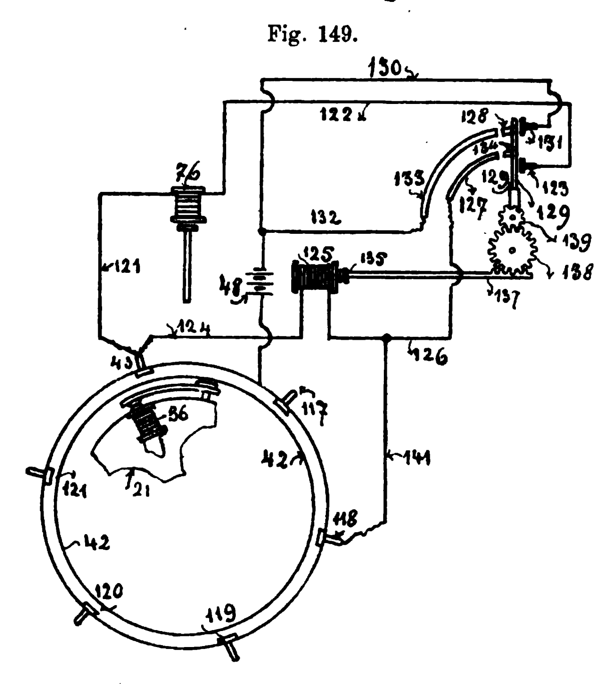
Ein Druck auf eine der Tasten 2, 3, 4 etc. versetzt die Gabel 16 in die bereits früher beschriebene Stellung und schließt den Stromkreis der Primären des Induktoriums und des Elektromagneten 53. Letzterer wirkt gleichzeitig auf einen um 106 drehbaren Kommutator 105 ein, schließt den Kontakt 109 und verbindet hierdurch den Luftdraht 99 über 103, 109, 105, 104 mit der linksseitigen Funkenkugel. Solange 105 die in der Figur dargestellte Empfangslage einnimmt, ist der Luftdraht 99 über 104, 105, 108, 101 mit dem einen Fritterpole verbunden. Wird eine der Tasten des Senders niedergedrückt, so verläßt der zugehörige Kontakt 7 die Leiste 6, wodurch der Stromkreis 65 etc. unterbrochen und die Station für den Empfang ausgeschaltet wird. Man kann jedoch im Bedarfsfalle gleichzeitig senden und empfangen, indem man die Verbindung von 6 durch eine oberhalb dieser angebrachte Platte ununterbrochen aufrecht erhält, es ist aber in diesem Falle der Fritter gegen die eigene Funkenstrecke dadurch zu schützen, daß man den Fritter mit seinem Relais und dem Stromkreis 60, 61, 63 in einen mit der Erde verbundenen Metallkäfig einschließt.

Die Klaviatur des Senders trägt eine besondere Taste 5, welche dazu dient, die Scheiben 21 der verschiedenen miteinander in Verbindung stehenden Stationen gleichzeitig in Bewegung oder in Stillstand zu setzen, bezw. zu deren Auslösung und Arretierung die Anregung zu geben. Die Wirkung dieser Taste ist ganz die gleiche, wie die der anderen Tasten, nur daß sie an Stelle des die Klaviatur der Schreibmaschine dirigierenden Elektromagneten den Stromkreis eines anderen Elektromagneten schließt, welcher die Aufgabe hat, ein mit einer kleinen gezähnten Scheibe 66 (Fig. 148) verbundenes Sperrrad in Bewegung zu setzen. Jede Verschiebung der Scheibe gibt, je nachdem der Arretierungszapfen 75 der Scheibe 21 auf einen Einschnitt oder Zahn der Scheibe trifft, die Bewegung der Scheibe frei oder hemmt sie. Der Stoß auf die Scheibe bei Arretierung wird durch einen gefederten Knopf, welcher an dem Ende des Arretierungs-

zapfens 75 befestigt ist, gedämpft. Die Scheibe 66 wird in jeder Lage, welche sie einnehmen darf, durch eine Feder festgehalten, welche in einen Knopf endigt, der in eines der an der Oberfläche der Scheibe ausgesparten Löcher einfällt.

Der Fritter wird nun im Gefolge der Bewegungen, welche die Scheibe 21 in Drehung bringen oder absperren, angeregt und zwar durch das Spiel eines Unterbrechers 110, welcher sich um 111 dreht und mit dem Kontakt 108 in Verbindung steht. Der Druck auf die

Fig. 149.



Taste 5 betätigt eine Reihe gelenkig verbundener Hebel, die den Unterbrecher zwingen, die leitende Verbindung zwischen den Kontakten 108, 109 herzustellen.

Die Anordnung (Fig. 149) gestattet die Korrespondenz mit einer einzigen Station, selbst wenn die Verbindung mit mehreren Stationen ermöglicht ist. Man sieht hier in Draufsicht ein Stück der Scheibe 21 mit dem zugehörigen Elektromagnete 36. Der Kontakt des Kreises zur Ingangsetzung ist mit 43 bezeichnet. Der Stromkreis umfaßt den Leiter 121, den Elektromagnet 76 der Scheibe 66, die Kontakte 123, 131, welche normal mit dem Hebel 129 in leitender Verbindung stehen, 130, die Batterie 48 und den Metallring 42. Sind fünf Stationen miteinander verbunden, so hat jede einen besonderen Kontakt, der durch

117, 118, 119, 120 121 bezeichnet ist. Dient beispielsweise der Kontakt 118 dazu, die in Fig. 148 angedeutete Station zu isolieren, so sind die anderen 117, 119, 120 und 121 dazu bestimmt, die anderen vier Stationen nach Bedarf für die Korrespondenz auszuwählen. Der Kontakt 43 ist durch 124 mit dem Elektromagnet 125 und im weiteren Verlaufe durch 126 mit dem Kontaktsegmente 127 verbunden. Ein anderes ähnliches Segment 133 ist in einen Stromkreis, 132, 130, die Batterie 48 und den Metallring 42 umfassend, zwischengeschaltet. Die Bürsten 128, 134 des Hebels 129 stellen den Kontakt mit 127, 133 her, wenn dieser Hebel nach links gedreht wird. Ein Uhrwerk regelt die Bewegung dieses Hebels in der Weise, daß sich die Rückbewegung des Hebels sehr langsam vollzieht, in 30 Sekunden zum Beispiel. Die Energie für dessen Bewegung liefert der Elektromagnet 125 unter Vermittlung einer Zahnstange 137 und der Zahnräder 138, 139. Der Kontakt 118 kann mit Hilfe einer besonderen Taste von jeder anderen der vier Stationen ausgeschlossen werden.

Die Verbindung mit allen fünf Stationen wird hergestellt, wenn man auf die Anruftaste 5 drückt, wodurch alle Scheiben 21 in Bewegung gesetzt werden. Um die Stationen auszuscheiden, mit welchen man nicht sprechen will, drückt man die korrespondierenden Tasten, wodurch sich der Kontakt 118 herstellt und einen Stromkreis über 118, 141, 125, 124, 43, 121, 76, 122, 129, 131, 130, 48, 42 schließt, von welchen der Elektromagnet 76 das Rad 66 antreibt, um eine seiner Ausladungen in den Weg von 75 zu führen und so die Scheibe 21 der auszuschließenden Stationen zu hemmen. Die Erregung des Elektromagneten 125 des gleichen Kreises bedingt die Verschiebung des Hebels 129 zur Linken, wodurch sich die Kontakte 127, 133 schließen und die Kontakte 123, 131 öffnen. Hierdurch wird ein anderer Stromkreis 48, 132, 133, 129, 126, 125, 124, 43, 42 geschlossen und so lange geschlossen gehalten, als sich die Wellenimpulse folgen. Bei den ausgeschalteten Stationen bleibt die Scheibe 21 in Ruhe und jeder einlangende Impuls erhält die Armatur 135 angezogen, wodurch der Elektromagnet 76 isoliert bleibt. Diese Bedingung bleibt so lange bestehen, als der Zeitraum zwischen zwei Impulsen nicht größer ist als 30 Sekunden. Sobald dies eintrifft, geht der Hebel 129 in seine ursprüngliche Lage zurück und schaltet 76 wieder in den Stromkreis ein.

Teslas neueste Anordnung zur drahtlosen Uebertragung elektrischer Signale[1]). Wie auf allen Gebieten, so

[1]) E. W. Bd. 45, S. 789.

ist auch hier dieser geniale Serbo-Kroate seine eigenen Wege gegangen und von der befahrenen Landstraße abgewichen. Nach jahrelangem Studium und eingehenden Beobachtungen in den einsamsten Gegenden, sowie gleichfalls jahrelangen Versuchen mit den gewaltigsten elektrischen Kräften, wofür ihm auch, ein seltener Fall, die erforderlichen Mittel in reichlicher Weise seitens eines amerikanischen Geldkönigs zur Verfügung gestellt wurden, ist Tesla endlich mit einem Patente hervorgetreten, um sich auch die Früchte seiner Studien und seiner hervorragenden Begabung zu sichern.

Eine oberflächliche Durchsicht der Patentbeschreibung würde vermuten lassen, daß es sich hier um wenig Neues handelt, und ein System der Telegraphie geschaffen wurde, bei welchem bloß die Leitfähigkeit der Erde zur Ausnützung gelangt, wie solches schon viel früher von einer Reihe von Erfindern mit mehr oder minder gutem Erfolge versucht wurde.

Tatsächlich wurden die hier auftretenden Erscheinungen von vielen beobachtet, so auch in neuester Zeit von Dr. Hugo Mosler (s. S. 249), welcher in ähnlicher Weise, wie dies Tesla vorschlägt, eine Telephonie ohne Draht, wenn auch nur auf sehr beschränkte Entfernungen, zu schaffen vermochte. Authentischen Nachrichten zufolge war der erste, welcher diese Erscheinungen bereits im Jahre 1877 durch einen Zufall zu beobachten vermochte und auch durch einige Zeit weiter verfolgte, der durch die Erfindung des Typendrucktelegraphenapparates berühmt und reich gewordene Prof. Hughes. Er wußte sich die Sache jedoch nicht recht zu deuten und ließ sie sodann fallen, nachdem Fachkollegen diese Erscheinung als nicht etwas Absonderliches betrachteten und auf reine Induktionswirkungen zurückführten, was jedoch nach den heutigen Erfahrungen ausgeschlossen erscheint.

Teslas Anordnung zur Uebertragung elektrischer Signale weicht nun von den neueren Einrichtungen dieser Art insoferne wesentlich ab, als er sich hierfür nicht mehr der Aetherwellen bedient, sondern elektrische Schwingungen von der Größenordnung $6 - 2 \times 10^4$ anwendet und sich als leitenden Mediums der Erde bedient. Entgegen der allgemein herrschenden Anschauung, daß die Erde wegen ihrer ungeheuren Ausdehnung elektrischen Störungen gegenüber nicht als ein Leiter, sondern eher als ein ungeheures Reservoir zu betrachten ist, kam Tesla auf Grund seiner Versuche zu der Ueberzeugung, daß die Erdkugel trotz ihrer ungeheuren Ausdehnung sich im ganzen gegen aufgedrückte elektrische Störungen genau so verhält, wie ein Leiter von begrenzter Größe.

Im Verlaufe bestimmter Forschungen wurde ein eigenes Verhalten hochempfindlicher Instrumente beobachtet und entdeckt, daß dieses durch Blitzentladungen in die Erde hervorgerufenen elektrischen Wellen zuzuschreiben sei. Diese Wellen zeigten Knotenpunkte, welche sich in ganz bestimmten Entfernungen von dem Ausgangsorte der Störung folgten. Aus einer langen Reihe von Beobachtungen der Maxima und Minima dieser Wellen wurde gefunden, daß deren Länge zwischen 25 und 70 m schwankt. Diese Ergebnisse, sowie theoretische Erwägungen führten zu dem Schlusse, daß Wellen dieser Art nach allen Richtungen hin über die Erde fortgepflanzt werden und deren Längen sich innerhalb viel weiterer Grenzen als den vorangegebenen bewegen können.

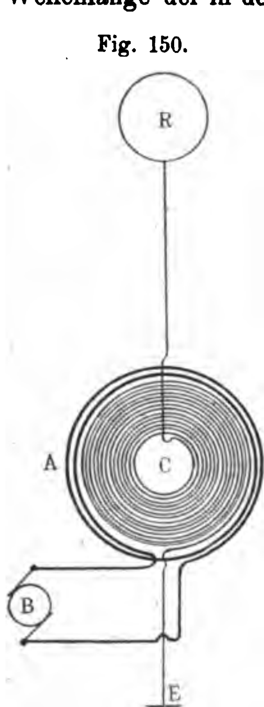
Durch fortschreitende Verbesserung in der Erzeugung elektrischer Schwingungen wurden elektrische Bewegungen erhalten, welche, wie dies durch zahlreiche Versuche und Messungen nachgewiesen wurde, jene durch Blitzentladungen hervorgerufenen in ihren Wirkungen nicht nur erreichten, sondern übertrafen. Mit Hilfe dieser Apparate wurde es möglich, zu jeder Zeit in der Erde Erscheinungen hervorzurufen, welche ähnlicher oder gleicher Natur sind wie jene, die durch Blitzentladungen bedingt werden.

Es wird durch die Anwendung eines solchen Apparates zur Erzeugung stationärer Wellen und von entsprechend angeordneten Empfangsapparaten, welche sich in unbegrenzter Entfernung befinden können, ermöglicht, verständliche Signale zu übertragen, oder nach Willen einen oder auch alle diese Apparate für viele andere wichtige und wertvolle Zwecke nutzbar zu verwerten. Zu diesen Anwendungsgebieten gehört beispielsweise die korrekte Zeitangabe durch ein Observatorium, die Feststellung der relativen Lage eines Körpers oder dessen Entfernung von einem gegebenen Punkte, die Feststellung des Kurses eines sich bewegenden Objektes, wie beispielsweise eines Schiffes, des von diesem zurückgelegten Weges, oder von dessen Geschwindigkeit etc. etc.

Fig. 150 stellt den Generator zur Erzeugung stationärer Wellen in der Erde dar. Er besteht aus einer primären Spule A, welche den einen Teil eines Transformators bildet und in der Regel nur wenige Windungen eines starken Kabels von vernachlässigbarem Widerstande hat. Die Enden dieses Kabels stehen mit einer Quelle von äußerst kräftigen elektrischen Schwingungen B in Verbindung, welche in der Regel ein zu einem hohen Potentiale geladener Kondensator ist, der sich durch die Primäre entladet. Die sekundäre Spule C ist spiral-

förmig gewunden und befindet sich innerhalb der Primären. Ein Ende dieser Sekundären ist mit dem erhöhten Ende R, das andere mit der Erde E verbunden. Der Widerstand der Sekundären soll so klein als angängig, deren Selbstinduktion aber so groß als möglich gemacht und die Erdverbindung mit der größten Sorgfalt hergestellt werden. Die Gesamtlänge des Leiters von der Erde bis zu dem erhöhten Ende R soll gleich einem Viertel oder einem ungeraden Vielfachen von einem Viertel der Wellenlänge der in der primären Windung erregten Schwingungen sein.

Fig. 150.



Ist diese Bedingung eingehalten, so findet sich am Ende R ein Knotenpunkt der Spannung und es entstehen in diesem Leiter kräftige elektrische Schwingungen. Die induktive Verbindung zwischen der Primären und der Sekundären oder der Kopplungsgrad soll nicht so fest sein, wie bei dem gewöhnlichen Transformator und wurde zu diesem Zwecke der Sekundären die Spiralform gegeben. Mit dieser Anordnung wurde es ermöglicht, eine tausendfach größere elektrische Bewegung als die anfängliche zu erhalten und Wirkungen des elektrischen Kraftflusses zu erzielen, die nach Zehntausenden von Pferdekräften gemessen wurden. Diese mächtigen Schwingungen rufen nun durch die Erdverbindung korrespondierende Schwingungen in der Erde hervor, die sich auf sehr weite Entfernungen des Erdkörpers fortpflanzen und wenn sie reflektiert werden, durch Interferenz mit den ausgehenden Schwingungen stationäre Wellen bilden, deren Berge und Täler in parallelen Kreisen liegen, für welche die Erdungsstelle den Mittelpunkt bildet. Es wird sonach der Erdleiter mit den ihm aufgedrückten Schwingungen ebenso wie ein Draht in Resonanz gebracht. Eine große Anzahl festgestellter Tatsachen erweisen, daß die so hervorgerufenen Bewegungen der Elektrizität bestimmten Gesetzen mit mathematischer Genauigkeit folgen. Die Erde verhält sich hier wie ein vollkommen glatter oder polierter Leiter von unbemerklichem Widerstande mit gleichmäßiger Verteilung der Kapazität und Selbstinduktion um die in der Richtung der Wellenfortpflanzung gelegene Symmetrieachse und überträgt langsame elektrische Schwingungen ohne empfindliche Abschwächung und Verzerrung.

Um die Resonanzbedingungen zu erfüllen, erscheinen folgende Zusatzerfordernisse wesentlich. Erstens der Erdhalbmesser, welcher durch den Erdungspunkt hindurchgeht, soll ein ungerades Vielfaches von einem Viertel der Wellenlänge oder dem Verhältnisse der Geschwindigkeit des Lichtes zu der vierfachen Frequenz des Stromes sein. Zweitens die Frequenz soll kleiner sein als 20000 in der Sekunde. Als geringste Frequenz erscheint 6 in der Sekunde, in welchem Falle nur eine Ladung an oder nahe der Grundplatte stattfindet und so paradox es auch erscheinen mag, wird sich die Wirkung mit der Entfernung steigern und am größten in einer der Erdplatte diametral entgegengesetzten Region sein. Mit noch langsameren Schwingungen gibt die Erde genau gesprochen keine Resonanz mehr, sondern wirkt einfach als eine Kapazität, so daß die Potentialschwankungen sich mehr oder minder über die ganze Erdoberfläche verbreiten. Die dritte Hauptbedingung ist, daß der Wellenzug unabhängig von der Frequenz eine bestimmte Zeit andauert, welche nicht geringer als $^1/_{12}$ oder 0,08484 einer Sekunde sein soll, wobei angenommen wird, daß die Bewegung von dem Ausgangspunkte bis zu dem entgegengesetzten Pole der Erdoberfläche und zurück mit einer mittleren Geschwindigkeit von 471200 km in der Sekunde erfolgt.

Fig. 151.

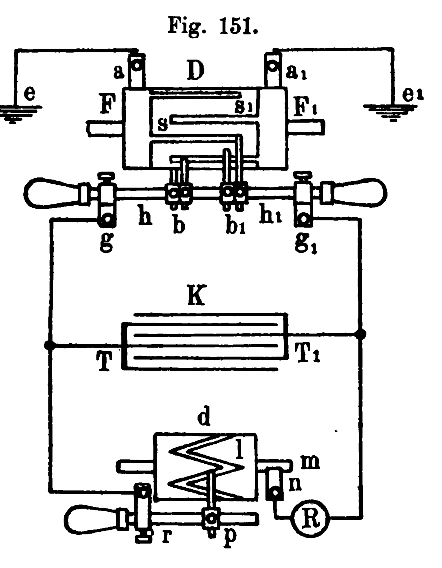


Fig. 151 zeigt die Anordnung für die Anzeige der Gegenwart von Wellen. Sie besteht aus einem Zylinder D von isolierendem Material, welcher durch irgend eine mechanische Antriebsvorrichtung mit stets gleichmäßiger Winkelgeschwindigkeit gedreht wird. Auf diesen Zylinder sind zwei Metallringe $F\ F_1$ aufgesetzt, längs welchen zwei mit den Erdplatten $e\ e_1$ verbundene Metallbürsten a_1 a schleifen. Von den Ringen $F\ F_1$ gehen schmale metallische Segmente $s\ s_1$ aus, welche bei Drehung des Zylinders D abwechselnd mit den Doppelbürsten $b\ b_1$ in Kontakt treten. Diese Bürsten stehen mit den Bürstenhaltern $h\ h_1$ und deren Trägern $g\ g_1$ in leitender Verbindung. Letztere stehen mit den Enden $T\ T_1$ eines Kondensators K in leitender Verbindung und gestatten ebenso wie ge-

wöhnliche Bürstenträger eine gewisse Winkelverschiebung. Der Zweck dieser beiden Bürsten ist, die Dauer der elektrischen Verbindung zwischen den Erdplatten und dem Kondensator K nach Willen und Bedarf entsprechend abändern zu können. Der Kondensator ist mit dem Empfänger R und einer Vorrichtung d verbunden, die den Zweck hat, den Empfangskreis in vorherbestimmten Zwischenzeiten zu schließen und die aufgespeicherte Energie in den eigentlichen Empfänger einzuleiten.

Diese Vorrichtung besteht aus einem teilweise aus leitendem, teilweise aus nichtleitendem Materiale zusammengesetzten Zylinder d, welcher durch geeignete Mittel in eine drehende Bewegung von gewünschter Geschwindigkeit versetzt wird. Der leitende Teil l ist in elektrischer Verbindung mit der Achse m und schleift auf diesem eine Bürste p, welche sich in der Längsrichtung des Bürstenträgers r verschieben läßt. Eine zweite Bürste n schleift auf der Achse m. Sobald irgend eines der Segmente l in Kontakt mit der Bürste p tritt, wird der den Empfänger R enthaltende Stromkreis geschlossen und der Kondensator K über diesen entladen. Durch entsprechende Einstellung der Bürste p und Aenderung der Drehgeschwindigkeit des Zylinders läßt sich das Schließen und Oeffnen dieses Kreises in sehr rascher Reihenfolge bewerkstelligen und auch die Zeitdauer des Stromschlusses und der Unterbrechung des Kreises nach Notwendigkeit regulieren.

Die beiden Erdplatten, durch welche die elektrische Energie den Bürsten a a_1 zugeführt wird, werden entweder in beträchtlichem gegenseitigen Abstand in die Erde eingesenkt, oder es wird nur die eine Platte geerdet und die andere wie bei dem Sender in ziemlicher Höhe in die Luft geführt. Im letzteren Falle muß der Aufstellungsort der Apparate der Lage der stehenden Wellen entsprechend ausgewählt werden. Werden beide Platten mit der Erde verbunden, so müssen die Versenkungspunkte entsprechend der Potentialdifferenz, welche zu erhalten gesucht wird, ermittelt werden. Für den Empfang wird die Drehgeschwindigkeit des Zylinders D so lange geändert, bis sie sich in Synchronismus mit den wechselnden Impulsen des entfernten Generators befindet. Sind die Bürsten richtig eingestellt, so werden dem Kondensator an dessen Enden stets Ladungen gleichen Vorzeichens zugeführt und wird dieser daher mit jedem neuen Impuls auf ein höheres Potential geladen. Auf diese Weise läßt sich die Energie einer Reihe von gesonderten Impulsen aufspeichern, und die so gesammelte Energie durch den Empfänger entladen. Man ist hierdurch in der Lage, einen verhältnismäßig großen Energiebetrag anzusammeln

und braucht aus diesem Grunde die Empfindlichkeit des Empfängers nicht sehr groß zu sein. Es ist nun der Sendestation auch möglich, die Region der Wellenknoten und Wellenbäuche nach Willen abzuändern, und läßt sich hierdurch, wenn diese Regionen der maximalen und minimalen Wirkungen mit einer oder mehreren Empfangsstationen in Uebereinstimmung sind, die Empfangsempfindlichkeit außerordentlich erhöhen.

Drückt man der Erde zwei oder mehrere Schwingungen von verschiedener Wellenlänge auf, so entsteht eine resultierende stationäre Welle, welche langsam über die Erdkugel fortwandert. Werden nun die Zonen der Wellenknoten und Wellenbäuche einer solchen Welle in einer bestimmten und gleichbleibenden Lage erhalten, so läßt sich auf einem mit Empfangsapparaten ausgerüsteten Schiffe die Geschwindigkeit, mit welcher es sich fortbewegt, aus der Beobachtung der durchschnittenen Regionen der maximalen und minimalen Wirkung mit Genauigkeit berechnen. Auch läßt sich in irgend einer Region die Wellenlänge auf geometrischem Wege feststellen und ist diese Länge einmal bekannt, so bezeichnet sie auch die Entfernung von der Ausgangsstelle in einfacher Weise. Ebenso kann man die Entfernung zweier Punkte voneinander, die Länge und Breite, die Zeit etc. aus der Beobachtung solcher stationärer Wellen erhalten.

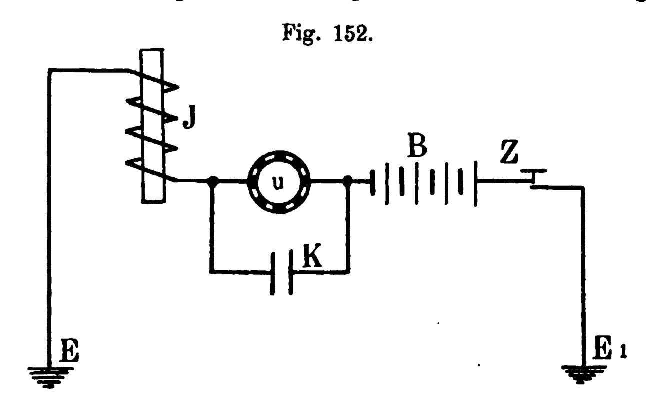
Mit mehreren Generatoren in ausgewählten Standorten, welche verschiedene Wellenlängen erzeugen, läßt sich der ganze Erdball in Zonen von verschiedener elektrischer Wirksamkeit unterteilen und können sodann wichtige Daten durch ähnliche Berechnungen oder Ablesungen von entsprechend graduierten Instrumenten erhalten werden.

Das System der drahtlosen Telegraphie und Telephonie von Orling-Armstrong[1]). Ueber dieses System wurde bereits in die F. d. T. II, S. 123 berichtet, und dort darauf hingewiesen, daß bei diesem für die Uebertragung der Zeichen Hertzsche Wellen nicht zur Verwendung kommen, sondern wie bei vielen der älteren Einrichtungen die Leitfähigkeit der Erde dazu ausgenützt wird, die Zeichen zu vermitteln. Dieses System hat nun, wiewohl die Grundlagen die gleichen geblieben sind, eine Reihe von Verbesserungen und Neuerungen aufzuweisen, auf die hier näher eingegangen werden soll. Es ist jedoch schwer zu entscheiden, ob die Fortpflanzung der der Erde aufgedrückten elektrischen Impulse einer einfachen Ausbreitung in der Erde zuzuschreiben ist, oder ob diese, wie bei der Teslaschen

[1]) E. W. Bd. 46, S. 1122.

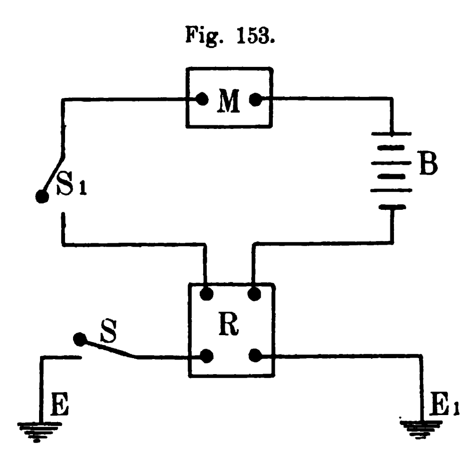
Einrichtung (s. S. 237), nicht auch zu stehenden Wellen Veranlassung geben, die dann auf die Empfangseinrichtung übertragen werden können. Eine solche Entscheidung, die sich doch nur auf Experimente stützen könnte, soll auch hier nicht versucht werden. Jedenfalls sind die Erfinder nicht von dem gleichen Grundgedanken wie Tesla ausgegangen.

Fig. 152.



Der Sender umfaßt (Fig. 152) einen Unterbrecher u, einen Kondensator K, eine Induktionsspule J, eine Batterie B, einen Zeichengeber Z und zwei in die Erde versenkte Platten E E_1 die in der dargestellten Weise miteinander verbunden sind. Der Empfänger (Fig. 153) umfaßt ein Elektrokapillarrelais R, zwei gewöhnliche Schalter S S_1, eine Batterie B, zwei gleichfalls in die Erde versenkte Platten E E_1 und einen Morseschreiber M.

Fig. 153.



Die Induktionsspule J ist eine gewöhnliche Funkenspule, wie solche für Gasanzünder oder Explosionsmotoren verwendet werden. Sie besteht aus mehreren Lagen gut isolierten Drahtes, der um einen weichen Eisenkern gewunden ist und steht einesteils mit dem Unterbrecher u und andernteils mit der Erdplatte E in Verbindung. Der Zweck dieser Spule ist wohl hauptsächlich nur der, die bei Unterbrechung des Stromes auftretenden hohen Spannungen zu verwerten. Es wird behauptet, daß durch diese Spannungen die Uebertragung der Zeichen auf einen entsprechend aus-

gestatteten Empfangsapparat wesentlich erleichtert wird. Dabei sind die Erdplatten verhältnismäßig nicht weit voneinander in die Erde versenkt und soll die Entfernung nur wenige Meter betragen. Die Erdung erfolgt durch eiserne Pflöcke, die fest in den Boden eingerammt werden und an welchen die Enden der beiden Leitungsverbindungen befestigt sind.

Im Nebenschlusse zum rotierenden Unterbrecher ist ein Kondensator K geschaltet, dessen Aufgabe es ist, an den beiden Enden dadurch eine größere Spannungsdifferenz hervorzurufen, daß der Kondensator während der Unterbrechung von der Batterie geladen wird, wohingegen er sich bei Kontaktschluß entladet. Die Batterie kann auch durch einen Gleichstromgenerator ersetzt werden, wenn leichte Transportfähigkeit nicht verlangt wird. Der Zeichengeber hat die Form eines gewöhnlichen Morseschlüssels und ist nur, ebenso wie für andere Formen der drahtlosen Telegraphie, stärker gehalten, da auch hier kräftige Ströme unterbrochen werden müssen.

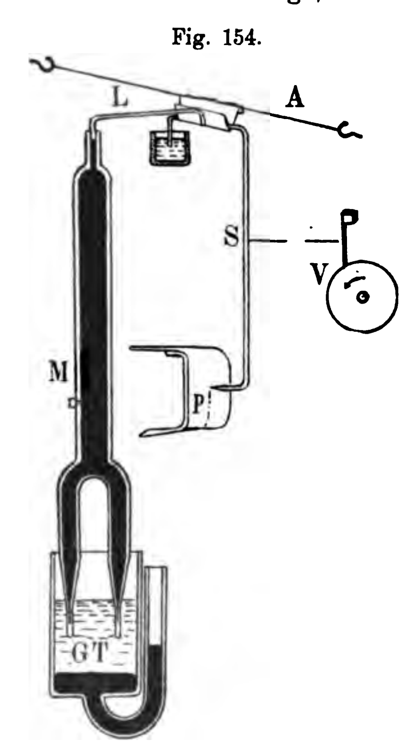
Das Elektrokapillarrelais von Orling und Armstrong nimmt die durch die Erde oder das Wasser stark abgeschwächten Ströme auf und überträgt die erhaltenen Impulse unter Vermittlung einer Ortsbatterie auf einen Morseapparat. Das Relais und der Schreibapparat können auch durch einen Elektrokapillarrekorder ersetzt werden.

Das Relais selbst besteht aus einem gebogenen Röhrenheber, dessen kürzerer Arm in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäß eintaucht. Der längere Arm mündet in ein Gefäß von angesäuertem Wasser. Das Ende dieses Armes ist zu einer so feinen Spitze ausgezogen, daß das Quecksilber nicht durch die kleine Oeffnung austreten kann. Sowie jedoch selbst ein sehr schwacher Strom das Quecksilber über das angesäuerte Wasser durchfließt, folgt das Quecksilber der Stromrichtung und tritt aus dem Rohre in sehr kleinen Tröpfchen aus. Diese fallen auf einen Quecksilbertropfen am Boden des Wassergefäßes, welcher eine beinahe mikroskopisch kleine Oeffnung dieses Gefäßes verschließt. Die Wirkung jedes fallenden Tropfens ist nun die, daß ein korrespondierender Tropfen durch diese Oeffnung hindurchtritt. Diese so die Oeffnung verlassenden Tröpfchen bilden nun einen augenblicklichen Kontakt zwischen zwei metallischen Punkten des Relais und schließen hierdurch den Stromkreis für den Morseschreiber oder einen ähnlichen Registrierapparat.

Der Elektrokapillarrekorder ist einigermaßen abweichend konstruiert, wiewohl bei diesem Instrumente in gleicher Weise Quecksilber und angesäuertes Wasser als Leiter verwendet werden. Diese beiden verschiedenartigen Flüssigkeiten haben weder das Bestreben sich zu

vermischen noch chemisch zu verbinden. Der Kontakt dieser beiden findet nun in einem verengten Teile der Röhre statt. Sobald Signale bezw. elektrische Impulse einlangen, wird die Oberflächenspannung einer der beiden Kontaktflächen sofort verändert, wodurch die Flüssigkeiten in der Röhre, je nach der Natur des Impulses, entweder steigen oder fallen. Ein Lichtstrahl ist nun so gerichtet, daß er normal auf ein sich bewegendes lichtempfindliches Band fällt. Sobald ein elektrischer Strom einlangt, wird dieser Lichtstrahl mehr oder weniger durch die Bewegung der undurchsichtigen Flüssigkeit abgeschirmt und findet sonach auf diesem Wege eine fortwährende Aufzeichnung statt. Dieser Kapillarrekorder wurde auch für die unmittelbare Ablesung durch das Auge eingerichtet.

Fig. 154.



Eine andere Form des Kapillarrekorders zur unmittelbaren Niederlegung der Zeichen ist in Fig. 154 dargestellt. Der leichte Hebel L ruht mit dem einen Ende auf einer Quecksilbersäule M und mit dem anderen Ende auf einem umgebogenen Stück Aluminiumblech, welches auf dem Faden A aufgehängt ist. Das Aluminiumblech trägt ein mehrfach gebogenes Haarröhrchen S, dessen oberes Ende in ein Gefäß mit Tinte eintaucht, wogegen das untere Ende dem der Aufnahme dienenden Papierstreifen P gegenüberliegt. Dieses Röhrchen ist durch einen Faden mit einer Feder verbunden, welche längs des geriefelten Randes des Rades V schleift und wird dadurch in eine schwingende Bewegung versetzt, deren Zweck es ist, die Tinte am unteren Rande des Röhrchens zum Ausspritzen zu bringen. Mit dem Steigen und Fallen der Quecksilbersäule wird auch das auf ihr ruhende Ende des Hebels L in die gleiche Bewegung versetzt, welche sich wieder auf das Aluminiumblech, jedoch in der Weise überträgt, daß es nicht senkrecht, sondern wagrecht ausweicht und auch dem Haarröhrchen S eine seitliche Bewegung erteilt. Diese letztere Bewegung wird auf dem Papierband in Form einer Wellenlinie aufgezeichnet. Die Säule M

taucht mit ihren kapillarförmig ausgezogenen unteren Enden G T in ein Gefäß, welches eine elektrolytische Flüssigkeit enthält, die auf dem am Boden befindlichen Quecksilber ruht, welches auch in die kommunizierende Röhre übersteigt. Der Stromkreis wird über die beiden Quecksilberkörper durch den Elektrolyten geschlossen. Da nun jede zwischen der Quecksilbersäule und dem Elektrolyten auftretende Potentialdifferenz ein Steigen oder Fallen der Säule hervorruft, lassen sich ankommende Telegraphierströme in der bereits angegebenen Weise auf dem Papierband aufzeichnen.

Das Relais und der Rekorder sollen nach den Angaben der Erfinder eine außergewöhnlich große Empfindlichkeit besitzen, weil hier zum Unterschiede vom gewöhnlichen Relais- oder Syphonrekorder keine schweren Massen, wie Armaturen oder Spulen zu bewegen sind, daher keine Trägheit zu überwinden ist. Durch die Ausscheidung eines Elektromagneten wird auch der Widerstand des Instrumentes so gering, daß er praktisch vernachlässigt werden kann. Der einzige bewegliche Teil dieser Instrumente besteht aus nichts anderem, denn einem dünnen Quecksilberfaden, dessen Gewicht gleich Null anzunehmen ist.

Die sichtbare Wirkung des Systemes Orling-Armstrong oder, wie es die Erfinder in wenig glücklicher Abkürzung bezeichnen, das Armorl-System, läßt sich kurz wie folgt zusammenfassen. Sobald durch Niederdrücken des Zeichengebers Z (Fig. 152) der Stromkreis geschlossen wird, gelangt auch der Unterbrecher zur Wirkung und die Signale, seien es Punkte oder Striche, werden durch die Induktionsrolle in eine Reihe von rasch aufeinander folgenden Punkten zerlegt. Der Batteriestrom erregt die Induktionsrolle jedesmal, sobald der Unterbrecher den Stromkreis schließt und induziert einen indirekten Extrastrom, wogegen bei jeder Unterbrechung ein direkter Extrastrom erzeugt wird. Dieser direkte Extrastrom muß sich durch die Leiter in die Erde entladen. Die zur Erde führenden Leiter sind nun an jeder Seite mit dem Unterbrecher verbunden und sind sonach die beiden Erden zu jeder Zeit, während welcher der Stromkreis unterbrochen ist, in Reihe geschaltet. Bei Schluß des Stromkreises wird die Resultante aus dem Niederspannungsstrom der Batterie und dem entgegengesetzt gerichteten indirekten Extrastrom zur Erde geleitet. In dem Sender wird der induzierte Extrastrom von hohem Potentiale gleichzeitig zur Erde geleitet, wenn der Batteriestromkreis durch die Erde geschlossen wird.

Die unsichtbaren Wirkungen, die diese Einrichtung in der Erde

hervorruft, sind nach Dr. Moriz Ernst folgende. Durch die beiden Erdverbindungen, welche den Stromkreis schließen, wird die Erde elektrisch geladen und zwar an dem einen Punkte positiv und an dem anderen Punkte negativ. Betrachtet man einen solchen Punkt für sich und vernachlässigt man für einen Augenblick den Einfluß von anderen Ladungen, welche in deren Nachbarschaft vorhanden sein mögen, so zeigt sich, daß der Erde Energie fortlaufend zugeführt wird und diese sich in der Erde wieder nach allen Richtungen hin ausbreitet. Dies findet die Ursache in der wechselseitigen Zurückstoßung jedes geladenen Punktes auf jeden anderen Punkt der gleichen Ladung, weil alle diese Ladungen das gleiche Vorzeichen haben und entweder positiv oder negativ sind. Der Einfluß einer solchen Ladung würde sich über die ganze Erde ausbreiten, doch wird das Potential irgend eines Punktes entsprechend der Entfernung von der Ladestelle sehr gering werden. Zieht man nun in Betracht, daß sich in der Nachbarschaft ein anderer, aber entgegengesetzt geladener Punkt findet, welcher in Abwesenheit des ersten Punktes die aufgenommene Energie in gleicher Weise nach allen Richtungen ausbreitet, so müssen sich unter den vorfindlichen Umständen die beiden Ladungen in ihren Wirkungen gegenseitig übergreifen. Nachdem jedoch diese Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens sind, so werden sie sich wechselseitig anziehen. Die ausstrahlenden Abstoßungslinien jeder Ladung, welche in den Bereich des anziehenden Einflusses der anderen Ladung kommen, werden jedoch infolgedessen abgelenkt und in Kurven umgeformt, über welche der Ausgleich der Energie von einer Ladungsstelle zur anderen stattfindet. Sind nun die beiden Enden des Empfangsinstrumentes mit der Erde an Punkten verschiedenen Potentiales verbunden, welche von den eben beschriebenen Stromlinien durchschnitten sind, so wird ein Teil des Stromes dieses durchfließen. Dies ist selbstredend nur dann möglich, wenn sich dort, wo der Empfänger aufgestellt ist, solche Stromlinien vorfinden und der den Empfänger durchfließende Strom hinreichend stark ist, ihn auch zu betätigen. Die Entfernung, bis auf welche die Stromlinien hinreichend stark sind, hängt sowohl von der Empfindlichkeit des Empfangsinstrumentes als auch von dem Potentiale, auf welches die beiden geerdeten Punkte des Senders geladen werden, ab. Da die Empfindlichkeit des Empfängers eine gegebene Größe ist, muß, um wirklich gute Ergebnisse zu erzielen, ein Strom von beträchtlicher Stärke den Punkten zugeführt werden, von welchen die Stromlinien ausgehen.

Dies ist nun nach den Erfindern mit ihren Einrichtungen da-

durch erreicht, daß der Batteriestrom durch die Erde gleichzeitig durch eine Entladung von hohem Potentiale an den Erdverbindungen unterstützt wird. Die durch diese Entladungen entsendeten Stromlinien schaffen anscheinend für den Batteriestrom Wege von geringem Widerstande, und wird sohin eine genügende Menge elektrischer Energie nach dem entfernten Empfänger geleitet, um ihn zu betätigen.

Das in Rede stehende System kann außer der Nachrichtenübertragung noch für eine Reihe anderer Zwecke, wie Abfeuern von Minen aus größerer Entfernung, Lenkung von Torpedos, Verkehr zwischen den Zügen und Stationen, Auslösung von Feuermeldern u. s. w. verwendet werden. Ersetzt man den Zeichengeber durch einen Mikrophonübertrager und das Relais in Verbindung mit dem Morseschreiber durch ein Telephon, so ist es auch möglich, eine drahtlose Telephonie durchzuführen.

H. Drahtlose Telephonie und sonstige Verwertung der Wellenentsendung.

Dr. Hugo Moslers Beiträge zur drahtlosen Telephonie[1]). Die von Nußbaumer gegebene Schaltung zur Uebertragung der Sprache mittels elektromagnetischer Wellen unter Anwendung des singenden Flammenbogens als Unterbrecher (s. d. F. d. T. III, S. 260, Fig. 224) hat den Nachteil, daß der Transformator zur Uebertragung der mikrophonischen Schwingungen in Serie mit der primären Spule des Schwingungstransformators geschaltet ist. Es wird sonach diese Spule von einem Wechselstrome sehr hoher Frequenz durchflossen und eine unnötig hohe Selbstinduktion in diesen Kreis geschaltet, wodurch die Schlagweite in der Funkenstrecke stark herabgedrückt wird. Außerdem treten an den Klemmen des Mikrophontransformators größere Spannungen auf, die eine Ursache zum Verbrennen der Mikrophonkontakte bilden können.

Schaltet man diesen Transformator jedoch, wie dies Fig. 155 zeigt, in die Gleichstromleitung der Bogenlampe, so kommen die erwähnten Uebelstände in Wegfall.

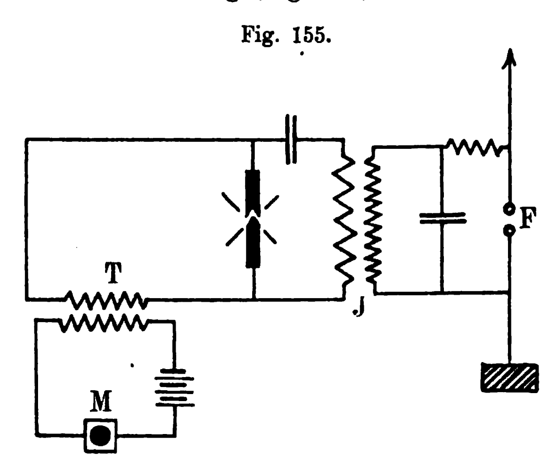
Es wurde nun mit dieser Schaltung die überraschende Tatsache festgestellt, daß man auch dann eine deutliche Sprachübertragung erhält, wenn man die Funkenkugeln so weit auseinander zieht, daß gar kein Funkenübergang stattfindet. Es bietet sich hierbei noch der Vor-

[1]) E. T. Z. 1905, S. 490.

teil, daß die störenden, pfeifenden Nebengeräusche der Funkenstrecke beseitigt werden.

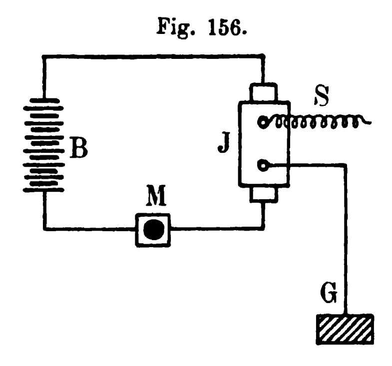
Das Ergebnis dieser Versuche führte nun zu der als günstigst befundenen einfachen Schaltung (Fig. 156), in welcher B eine Batterie

Fig. 155.



von 25 Volt Spannung, M ein Mikrophon und J einen Induktor bezeichnet. Der eine Pol der sekundären Windung ist bei G geerdet, der zweite Pol bleibt unverbunden. An der Empfangsstelle wurde ein gleichfalls einseitig geerdetes Telephon verwendet, dessen zweite Klemme frei blieb. Das Telephon besaß eine Metallkapsel, welche vom Beobachter beim Hören berührt wurde. Die Verwendung eines Luftdrahtes in der Empfangsstelle gab, selbst wenn eine Drahtspule mit aufgewundener, mehrere Kilometer langer Drahtleitung zwischengeschaltet wurde, keine nennenswerte Lautverstärkung. Eine solche trat aber sofort ein, wenn der freie Pol des Telephones mit der Hand berührt wurde.

Fig. 156.



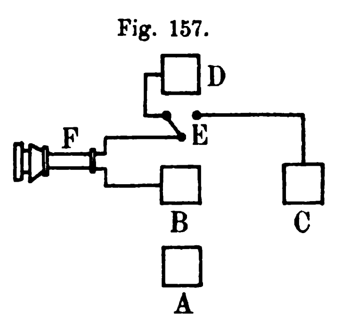
Die Uebertragung wurde noch reiner und deutlicher, wenn in der Sendestelle die freie sekundäre Klemme des Induktors mit einer isoliert aufgehängten Spule S aus Kupferdraht mit einer Drahtlänge von ca. 2,5 km Länge verbunden wurde.

Bei doppelpoliger Erdung des Induktors J schwächte sich die Uebertragung ganz außerordentlich und setzt bei einigermaßen größerer Entfernung ganz aus. Bei doppelpoliger Erdung des Telephons in der

Empfangsstelle ließ sich nur unter ganz bestimmten Verhältnissen eine gute Sprachübertragung erreichen.

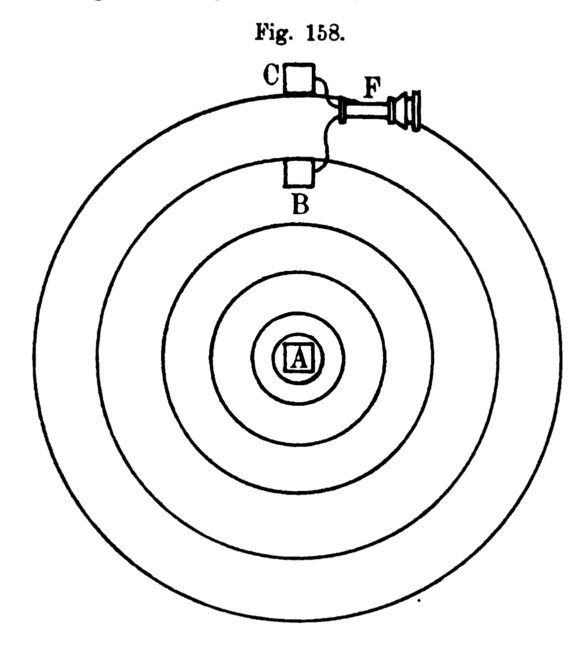
Stellt (Fig. 157) A die Erdplatte des Induktors der Sendestation dar und seien D, B, C Erdplatten in der Empfangsstation, F das zugehörige Telephon und E ein Umschalter zur Verbindung der Erdplatten C oder D mit dem Telephon, so zeigt sich, daß gar keine Sprachübertragung eintritt, sobald die Platten B und C mit dem Telephone in Verbindung sind.

Fig. 157.



Mosler gibt für diese Erscheinung folgende Erklärung. Den Stromschwankungen, welche durch das Sprechen in das Mikrophon hervorgerufen werden, entsprechen analoge Schwankungen erhöhten Potentiales in der Sekundären des Induktors. Diese fließen von der Sekundären bei A in die Erde und es erfolgen der Sprache entsprechende rhythmische Elektri-

Fig. 158.



sierungen der Erde, die sich (Fig. 158) mit einer im Quadrate zur Entfernung abnehmenden Intensität ausbreiten. Eine Sprachübertragung kann daher nur dann erzielt werden, wenn Punkte verschieden hohen Potentiales, d. h. verschiedener Entfernung von A der Senderstation

mit dem Empfänger in Verbindung stehen, da nur dann ein entsprechender Strom das Telephon durchfließen kann.

Werden Punkte gleichen Potentiales, also annähernd gleicher Entfernung von A geerdet, so können die Sprechströme das Telephon nicht beeinflussen und findet demnach auch keine Uebertragung statt.

Daß eine Sprachübertragung auch dann stattfand, wenn keine zweite Erdung vorhanden war, erklärt sich dadurch, daß die zweite Erde durch den Beobachter selbst hergestellt wurde, indem beim Berühren der Metallkapseln mit der Hand die Erdströme ihren Weg durch den Körper und die Isolation der äußeren Windungen der Telephonspulen nahmen. Es war jedoch in diesem Falle die Erdplatte zufällig so günstig gelegen, daß ein ausreichender Entfernungsunterschied in radialer Richtung vorhanden war.

Weitere Versuche ergaben, daß Uebertragungsweiten von mehreren Kilometern insbesondere über Wasser nicht ausgeschlossen sind, sobald Induktorien mit sehr großem Uebersetzungsverhältnis und Mikrophone, die größere Stromstärken vertragen (Stentormikrophone) zur Verwendung kommen.

Verfasser erklärt selbst, daß mit diesem die Lösung einer drahtlosen Telephonie auf weite Entfernungen allerdings nicht gefunden ist und dies nur unter Benutzung von Aetherwellen unter Anwendung einer sprechenden, aber von jedem Nebengeräusche befreiten Funkenstrecke zu erreichen sein dürfte.

Diese Beobachtungen stimmen im allgemeinen mit den Beobachtungen von Tesla überein und dürften sich auch hier stehende Wellen im Erdkörper entwickeln, deren Vorhandensein durch das Telephon angezeigt wird. Allerdings muß hier eine Schwächung des Empfanges stattfinden, da für den in Rede stehenden Verwendungsfall sich eine Energieaufspeicherung in der Empfangseinrichtung schwer vorstellen läßt.

Ueber eine Anfrage gibt der Verfasser noch bekannt [1]), daß er für seine Versuche das sog. 1000 km-Mikrophon der Firma Mix & Genest benutzt hat. Diese Mikrophone funktionierten bei 25 Volt Spannung auch durch längere Zeit recht befriedigend, wenn man das Mikrophon nur während des Gegensprechens einschaltete und durch häufigeres Drehen der Kapsel die Körner durcheinander schüttelte.

Ganz vorzüglich sollen sich die „Stentor"-Mikrophone der gleichen Firma bewährt haben, an welchen bei den Versuchen Spannungen von 50—60 Volt unmittelbar an die Kontakte des Mikrophones angelegt

[1]) E. T. Z. 1905, S. 828.

wurden, ohne daß sie dauernd Schaden litten. Es geschah dies allerdings nur während des Gegensprechens unter häufiger Erschütterung der Kapsel.

Auf diese Versuche eingehend, teilt W. Knobloch[1]) mit, daß es nach seiner Erfahrung nicht ohne weiteres möglich ist, Mikrophone mit einer Spannung von „25 Volt" zu belasten, da diese Anordnung mehr einer kleinen Bogenlampe, denn einem Mikrophone gleichen würde, daß es ihm aber allerdings nicht auf die übliche Weise gelungen ist, einen Mikrophonstromkreis mit einer noch höheren Spannung zu belasten.

Es liegen zu diesem Zwecke, wie sonst üblich, ein Mikrophon entsprechender Bauart, die Primärwicklung einer Induktionsspule und eine Batterie in Reihe geschaltet. Dagegen ist parallel zu dem Mikrophone ein Widerstand gelegt, der an den Klemmen des Mikrophones nur eine solche Spannung aufkommen läßt, wie sie das Mikrophon maximal vertragen kann. Um diesen Nebenschluß auszunutzen, wird er auf die Induktionsspule als eine zweite primäre Wicklung so gelegt, daß die Stromrichtungen in beiden Primärwicklungen entgegengesetzt sind, sohin auch entgegengesetzt magnetisieren. Es ist hierbei von Vorteil, diese beiden Wicklungen nicht neben- oder übereinander zu legen, sondern den Eisenkern soweit zu verlängern, daß auf jedem Ende eine kleine Spule Platz findet. Beide Endspulen sind in Reihe geschaltet und werden erst nach Fertigstellung der Induktionsspule zu dem Mikrophone so abgestimmt, daß durch das Mikrophon nur der zulässige Strom fließen kann. Abgesehen davon, daß durch die Gegenmagnetisierung eine schädliche magnetische Sättigung des Eisenkernes bei zu hoher Stromstärke nicht eintreten kann, ist die Wirkung von beiden Primärspulen abhängig.

Wird der Widerstand des Mikrophones kleiner, so fließt ein stärkerer Strom durch die Hauptprimärwicklung, der Spannungsabfall an den Mikrophonenden wird dadurch kleiner und erhält somit der Nebenschluß oder die zweite primäre Wicklung eine kleinere Spannung und Stromstärke. Wird die durch die Hauptprimärspule hervorgerufene Magnetisierung größer, die Gegenmagnetisierung durch die Nebenprimärspule kleiner, so ist der Unterschied in der Veränderung der Kraftlinienzahl jenes Maß, welches auf die Induktionserregung Einfluß hat. Es wird also eine größere Veränderung der Kraftlinienzahl hervorgerufen, die wieder eine größere sekundäre Stromveränderung zur Folge hat.

---

[1]) E. T. Z. 1905, S. 828.

Die Wicklungen können nun für die jeweilig anzuwendende Spannung eingerichtet sein und dürften hierdurch ganz erhebliche Spannungen, event. gar Starkstromanschluß verwendet werden können.

Branlys Methode zur drahtlosen Uebertragung mechanischer Wirkungen[1]. Durch den von Branly geschaffenen Apparat lassen sich verschiedene mechanische Wirkungen in einer entfernten Station nach Willen und Bedarf hervorrufen, ohne daß eine Unterstützung durch eine daselbst stationierte Person nötig wäre. So lassen sich durch elektromagnetische Wellen Motoren zum Antrieb bringen, Lampen anzünden oder Explosionen hervorrufen. Die Wahl der Reihenfolge dieser verschiedenen Wirkungen in der entfernten Station wird durch einen drehenden Kommutator in der entfernten Station geregelt. Er trägt ebensoviele Scheiben als verschiedene Wirkungen erreicht werden sollen. Für diese Wirkungen ist jede Scheibe mit einem Sektor von größerem Halbmesser und einem Winkel von 90° versehen. Zur Zeit, wo dieser Sektor mit einer Bürste in Kontakt ist, ist der Apparat für die Wirkung von der Uebertragungsstation ausgesendeter Wellen empfänglich und vollzieht die gewünschte Arbeit. Der Bedienende der Uebertragungsstation ist von der Lage der einzelnen Scheiben durch eine dauernde Folge von Zeichen, die von der Empfangsstation ausgehen, unterrichtet. Durch die Einführung einer Umsteuerung können die Wirkungen nach Bedarf hervorgerufen oder aufgehoben werden. Der Kommutator kann auf gleiche Weise durch die elektromagnetischen Wellen zum Angehen oder zum Stillstand gebracht werden. Branly beschreibt auch gleichzeitig eine Methode, durch welche sich der die Uebertragungsstation Bedienende von dem zufriedenstellenden Arbeiten des Apparates der Empfangsstelle überzeugen kann. Auch erfand er gleichzeitig eine Methode, um die empfangende Station gegen zufällige Wellen zu schützen. Nähere Ausführungen sind nicht gebracht.

Ein einfacher Blitzaufzeichner[2]. Dieser von Alciatore beschriebene einfache, wirksame und wenig kostende Blitzaufzeichner (Fig. 159) besteht aus dem Wellenfänger W, welcher sich auf dem Dache des Gebäudes befindet, aus einer in die Zuleitung eingesetzten Schmelzsicherung S, zwei Abzweigklemmen k_1 k_2, dem Fritter F, der Erdverbindung E, einem Relais R, einem Registrierapparat M, einem Klopfer K und zwei Ortsbatterien b_1 b_2. Der Wellenfänger ist ein

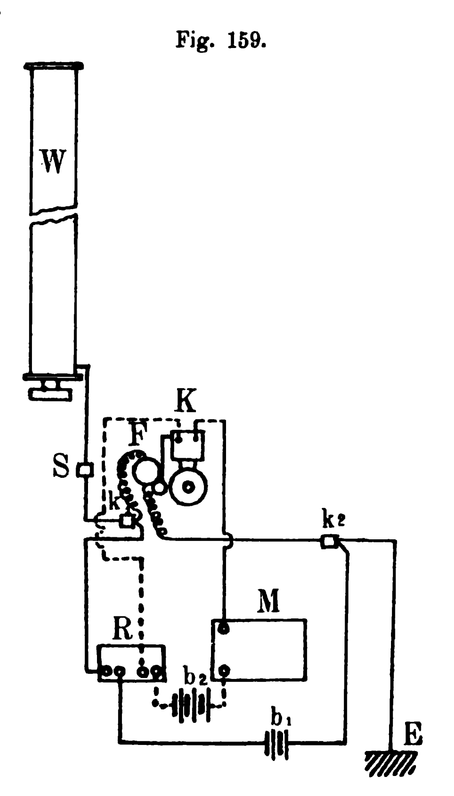
[1] Comptes rendus 1905, März und Juni.

[2] Monthly, Weather Review, November 1904. (Monatliche Berichte des Wetterbureau der Vereinigten Staaten von Nordamerika.)



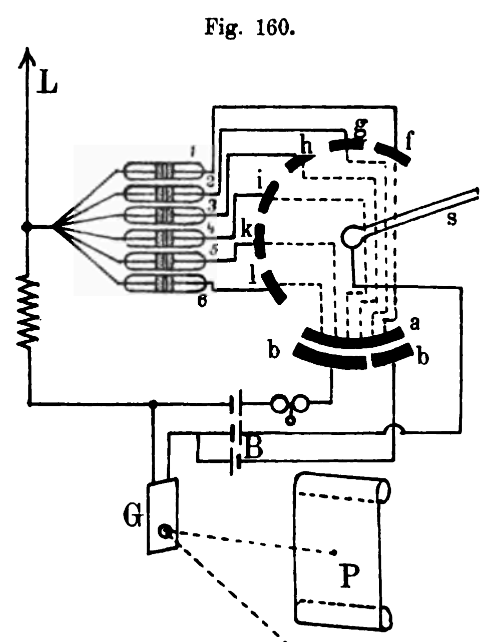
hohler Zylinder von etwa 3 bis 4 m Länge und 27 cm Durchmesser, der aus zwei Blättern käuflichen Zinkes hergestellt ist, die auf drei Holzscheiben je eine an einem Ende und eine in der Mitte festgenagelt sind. Die Enden der Zinkblätter sind gegenseitig verlötet. Die Fritter bestehen aus einem Stück einer dicken Glasröhre von etwa 6 mm Durchmesser und 5 cm Länge, in welche zwei Silberelektroden genau eingepaßt sind. An diese Elektroden ist je ein Stück Kupferdraht angelötet. Zwischen den ungefähr 1,5 mm voneinander abstehenden Elektroden sind einige wenige grobe Silberspäne eingebettet. Der Klopfer besteht aus einem gewöhnlichen Zimmerläutewerk, an dessen Hammer im rechten Winkel zur Achse ein 5 cm langes, starkes Drahtstück angelötet ist, an welches der Fritter mittels isolierenden Bandes befestigt wird. Sowie die Glocke läutet, werden die Späne erschüttert und entfrittet. Das Relais ist ein gewöhnliches Telegraphenrelais von etwa 150 Ohm Widerstand. Die Schmelzsicherung schmilzt bei 2 Ampere durch. Zum Aufzeichnen dient ein starkes Uhrwerk, welches einen hohlen Holzzylinder von 8 cm Durchmesser, der auf einer endlosen Schraube aufgesetzt ist, in drehende Bewegung versetzt. Ein kleiner Hufeisenmagnet, an dessen Armatur eine Schreibfeder aus einem hohlen Messingkonus von etwa 0,7 mm innerem Durchmesser aufgesetzt ist, legt im Falle der Erregung die Feder an einen von dem Zylinder fortgeführten Papierstreifen an, wodurch ein sichtbares Zeichen niedergelegt wird. Der Abstand der Feder vom Streifen beträgt etwa 1 mm. Der Zylinder macht alle Stunde eine Umdrehung und schiebt dementsprechend den in Stunden- und Fünfminutenzwischenräumen geteilten Streifen um eine Stundenbreite fort. Alle 24 Stunden wird ein neuer Streifen eingelegt. Die Kosten der gesamten Einrichtung betrugen ungefähr 120 Mark.

Fig. 159.



Die Gewitterregistriervorrichtung von Turpain[1]). Diese Gewittervorrichtung hat nicht bloß den Zweck, die Zahl der atmosphärischen Entladungen während eines Gewitters festzustellen, sondern auch die Intensität dieser Entladungen annähernd abzuschätzen. Zu diesem Zwecke sind sieben Fritter verschiedener Empfindlichkeit in Parallelschaltung mit einem Luftdrahte L verbunden. Von diesen sieben Frittern dient einer (hier nicht dargestellt) nur zum Schließen eines Lokalkreises, der einen durch ein Gewicht getriebenen, sich drehenden Umschalter zur Auslösung bringt. Die übrigen sechs Fritter (Fig. 160, 1 bis 6) stehen, sobald der Schaltehebel s die beiden Segmente a und b verbindet, mit der Erde in leitender Berührung. Sobald sich dieser Hebel infolge der erfolgten Auslösung von diesen beiden Segmenten abhebt und seine Drehung beginnt, sind die Fritter von der Erde abgeschaltet und werden durch die Berührung des Schaltehebels mit den Kontakten f bis l der Reihenfolge nach in einen Lokalstromkreis geschaltet, welcher außer der Ortsbatterie B noch ein äußerst empfindliches Spiegelgalvanometer G einschließt. Auf das Spiegelchen dieses Galvanometers fällt ein Lichtstrahl, der, von diesem zurückgeworfen, auf eine bewegliche lichtempfindliche Platte P fällt. Die Ablenkung des Galvanometers wird sonach durch diese Platte festgehalten und gestattet die Größe dieser Ablenkung im Vergleiche mit der Empfindlichkeit der Fritter annähernd einen Schluß auf die Stärke der Entladung, bezw. die Entfernung, in welcher diese stattgefunden hat. Die Fritter werden sodann durch einen Klopfer, der nach einem entsprechenden Zeitraume in Tätigkeit tritt, entfrittet. Zum Schlusse wird ein Strom umgekehrter Richtung durch das Galvanometer und die Fritter durchgeleitet, welcher von dem entfritteten Wellenanzeiger

Fig. 160.



[1]) Mitteilungen der französischen physikalischen Gesellschaft 1906.

nicht durchgelassen wird, um zu erkennen, ob die Entfrittung auch richtig vollzogen wurde. Mittels eines Rekorders von Richard kann auch der Augenblick der Entladungen in der richtigen Reihenfolge aufgezeichnet werden. Die Dauer der Umdrehung des Schalters ist eine sehr kurze und ist während dieser Umdrehung die Verbindung der Fritter mit dem Luftdrahte unterbrochen. Das Uhrwerk bringt sich nach einer Umdrehung des Schalters selbsttätig zur Ruhe und stellt sich so ein, daß es bei neuerlicher Anregung des Fritters wieder ausgelöst werden kann.

Anwendung des Fritters als Schutzvorrichtung in der Telephonie[1]). Ingenieur Hans Karl Steidle hat bereits früher Mitteilung über die Anwendung besonders dimensionierter Fritter zum Schutze des Gehöres vor den akustischen Einwirkungen atmosphärischer Entladungen gebracht. Die mit dieser Spannungssicherung durchgeführten praktischen Versuche hatten ein günstiges Ergebnis, und eigneten sich für kleine Umschaltestationen ganz gut. Die Form dieses Fritters ist aus Fig. 161 zu entnehmen. In dem Glasröhrchen stehen die 5 mm im Durchmesser aufweisenden polierten Stahlzylinder etwa 20 mm voneinander ab und ist der Zwischenraum durch etwa 200 kleine Stahlschräubchen, welche den losen Kontakt darstellen, ausgefüllt. Der Widerstand dieses Fritters beträgt im nichterregten Zustande etwa 10^5 Ohm und wird schon durch Kondensatorentladungen von etwa 20 Volt auf etwa 1—3 Ohm herabgedrückt, sinkt aber bei höheren Spannungen auf einige Zehntel Ohm. Wird ein solcher Fritter, wie dies Fig. 162 zeigt, parallel zum Empfangstelephone geschaltet, so werden die sonst so störend bemerklichen Kondensatorentladungen erträglich und sind bei Spannungen über 30 Volt kaum mehr bemerklich.

Fig. 161.

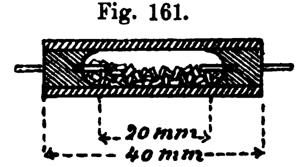


Fig. 162.

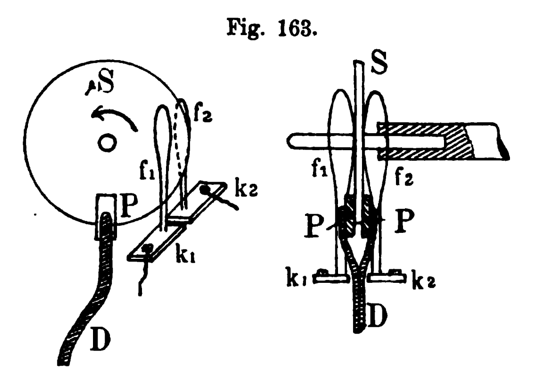
Die Entfrittung wird durch Erschütterung des Fritters von dem Beamten besorgt. Es hat sich jedoch bald gezeigt, daß die selbsttätige Rückstellung des Fritters in den Normalzustand wünschenswert ist. Die mechanische Rückstellung durch Einbeziehung in einen Klopferstromkreis ist jedoch für den vorliegenden

[1]) E. T. Z. 1904, S. 939; 1905, S. 679.

Zweck nicht brauchbar, weil erstens durch diesen Stromkreis ein schädlicher Nebenschluß für das Telephon geschaffen wird und zweitens die wesentliche Reduktion des Uebergangswiderstandes im Fritter nicht immer gewährleistet ist, wodurch die Verständigung stark beeinträchtigt werden kann. Wird der Fritter, wie dies von Steidel bereits früher vorgeschlagen wurde, in ununterbrochener Drehung erhalten, so können, da die Erschütterung eine sehr sanfte sein muß, um die Kontaktbrücke im Fritter an keiner Stelle völlig zu unterbrechen, beim Auftreten heftiger atmosphärischer Entladungen die einzelnen Partikelchen im Fritter immerhin so heftig zusammenbacken, daß durch die Drehung ein Entfritten nicht mehr eintritt und sich daher der ursprüngliche Zustand nicht wieder herstellt.

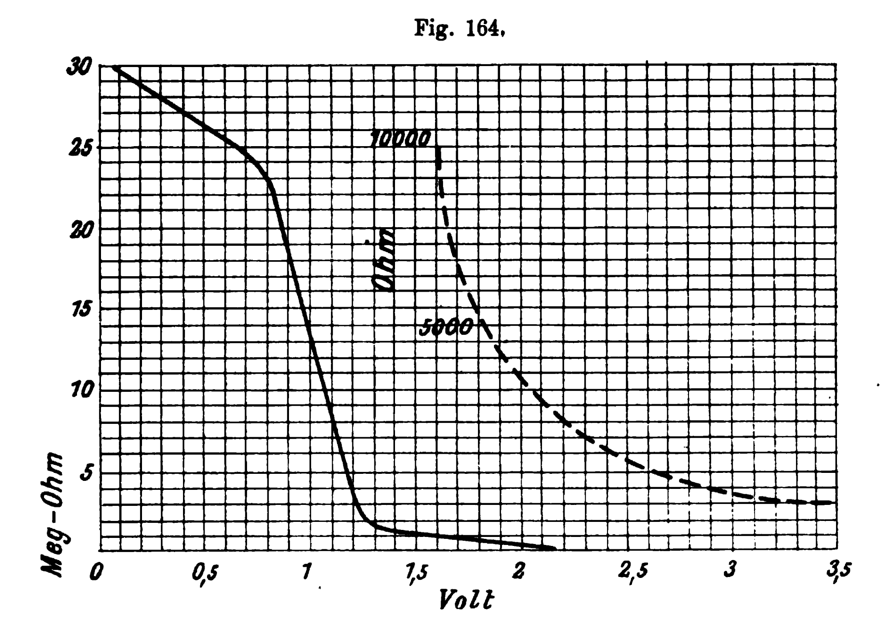
Diese Unsicherheit läßt sich durch Ersatz des in Vibration gehaltenen unvollkommenen Kontaktes durch einen unvollkommenen Schleifkontakt beseitigen. Einen solchen Kontakt zeigt Fig. 163. S ist eine auf die Achse eines kleinen Elektromotors isoliert aufgeschobene Metallscheibe, gegen welche zwei Neusilberfedern f_1 und f_2 mit mäßiger Spannung angedrückt werden. Diese Scheibe ist an der Stelle, an welcher die beiden Federn schleifen, auf Hochglanz poliert. Ein kleines Polster P, welches an dem unteren Teile der Scheibe schleift, steht mittels des Dochtes D mit einem Oelgefäße in Verbindung und sorgt für die dauernde Schmierung der sich drehenden Scheibe. Das gegen die Einwirkung atmosphärischer Entladungen zu schützende Telephon wird zwischen die Klemmen k_1 k_2 geschaltet. Nachdem die Scheibe in Drehung versetzt war, ergaben die Widerstandsmessungen bei den verschiedenen Spannungsunterschieden an den Klemmen k_1 k_2, die in den Diagrammen (Fig. 164) dargestellten Werte. Der Druck, mit welchem jede der Schleiffedern auf die Scheibe preßte, betrug hierbei annähernd 10 g. Die Umdrehungszahl der Scheibe wurde mit 1000 in der Minute bemessen, welche sich als die günstigste erwies. Die Scheibe wurde zur Erreichung der möglichsten Glättung vorher mehrere Stunden, unter Umständen sogar mehrere Tage, in ununterbrochener Bewegung erhalten. Sobald die

Fig. 163.



Scheibe zum Stillstand gebracht wird, sinkt der Uebergangswiderstand auf wenige Ohm, um mit Beginn der Umdrehung sofort wieder den ursprünglichen hohen Wert anzunehmen. Wird ein Telephon zwischen die Klemmen k_1 k_2 geschaltet und läßt man auf die an das Telephon angeschlossene Leitung Kondensatorentladungen einwirken, so verschwinden die sonst für das Ohr fast unerträglichen Schläge beinahe gänzlich. Die Entfrittung tritt nun durch die Drehung der Scheibe fast augenblicklich ein und lassen sich trotz der Kondensatorentladungen

Fig. 164.



telephonische Gespräche ohne merkliche Beeinträchtigung der Verständigung abhören.

Die auffallende Abhängigkeit des Uebergangswiderstandes vom Bewegungszustand der Scheibe zeigt eine neue Eigentümlichkeit unvollkommener Kontakte. Es hängt der Uebergangswiderstand nicht allein von der Druckdifferenz, sondern auch von dem zeitlichen Einflusse ab. Dies läßt sich auch an der ruhenden Scheibe nachweisen, wenn man die von einem Mikrophon abgenommenen und bei parallel geschalteter Spannungssicherung auf das Telephon übertragenen Metronomschläge abhört und deren Abnahme mit der Zahl der Schläge beobachtet. Hierbei ist es jedoch notwendig, die Spannung an den Klemmen der Schleiffedern durch Verwendung geeigneter Nebenschlüsse möglichst niedrig zu halten.

J. Erfahrungen im Betriebe.

Bäume als Wellenfänger[1]). In einem Briefe an die Schriftleitung der E.-W. gibt O. Squier mit Bezug auf die Aeußerungen von John M. Blake (siehe die F. d. T. III, S. 267) über die Verwendung von Wellenfängern folgende Erläuterungen:

Die Uebertragungsentfernung in der drahtlosen Telegraphie hängt nicht bloß von der in der Sendestation aufgewendeten Energiemenge und der Empfindlichkeit des Wellenanzeigers, sondern auch von der ausstrahlenden und absorbierenden Wirksamkeit der Luftleiter, als ein Ganzes genommen, ab.

Untersuchungen zeigen nun, daß sowohl die Luft und Erdoberfläche, welche die Basis des Sendegebildes umringt, zum mindesten einer Fläche mit dem Halbmesser von $^1/_4$ der entsendeten Wellenlänge entsprechen soll. Es wurde ferner erwiesen, daß Signale auch ohne wirklichen Kontakt mit dem Empfangsleiter von der Erde in der unmittelbaren Nachbarschaft des Fußes des Empfangsleiters und unter dessen Einfluß aufgenommen werden können.

Durch die Verwendung von Bäumen als Wellenfänger für die drahtlose Telegraphie sind diese, welche früher ein Hindernis bildeten, ein Werkzeug geworden.

Die Notwendigkeit einer guten Erdung für den Empfangsleiter als auch für den Sendeleiter ist bekannt und in dieser Beziehung findet sich wohl kaum eine innigere Verbindung zwischen der Erde und dem mit Luft gefüllten Raume ober der Erde als in der Vegetation, welche von den Bestandteilen beider lebt und wächst.

Das Wurzelsystem eines Baumes ist, wie bekannt, aus mit Säften gefüllten organischen Zellen zusammengesetzt. Diese Säfte enthalten Wasser, Stärke, Zellulose, verschiedene organische Säuren und mineralische Bestandteile. Die großen Wurzeln der Bäume sind mit unzählbaren mikroskopischen Haarwurzeln bedeckt, durch deren Oberfläche die Nahrung des Baumes aufgesaugt wird. Die Säftebewegung findet sonach vom Boden nach aufwärts und umgekehrt statt und hat sich nun gezeigt, daß die organischen Zellen die elektromagnetischen Wellen großer Frequenz gut absorbieren und weiterleiten.

Die begrenzte Höhe der Bäume als Wellenfänger läßt sich nun durch passende Einbeziehung einer Gruppe von Bäumen ausgleichen, so daß die absorbierte Energie der elektromagnetischen Wellen nach Bedarf vervielfacht werden kann.

[1]) E. W. Bd. 45, S. 439, 529, 546, 1120; E. T. Z. 1905, S. 639.

Im Interesse des Fortschreitens der Erkenntnis erscheint es wünschenswert, daß sich die Forschung auch diesem interessanten Zweige der drahtlosen Telegraphie zuwenden möge und zwar umsomehr, als die Kosten der Einrichtung in der Nähe von kräftigen Uebertragungsstationen, ebenso wie die aufzuwendenden Mühen sehr geringe sind und gegenwärtig kein Feld dem Forscher sowohl in praktischer als auch wissenschaftlicher Beziehung mehr Erfolg zu versprechen scheint, als das in Rede stehende.

Dr. Georg Seibt schreibt in Bezug auf die diesfalls bekannt gegebenen Versuche von John M. Blake (F. d. T. III, S. 267), daß diesen wohl kaum irgend ein technischer Wert beigemessen werden kann. Nach der Angabe von Blake wird ein Draht über die Baumkrone gelegt und sind die Drahtenden mit den Empfangsapparaten für drahtlose Telegraphie verbunden. Es sind daher die Bedingungen im Wesen von drahtlosen Einrichtungen mit einem künstlichen Maste nicht wesentlich verschieden und läßt sich daher mit Bestimmtheit erwarten, daß, wenn die Gesamteinrichtung entsprechend ausgerüstet ist, Signale von Stationen innerhalb deren Wirkungsbereiches erhalten werden können. Die Versuche von Blake enthalten demnach kaum etwas von Wichtigkeit für einen Sachkundigen, denn in diesem Falle sind die Bäume nichts anderes, denn ein Ersatz für die künstlichen Maste. Dessenungeachtet erscheint es für gewisse Fälle angezeigt, Bäume in dieser Weise nutzbar zu machen.

Die Beobachtungen von Major G. O. Squier, welcher zuerst Bäume erfolgreich als Empfangsgebilde verwendete, sind vom wissenschaftlichen Standpunkte von großem Interesse. War auch die Fähigkeit der Bäume, Energie zu absorbieren, schon lange bekannt, so setzt es doch in Erstaunen, daß sie so groß ist, um einen Wellenanzeiger zum Ansprechen zu bringen. Er ist jedoch in Bezug auf den technischen Wert dieser Beobachtung der Ansicht, daß Bäume für drahtlose Telegraphie auf weite Entfernungen kaum je ein künstliches Luftgebilde zu ersetzen vermögen. Hingegen haben die Beobachtungen des Majors O. Squier unleugbares wissenschaftliches Interesse.

Für die Brauchbarkeit der Bäume als Wellenfänger für kürzere Entfernungen bis zu 160 km sprechen jedoch folgende Erfahrungen, Versuche und Berichte. So konnten durch Verbindung einer Empfangseinrichtung mit einem Eukalyptusbaum in Fort Mason Nachrichten von dem Mare Island, Navy Yard sowie in einem anderen Falle von dem Hospitalschiffe Solace, welches sich dem Hafen von San Franzisko näherte, rein aufgenommen werden. Es gelangte hier-

bei als Wellenanzeiger der de Forestsche Responder zur Anwendung.

Die Fortsetzung der Versuche von O. Squier waren ebenfalls vom besten Erfolge begleitet, indem Nachrichten von San Franzisko in den 48 km entfernten Beniciabaracken mit den einfachsten Apparaten, welche ein Soldat leicht tragen kann, sehr deutlich anlangten, trotzdem daß die als Wellenfänger verfügbaren Bäume nur sehr klein sind. Die Leichtigkeit, mit welcher eine solche Station errichtet werden kann, ergibt sich aus folgendem Auszuge eines Berichtes von Kapitän Saltzmann des Signalkorps in Benicia: „Sobald die Sendung hinreichend stark war, befahl ich plötzlich, die Station an einen Baum in etwa 300 m Entfernung anzulegen. In drei Minuten war die Station fertiggestellt und las ich die Signale klar ab. Es wurde bloß ein Baum benutzt, der durch einen Baum unmittelbar in der Front und durch eine etwa 300 m abseits gelegene Gruppe von Bäumen geschirmt war".

Die Versuche von Major Squier scheinen anzuzeigen, daß die Verbreitung kurz zusammengefaßter Nachrichten, Kursangaben, Schiffs-, Renn- und sonstigen Sportneuigkeiten u. s. f. nunmehr von einer Zentralstation an eine beliebige Anzahl von anderen Stationen innerhalb eines Umkreises von ungefäkr 150 km mit Leichtigkeit übertragen werden kann. Es würde dies einen zeitweisen oder dauernden Dienst nach nahe einer größeren Stadt gelegenen Landhäusern ermöglichen, da eine der Hauptauslagen, nämlich die Errichtung eines Mastes, beseitigt ist.

K. E. F. Schmidt berichtet ferner über die Ergebnisse von bereits vor zwölf Jahren durchgeführten Versuchen und Beobachtungen, die über die Wirkung von Bäumen als Wellenfänger einiges Licht zu verbreiten geeignet sind.

Die Blitzspur an getroffenen Eichen ist außer durch den Sprengstreifen, wo die Rinde von dem Holzkörper gelöst und fortgeschleudert ist, besonders durch eine oder mehrere Rillen gekennzeichnet, welche von den getroffenen Aesten zunächst nach unten verlaufen. Diese Rillen folgen der Windung des Stammes, wenn dieser, was sehr häufig vorkommt, tordiert ist. Diese Beobachtung legte nun Schmidt die Vermutung nahe, daß bestimmte geometrisch eng begrenzte Teile des Jungholzes die Nährstoffe von den Wurzeln zu den ihnen zugehörigen Teilen der Krone leiten.

Mikroskopisch lassen sich Unterschiede in den benachbarten Zellen gleichartiger Teile eines Querschnittes nicht nachweisen, dagegen ist es Professor Kraus gelungen, an frisch antreibenden Ahornbäumen

von 5—6 m Höhe eine Bestätigung der vorgehend ausgesprochenen Ansicht zu finden.

Zu diesem Zweck wurde der Wurzelstock teilweise bloßgelegt und eine oder mehrere Wurzeln in ein Gefäß mit indigschwefelsaurer Natronlösung eingetaucht. Nach ein bis zwei Tagen würde die Rinde entfernt und es zeigte sich eine der Zahl der eingetauchten Wurzeln entsprechende Zahl von blauen Streifen am Stamme, die jeder für sich getrennt in einer Breite von 1—2 cm aus der Wurzel zu einem bestimmten Aste aufstiegen. An der Buche und Erle wurden von Schmidt die gleichen Beobachtungen gemacht.

Aus diesen Versuchen und den Beobachtungen über die Blitzspuren läßt sich nun folgender Schluß ziehen: Bestimmten Astteilen entsprechen bei vielen Baumarten bestimmte Wurzeln, aus denen sie ihre Nahrung auf linearem Wege zugeführt erhalten. Diese Leitungen setzen dem elektrischen Strome einen kleineren Widerstand entgegen als benachbarte Teile des Stammes.

Bei der Benutzung eines Baumes als Wellenfänger für die drahtlose Telegraphie müßte man dementsprechend darauf achten, den Metallstift, an welchen der Hörempfänger angeschlossen werden soll, möglichst in solche Stellen des Baumes einzutreiben, welche auf dem oben bezeichneten Leitwege zwischen einer kräftigen Wurzel und dem zugehörigen Aste der Krone liegen, um die günstigste Wirkung zu erzielen. Da sich diese Teile des Baumes sehr häufig durch wulstartige Verstärkungen kennzeichnen, welche von einer Wurzel längs des Baumes emporsteigen, sind sie auch nicht allzuschwer aufzufinden. Uebrigens dürften Beobachtungen des Widerstandes verschiedener Teile am Stamme eines Baumes (Telephonmethode) eine weitere Klärung der Frage bringen, wobei jedoch darauf zu achten wäre, die Messungen zu verschiedenen Zeiten im Jahre zu wiederholen, da der Saftumlauf je nach der Jahreszeit sehr veränderlich ist.

Funkentelegraphie in Südwestafrika[1]). Die ursprünglich von den deutschen Truppen in Südwestafrika zu Beginn des Hereroaufstandes verwendeten Heliographen erwiesen sich zwar zur Abwicklung des Nachrichtendienstes bei klarem Wetter als ganz entsprechend, doch war Bedingung für ein gutes Wirken, daß die Stationen den ungefähren Standort der Gegenstationen kannten, was deren Beweglichkeit sehr beeinträchtigte. Aus diesem Grunde wurden später von der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie gelieferte bewegliche

[1]) Militärwochenblatt 1905, S. 2115.

funkentelegraphische Stationen für diesen Dienst herangezogen. Die Aufstellung besorgte das Luftschifferbataillon. Zunächst gelangten drei Stationen und zwar zwei Wagen- und eine Karrenstation zur Verwendung, die an Bedienungsmannschaft 4 Offiziere, 4 Unteroffiziere und 27 Mann erforderten. Die Luftdrähte wurden mittels Gasballons hochgezogen und hochgehalten. Bei dem Vorgehen gegen die Hereros am Waterberg gelangten diese Stationen das erste Mal zur Verwendung. Jede der drei verwendeten Truppenabteilungen erhielt eine Station zugewiesen. Es gelang nun trotzdem, obwohl die Aufstellung sehr rasch erfolgen mußte und die Mannschaft teilweise zu wenig geübt war, die gegenseitige Verbindung dauernd aufrecht zu erhalten, was sich insbesondere für den Schlußangriff von besonderem Werte erwies, da jede andere Art des Verkehres zwischen den im Busche kämpfenden Truppen unmöglich gewesen wäre. Die Aufnahme erfolgte anfänglich bis zu Entfernungen von 100 km mittels Schreibtelegraphen, auf weitere Entfernungen hin jedoch mittels Fernhörer. Es wurde im Ganzen nur bis etwa 150 km gesprochen. Späterhin beschränkte man sich auf die alleinige Aufnahme mittels Fernhörers. Die 200 m langen Luftdrähte konnten nicht immer ganz hochgebracht werden, weil der Ballonauftrieb bei der bedeutenden Höhe des Landes über dem Meeresspiegel zu gering war, und wurde hierdurch die Reichweite der Stationen herabgedrückt. Die herrschende Trockenheit und das häufige Auftreten luftelektrischer Vorgänge, sowie der Eintritt von Stürmen und Wirbelwinden, die öfter ein Losreißen oder Abstürzen der Ballons mit sich brachten, wirkten auf den Betrieb ungünstig und teilweise hindernd ein. Auch litten die verwendeten Trockenelemente unter den starken Schwankungen der Luftwärme. Die Ballons bildeten ferner Zielpunkte für die feindlichen Geschosse und litten darunter mehrfach Schaden. Die Kenntlichmachung der Standorte der deutschen Truppen durch die Ballons erwies sich von geringem Nachteil, da die Hereros durch Kundschafter ohnehin vorzüglich unterrichtet waren, dagegen leisteten sie den eigenen Truppen als Marschrichtungspunkte gute Dienste. Die Beförderung der Einrichtungen durch den Busch bereitete bedeutende Schwierigkeiten.

Später gelangten noch drei weitere Stationen in den Dienst, doch litt der Dienst anfänglich sehr unter der Ungeübtheit der bedienenden Mannschaft.

Die Wagen zeigten sich in Bezug auf die Fahrbarkeit den älteren Karren überlegen, da letztere wegen ihrer kleinen Spurweite und verhältnismäßig hohen Bauart leicht umkippten, und auf diese keine Mann-

schaften aufsitzen konnten. Der Transport der Karren durch Wasser war unmöglich, wogegen die Wagen anstandslos das Wasser durchfuhren. Hingegen bewährten sich die Karren bei einem Marsche durch hohe Dünen gut, während hier die Wagen versagten.

Im Laufe des Sommers 1905 wurde eine dauernde Verbindung zwischen Aminuis und Keetmanshoop auf eine Entfernung von 450 km mit Hilfe von vier Stationen und eine ebenfalls dauernde Verbindung zwischen Hasur und Keetmanshoop auf 180 km hergestellt.

Nach diesen Erfahrungen stellt sich die Funkentelegraphie als ein durchaus kriegsbrauchbares und leistungsfähiges Mittel für den Nachrichtenaustausch dar, das selbst unter den ungünstigen Verhältnissen, unter welchen es in Gebrauch genommen wurde, die wertvollsten Dienste leistete.

K. Schlußbemerkung.

Ueberblickt man die Fülle des auf dem Gebiete der drahtlosen Telegraphie in jüngster Zeit Geschaffenen, so ergibt sich, daß grundsätzlich Neues nur wenig zu verzeichnen ist. Es kann dies wohl nicht wunder nehmen, da ja die allgemeinen Grundlagen für die weitere Ausgestaltung durch Theorie und Praxis bereits gegeben sind und nunmehr nur schrittweise auf Grund der durch den immer weiter sich ausdehnenden Betrieb gewonnenen Erfahrungen die Verbesserung der Einzelteile in Angriff genommen wird. Die auf diese Weise neu auftauchenden Systeme lehnen sich an das alte und erprobte durchaus an und suchen nur in besonderer Ausbildung einzelner Teile der Gesamteinrichtung ein verläßlicheres Wirken zu ermöglichen und manche noch bestehenden Unsicherheiten und Unbequemlichkeiten auszuschalten.

Von grundsätzlicher Wichtigkeit sind nur die Ergebnisse der Bemühungen von Artom und Braun, die Wellen in eine bestimmte Richtung zu lenken und führen nach den vorliegenden Angaben beide der vorgezeichneten Wege zum erwünschten Ziele. Während bei der von Artom angegebenen Methode bereits Ergebnisse des praktischen Betriebes vorliegen, die die Richtigkeit der Voraussetzungen im großen und ganzen bestätigen, ist Braun über die grundsätzlichen Vorversuche noch nicht hinausgekommen und müssen, obwohl kein Zweifel über die Durchführungsmöglichkeit besteht, erst die dem praktischen Dienste Rechnung tragenden Einrichtungen geschaffen werden, was, da ja diese Angelegenheit in die bewährten Hände der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie gelegt werden dürfte, in kürzester Frist zu erwarten ist.

Hierdurch wäre eine der wichtigsten noch ausstehenden Fragen der drahtlosen Telegraphie ihrer Lösung zugeführt. Der zweiten Frage, d. i. der ununterbrochenen Entsendung ungedämpfter Wellenzüge wird immer näher gerückt und scheint man mit dem Lichtbogenunterbrecher von Ruhmer der Lösung schon sehr nahe gekommen zu sein. Bisher bildet die Funkenstrecke und als solche ist auch der Lichtbogenunterbrecher zu betrachten, die einzige Quelle zur Erzeugung oszillatorischer Ströme. Die Funkenstrecke hat aber eine Reihe von Nachteilen, zu welchen nicht nur die Unverläßlichkeit der Wirkung, sondern auch der durch die Dämpfung in der Funkenstrecke bedingte Energieverlust zu rechnen sind, und wäre daher deren Ersatz bezw. die Schaffung einer anderen Methode zur Erzeugung der Schwingungsenergie anzustreben. Anläufe sind hierzu schon vorhanden und will Fessenden bereits einen Generator hergestellt haben, der durch die außerordentlich große Zahl seiner Wechsel unmittelbar Schwingungsströme liefert. Er glaubt dadurch auch die Möglichkeit einer drahtlosen Telephonie auf weite Entfernungen erreichen zu können, während dermalen diese Art der Nachrichtenübertragung und zwar nur infolge der Notwendigkeit, sich der Funkenstrecke bedienen zu müssen, noch in den ersten Anfangsstadien liegt und Fortschritte auf diesem Gebiete seit dem letzten Berichte nicht zu verzeichnen sind.

Erwähnenswert wäre noch die neue Methode von Tesla zur Energieübertragung auf weite Entfernungen durch die Erde. Bewahrheiten sich dessen Voraussetzungen und Schlüsse, die er auf Grund jahrelanger Beobachtungen zieht, so findet sich ein ausgedehntes Gebiet für die Anwendung der drahtlosen Telegraphie bei gänzlich geänderten Grundlagen.

Die Verwertung der drahtlosen Telegraphie steigert sich infolge der Erkenntnis von deren hohem Wert für die Zwecke der Schiffahrt und der Küstenverteidigung in sehr erfreulichem Umfange und dürfte die Zeit, wo alle wichtigen Küstenpunkte und alle dem Ueberseeverkehr dienenden Schiffe von nur einigermaßen größeren Dimensionen mit drahtlosen Einrichtungen ausgerüstet sind, nicht mehr in allzugroßer Ferne liegen. Von den vielen bekannt gewordenen Fällen, in welchen die Uebermittlung drahtloser Nachrichten vor Gefahren warnte bezw. Rettung brachte, seien hier nur kurz deren zwei hervorgehoben.

So wurde der Dampfer Kaiser Wilhelm II. bei einer seiner Reisen durch den Dampfer Teutonia drahtlos benachrichtigt, daß ungefähr 90 km entfernt neun Eisberge in direktem Kurse des Kaiser schwimmen und daß nach Mitteilung der Coronia von der

Cunard-Linie noch weitere vierzig Eisberge sich in der gleichen Richtung bewegen. Durch diese Warnung vorbereitet, verzögerte der Kaiser seine Geschwindigkeit und war schon am nächsten Tage in der Lage, die Richtigkeit der Nachricht zu ersehen und sich zu sichern. Der zweite Fall bezieht sich auf die Rettung der Bemannung des Nautucket-South-Shoal-Leuchtschiffes No. 58, welches am 10. Dezember 1905 durch einen heftigen Sturm leck wurde und zu versinken drohte. Durch drahtlose Mitteilung wurde die drahtlose Station in Newport von dem Ereignisse verständigt und es gelang, durch von Boston aus entsendete Hilfe Rettung zu bringen. Unmittelbar nach erfolgter Rettung der Besatzung versank das Leuchtschiff in den Fluten.

Diese zwei Fälle sprechen für den praktischen Wert und den Nutzen der drahtlosen Telegraphie im Schiffahrtsdienste viel deutlicher, als die Aufzählung aller möglichen Vorteile. Daß diese Art des Nachrichtenverkehrs auch über Land vielen Nutzen zu bringen vermag und sich namentlich für militärische Zwecke als unentbehrliches Hilfsmittel erweisen wird, bedarf wohl kaum einer weiteren Begründung. Die bereits angeführte Verwendung der drahtlosen Telegraphie anläßlich des Hereroaufstandes in Deutsch-Südwestafrika bezeugt wohl deren Wert für gedachte Zwecke am deutlichsten, umsomehr als sie sich trotz der im allgemeinen äußerst ungünstigen Verhältnisse bestens bewährte.

Wenn nun auch eine Verdrängung der Telegraphie über Drähte dadurch in keiner Weise in Aussicht steht, indem die Wellentelegraphie dieses bestbewährte Verständigungsmittel in Bezug auf Leistungsfähigkeit und Sicherheit der Uebertragung dermalen wenigstens noch nicht erreicht, so wird sie sich doch auch hier überall dort, wo das Verlegen von Leitungen Schwierigkeiten bereitet, Bahn zu brechen wissen. Als Reserve und Ergänzung der bestehenden Anlagen dürfte sie heute schon eine große Bedeutung besitzen, da sie gerade in jenen Fällen, wo die Leitungen durch Elementarereignisse leicht der Störung unterliegen und hierdurch den Verkehr lahm legen, sich unbeeinflußt erweist und daher die Verbindung mit der Außenwelt, wenn auch in beschränktem Maße, aufrecht erhalten werden kann.

Wäre beispielsweise San Franzisko zur Zeit der Erdbebenkatastrophe mit drahtlosen Einrichtungen für Ueberlandverbindungen ausgerüstet gewesen, so hätten die Nachrichten und damit auch die Hilfsaktionen sicher nicht jene Verzögerung erlitten, welche von den Tagesblättern gemeldet wurde.

Die Anwendung der Wellentelegraphie kann jedoch nur in diesem Sinne für den Ueberlandverkehr empfohlen werden, denn für den regelrechten Dienst ist die Wellentelegraphie trotz der geringeren Anlagekosten im Betriebe noch zu teuer, weil die Bedienungs- und Erhaltungsauslagen bedeutend größer sind, die Leistungsfähigkeit dagegen wesentlich geringer ist. Wie Preece ausgeführt, kann ein Telegraphensystem, welches nur einen billionsten Teil der erzeugten Energie nutzbar macht, nicht ökonomisch arbeiten, trotzdem es für gewisse Zwecke, namentlich militärische, bei welchen die Kosten keine Rolle spielen dürfen, von unschätzbarem Werte ist.

Im weiteren Verlaufe der Entwicklung wird und muß es jedoch gelingen, teilweise durch die Lenkung der Wellen in eine bestimmte Richtung, teilweise durch die Entsendung ununterbrochener ungedämpfter Wellenzüge und damit verbundener Erzielung einer vollkommenen Resonanz und schließlich durch Verwendung noch empfindlicherer Wellenanzeiger, als der heute bekannten, nicht nur den für eine bestimmte Reichweite aufzuwendenden Energiebetrag wesentlich herabzudrücken, sondern auch die Telegraphiergeschwindigkeit bedeutend zu erhöhen.

Ist dies gelungen, so bietet auch die Ueberwindung größerer Entfernungen keine Schwierigkeiten mehr und kann dann auch die Telegraphie über den Ozean, welche die Marconigesellschaft schon so oft angekündigt, aber niemals mit Erfolg zur Durchführung gebracht hat, zur Tatsache werden. Die Telephonie ohne Draht wird dann auch keine Schwierigkeiten mehr bieten und eröffnet sich sonach der Wellentelegraphie und Wellentelephonie ein weites Anwendungsgebiet, das jedoch der Zukunft vorbehalten ist.

Vorläufig wird es jedoch gut sein, die Anwendung der Wellentelegraphie auf deren ureigenes Gebiet, nämlich den Verkehr zur See und für militärische Zwecke zu beschränken und alle anderen Anwendungen tunlichst auszuscheiden.

Energie der Wirbelströme in elektrischen Bremsen und Dynamomaschinen.

Von

Dr.-Ing. **Reinhold Rüdenberg,** Göttingen.

Mit 21 Abbildungen.

Vorwort.

Die vorliegende Abhandlung beschäftigt sich mit zwei Fällen von Wirbelstromerscheinungen, deren genaue Kenntnis für die ausführende Technik von Wert ist: mit der Theorie der Wirbelstrombremsen und mit der Theorie der Wirbelstromverluste in Dynamoankern, die auch als Spezialfall der ersteren aufgefaßt werden kann. In beiden Fällen dreht sich ein räumlich ausgedehnter Leiter mit konstanter Winkelgeschwindigkeit in einem magnetischen Felde und bewirkt durch seine Bewegung einen Verlust mechanischer Energie. Das Ziel dieser Arbeit soll weniger sein, eine exakte mathematische Lösung der Probleme zu liefern unter Beachtung sämtlicher Feinheiten von ausgeführten Maschinen — das würde wohl zu den schwierigsten Aufgaben der heutigen Mathematik gehören — als vielmehr, unter Vernachlässigung alles Nebensächlichen für die gebräuchlichen Typen von Wirbelstrombremsen Formeln zur Berechnung herzuleiten, wie sie der praktische Ingenieur braucht. Trotz einiger vereinfachenden Annahmen darf die Theorie nichts an Wissenschaftlichkeit einbüßen, wenn sie einen klaren Einblick in das Wesen und die Eigenheiten der Wirbelstrombremsen gestatten soll.

Einleitung.

Wird ein metallischer Leiter der Einwirkung eines zeitlich veränderlichen magnetischen Feldes unterworfen, so entstehen in ihm elektromotorische Kräfte, die sich im allgemeinen durch Erzeugung elektrischer Strömungen auszugleichen suchen. Wirkt die elektrische

Feldstärke stets in der Längsrichtung eines linearen Leiters, so ist die Stärke des entstehenden Stromes nur abhängig von der Variation des gesamten vom Leiter umschlossenen magnetischen Feldes und vom Widerstande der Leitung, seine Richtung ist eindeutig in jedem Punkte durch die Lage der Leitung gegeben. Zur vollständigen Lösung des Problems gelangt man in diesem Falle durch Anwendung des Faradayschen und Ohmschen Integralgesetzes. Hat im allgemeinen Falle der induzierte Leiter räumliche Ausdehnung, so ist zwar in jedem Punkte desselben die vom gegebenen Magnetfelde induzierte elektrische Feldstärke eindeutig bestimmt, nicht aber die gesamte elektrische Feldstärke und die Strömung. Beide sind noch abhängig von der Gestaltung des induzierten Körpers sowie von seiner inneren Beschaffenheit in elektrischer und magnetischer Hinsicht. Die exakte Lösung erfordert also die Integration der elektromagnetischen Elementargesetze, wie sie von Maxwell formuliert sind, unter spezieller Berücksichtigung der Grenzbedingungen, die der einzelne Fall liefert. Derartige geschlossene Strömungen in nicht linearen Leitern bezeichnet man als elektrische Wirbelströmungen. Sie bedingen stets eine Umwandlung elektrischer in thermische Energie und treten daher bald als gewollte Erscheinung, bald als verlustbringende Nebenerscheinung auf. Wir werden uns im folgenden mit beiden Fällen beschäftigen und die Anordnungen zu untersuchen haben, die im ersten Falle ein Maximum, im zweiten ein Minimum des Energieumsatzes bewirken.

In der Technik sieht man es auf möglichst vollständige Energievergeudung ab bei den Bremsen, die überschüssige mechanische Arbeit in Wärme verwandeln. Die Wirbelstrombremsen verrichten dies unter Zwischenschaltung der elektrischen Energieform, die aus der mechanischen durch Induktion leicht zu erzeugen ist. Es existieren zwei Arten von Wirbelstrombremsen: die scheibenförmigen, bei denen eine relativ dünne Metallplatte zwischen den Polen von Magneten hindurchgeführt wird, die Wirbelströme also flächenhaft verlaufen, und die massiven, bei denen ein Teil des magnetisierten Materials gegen den anderen bewegt wird; hier haben die Wirbelströmungen im bewegten magnetischen Material ihren Sitz und verlaufen in räumlichen Kurven. Die theoretische Behandlung dieser beiden Arten von Bremsen unterscheidet sich in gewisser Hinsicht, da die physikalischen Bedingungen in beiden Fällen verschieden sind.

Schädigend treten die Wirbelströme vor allen Dingen dort auf, wo man durch pulsierende starke magnetische Felder in benachbarten

Leitungen elektrische Energie erzeugen will. Da man gezwungen ist, die Magnetfelder vorwiegend im Eisen verlaufen zu lassen, so treten in diesem selbst ebenfalls elektromotorische Kräfte und damit auch Wirbelströme auf. Den Energieverlust drückt man durch passende Unterteilung des Eisens auf ein zulässiges Maß herab. Dieser Fall liegt vor in Transformatoren und Dynamomaschinen. Für erstere ist die Integration der elektromagnetischen Elementargleichungen in Bezug auf die Wirbelströme von J. J. Thomson ausgeführt [1]). Für die Anker von Dynamos ist es zunächst erforderlich, das in ihnen auftretende Magnetfeld zu kennen, um daraus den Verlauf der Wirbelströme berechnen zu können. Da man hier dafür sorgt, daß die Wirbelströme sich nur möglichst schwach ausbilden, so ist es zulässig, die Rückwirkung derselben auf das ursprüngliche Magnetfeld zu vernachlässigen [2]). Dadurch wird eine große Vereinfachung der Rechnung herbeigeführt. Das ist jedoch nur in diesem speziellen Falle erlaubt; bei den Wirbelstrombremsen, wo die Ströme sich möglichst stark ausbilden sollen, würde man ohne Berücksichtigung der Rückwirkung zu ganz unrichtigen Resultaten gelangen.

In der physikalischen und elektrotechnischen Literatur finden sich eine Reihe von Arbeiten, die das Thema der Wirbelströme in bewegten Leitern behandeln, in ersterer vorwiegend theoretische, in letzterer experimentelle. Die meisten älteren theoretischen Abhandlungen [3]) vernachlässigen die Rückwirkung, oder was auf dasselbe herauskommt, die Selbstinduktion der Wirbelströme und können daher nur ein unvollständiges Bild der experimentell beobachteten Erscheinungen geben. Die erste Lösung eines Falles mit Berücksichtigung der Selbstinduktion rührt von Maxwell her [4]), derselbe weist auch schon auf eine merkwürdige Erscheinung hin, die später gefunden wurde, daß nämlich eine von Magneten induzierte „Stromschale" bei einer ganz bestimmten Geschwindigkeit ein Maximum der Kraftäußerung besitze. Die bedeutendste theoretische Arbeit ist zweifellos die

---

[1]) J. J. Thomson, The Electrician, London 1892, XXVIII, S. 599.

[2]) Vergl. J. v. Studniarski, Ueber die Verteilung der magnetischen Kraftlinien im Anker einer Gleichstrommaschine. Dissertation, Hannover 1905, S. 35; auch erschienen in den „Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens", Heft 32.

[3]) Eine Zusammenstellung findet sich bei R. Gans, Zeitschr. f. Math. u. Physik 1902, Bd. 48, S. 1.

[4]) J. Cl. Maxwell, Ueber Faradays Kraftlinien, Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften Bd. 69, S. 62; Proc. of Royal Soc. XX, 1872, S. 160; Lehrbuch der Elektr. u. des Magn. Bd. 2, S. 357.

Dissertation von Heinrich Hertz „Ueber die Induktion in rotierenden Kugeln“ [1]), die eine Fülle von interessantem und wertvollem Material enthält. Da rotierende Kreisscheiben und Hohlzylinder — die praktischen Formen der Wirbelstrombremsen — nur Spezialfälle der von Hertz behandelten Hohlkugel sind, so würden sich hierfür exakte Formeln aus der Hertzschen Theorie ergeben, wenn sich diese nicht darauf beschränkt hätte, außerhalb der Kugel Material mit homogener Permeabilität vorauszusetzen, nämlich Luft. Durch die stets vorhandenen eisernen Magnetpole wird nun aber das Selbstinduktionsfeld der Wirbelströme vollkommen verändert, so daß die im folgenden gegebene Theorie nur für den Spezialfall sehr kleiner Selbstinduktion mit der von Hertz entwickelten übereinstimmen kann. Qualitativ gelangt sie zum Teil zu ganz ähnlichen Ergebnissen, wie sie sich dort finden. Eine Erweiterung der Hertzschen Arbeit hat in neuerer Zeit R. Gans geliefert [2]), indem er die Betrachtung auf rotierende Ellipsoide erweitert; leider verliert dieselbe für die Praxis an Wert, weil die Rückwirkung vernachlässigt ist [3]).

Von den vielen experimentellen Arbeiten über Wirbelströme kommen für die vorliegende Schrift nur wenige in Betracht. Ausführliche Versuchsergebnisse über massive Wirbelstrombremsen sind mir in der Literatur nicht aufgefallen, ich fand nur einige kurze Bemerkungen [4]), die im Einklang mit der Theorie stehen. Hinsichtlich scheibenförmiger Bremsen erwähnt Feußner [5]), daß bei einer kleinen Ausführung die Bremskraft mit der Geschwindigkeit wächst, bei einer größeren dagegen abnimmt. Das steht in voller Uebereinstimmung mit der hier niedergelegten Theorie. Auch die ausführlichen Untersuchungen von Beckmann [6]) sowie von Brion [7]) und Morris und Lister [8])

---

[1]) H. Hertz, Gesammelte Werke Bd. 1, S. 37.

[2]) R. Gans, Ueber Induktionen in rotierenden Leitern; l. c.

[3]) Die Motivierung hierfür, daß die Geschwindigkeit der Körperelemente klein gegen die Lichtgeschwindigkeit sei, ist nicht maßgebend. Dagegen ist die Bemerkung, daß die Masse des Bremskörpers durch das elektromagnetische Feld scheinbar stark vergrößert wird, sehr beachtenswert und wichtig für Schwingungsversuche.

[4]) G. Dettmar, E.T.Z. 1900, S. 944 und E. Rosenberg, Zeitschr. f. Elektrotechnik 1902, S. 355.

[5]) K. Feußner, E.T.Z. 1901, S. 611.

[6]) E. Beckmann, Untersuchungen über Wirbelstrombremsen. Dissertation, Hannover 1903.

[7]) G. Brion, E.T.Z. 1905, S. 83.

[8]) D. K. Morris and Ph. D. and G. A. Lister, Journal of the Institution of Electrical Engineers 1904/05, S. 445.

bestätigen dieselbe qualitativ und quantitativ. In Bezug auf die hier erweiterte Theorie der Verteilung der Induktion in Dynamoankern und deren Bestätigung durch die Erfahrung möchte ich auf eine frühere Arbeit [1]) verweisen, die dieses Thema behandelt.

Nach der Vollendung der vorliegenden Arbeit erschien eine Abhandlung von J. Kunz [2]) über die Induktion in rotierenden Kugeln, die jedoch keinerlei Resultate bringt, die in der oben erwähnten Hertzschen Arbeit nicht schon enthalten wären.

Aufstellung der allgemeinen Gleichungen.

Zur Aufstellung der Grundgleichungen der Wirbelstromerscheinungen bedient man sich zweckmäßigerweise der Vektorenrechnung, da die meisten in Rechnung zu ziehenden Größen an jeder Stelle des Raumes einer bestimmten Richtung zugeordnet sind. Es mögen sämtliche Rechnungen auf ein Rechtssystem rechtwinkliger Koordinaten bezogen sein [3]). Als Maßsystem diene das absolute elektromagnetische.

Als gegeben ist zu betrachten die von außen erregte magnetische Induktion $\mathfrak{B}^a$ an jeder Stelle des Raumes, sowohl innerhalb des Metalles, in dem die Wirbelströme fließen, als auch außerhalb. Da wir im wesentlichen solche Anordnungen betrachten, bei denen das induzierende Feld sich zeitlich nicht ändert, sondern im Raume feststeht, und bei welchen der metallische Leiter sich mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit durch das Feld bewegt, so schiene es am zweckmäßigsten, die Grundgleichungen der Elektrodynamik für bewegte Körper anzuwenden, die Hertz in seiner berühmten Abhandlung [4]) entwickelt hat. Nun ist aber die induzierte elektrische Feldstärke in jedem Körperelemente nicht nur von dem äußeren Felde $\mathfrak{B}^a$ abhängig, sondern auch von dem Selbstinduktionsfelde $\mathfrak{B}^s$, das die Ströme selbst erzeugen, und das daher auf ein bewegtes System bezogen werden müßte. Deshalb ziehe ich es vor, von dem Prinzipe der Relativbewegung Gebrauch zu machen, was bei

---

[1]) R. Rüdenberg, E.T.Z. 1906, S. 109.

[2]) J. Kunz, Sammlung elektrotechn. Vorträge 1906, Bd. 9, Heft 4/5.

[3]) Die Vektoren sollen durch deutsche Buchstaben bezeichnet werden, ihre Komponenten in den Koordinatenrichtungen mit den entsprechenden Indizes. Näheres darüber siehe: M. Abraham, Theorie der Elektrizität, Bd. 1. Leipzig 1904.

[4]) H. Hertz, Gesammelte Werke Bd. 2, S. 256.

diesen langsamen Bewegungen, die klein gegen die Lichtgeschwindigkeit sind, gestattet ist, und dem ursprünglichen Felde $\mathfrak{B}^a$ eine ideelle Geschwindigkeit, genau entgegengesetzt und von gleicher Größe mit der wirklichen des Körpers, zu erteilen, während ich mir den induzierten Leiter ruhend denke. Dann hat man den Vorteil, sämtliche Vorgänge auf ein ruhendes System beziehen zu können. Nach vollständiger Lösung des Problems kann man mit Leichtigkeit zum ursprünglichen Zustande zurückkehren.

Wir haben also die Differentialgleichungen des elektromagnetischen Feldes für ruhende Körper anzuschreiben. Dabei dürfen wir gleich beachten, daß wir es nur mit Strömungen in metallischen Leitern zu tun haben, daß also der Verschiebungsstrom — sonst ein Charakteristikum der Maxwellschen Theorie — fortfällt. In der Elektrodynamik ist es meist üblich, mit den Vektoren der elektrischen und magnetischen Kraft, $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$, zu rechnen, für uns ist es jedoch zweckmäßiger, von der elektrischen Stromdichte i und der magnetischen Induktion $\mathfrak{B}$ auszugehen, da diese beiden Vektoren für die Technik der hier behandelten Maschinen die größere Bedeutung haben. Eine wesentliche Voraussetzung, ohne welche derartige Rechnungen meist nicht ausführbar sind, soll von vornherein gemacht werden: die Permeabilität μ von ferromagnetischem Material soll, falls dieses im Wirkungsbereiche der Wirbelströme liegt, als räumlich und zeitlich konstant betrachtet werden. Die Abweichungen, die hierdurch vom wirklichen Verhalten hervorgerufen werden — es sei gleich bemerkt, daß sie nicht sehr groß sind — sollen in einem späteren Abschnitte besprochen werden.

Bei allen Untersuchungen soll vorausgesetzt werden, daß der Beharrungszustand erreicht ist. Trifft dies nicht zu, sondern ist die Geschwindigkeit des Bremskörpers mit der Zeit veränderlich, wie z. B. bei Bremsen, die zum Stillsetzen eines Fahrzeuges dienen oder zum Dämpfen von mechanischen Schwingungen, so ist es doch oft zulässig, in jedem Momente die elektrische Bremswirkung aufzufassen als nur abhängig von der augenblicklich herrschenden Geschwindigkeit, so daß die hier hergeleiteten Formeln anwendbar sind. Genau genommen kommt wegen der Selbstinduktion der Wirbelströme auch der Einfluß aller vorher herrschenden Geschwindigkeitswerte in Frage, namentlich wenn die Bremsverzögerung groß ist, doch führt die Berücksichtigung dieser Erscheinung in der Rechnung zu ganz außerordentlichen Schwierigkeiten.

Die elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}_i$, die an jeder Stelle des metallischen

Körpers durch das variable Feld $\mathfrak{B}$ induziert wird, ergibt sich aus der einen Hauptgleichung des elektromagnetischen Feldes[1]):

$$\text{curl}\ \mathfrak{E}_i = -\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}. \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

Der magnetische Vektor $\mathfrak{B}$ ist entstanden zu denken aus der Uebereinanderlagerung der beiden Felder $\mathfrak{B}^a$, das von vornherein bestand, und $\mathfrak{B}^s$, das durch die Wirbelströme hervorgerufen wird:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}^a + \mathfrak{B}^s. \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Das Feld der Wirbelströme ergibt sich aus der anderen Hauptgleichung

$$\text{curl}\ \mathfrak{H}^s = 4\pi\, i, \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

wobei

$$\mathfrak{B}^s = \mu\, \mathfrak{H}^s,$$

und i die Stromdichte der Wirbelströmung an der betrachteten Stelle des Raumes ist.

Im allgemeinen wird sich an gewissen Stellen des induzierten Körpers freie Elektrizität anhäufen; ihr Potential sei V, dann ist die elektrostatische Feldstärke

$$\mathfrak{E}_f = -\nabla V.$$

Die Summe aus induzierter und statischer elektrischer Feldstärke ruft jetzt eine elektrische Strömung hervor, die ihr gleichgerichtet ist, nach dem Ohmschen Elementargesetze:

$$\mathfrak{E}_i - \nabla V = s\, i, \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

wobei s den spezifischen Widerstand des homogen gedachten Metalles bedeutet.

Trotz der Erwärmung des Bremskörpers durch die Wirbelströme darf man s als konstant betrachten. Zeitlich ist es unveränderlich, weil

---

[1]) Der Uebersicht halber seien hier einige oft verwandte Vektorbezeichnungen angeführt (durch $\mathfrak{i}$, $\mathfrak{j}$, $\mathfrak{k}$ wird ein Einheitsvektor in x, y und z Richtung bezeichnet):

$$\text{div}\ \mathfrak{A} = \frac{\partial \mathfrak{A}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{A}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{A}_z}{\partial z}. \qquad \nabla a = \mathfrak{i}\frac{\partial a}{\partial x} + \mathfrak{j}\frac{\partial a}{\partial y} + \mathfrak{k}\frac{\partial a}{\partial z}.$$

$$\text{curl}\ \mathfrak{A} = \mathfrak{i}\left(\frac{\partial \mathfrak{A}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{A}_y}{\partial z}\right) + \mathfrak{j}\left(\frac{\partial \mathfrak{A}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{A}_z}{\partial x}\right) + \mathfrak{k}\left(\frac{\partial \mathfrak{A}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{A}_x}{\partial y}\right).$$

$$\nabla^2 \mathfrak{A} = \frac{\partial^2 \mathfrak{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{A}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{A}}{\partial z^2}.$$

$$[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}] = \mathfrak{i}\,(\mathfrak{A}_y \mathfrak{B}_z - \mathfrak{A}_z \mathfrak{B}_y) + \mathfrak{j}\,(\mathfrak{A}_z \mathfrak{B}_x - \mathfrak{A}_x \mathfrak{B}_z) + \mathfrak{k}\,(\mathfrak{A}_x \mathfrak{B}_y - \mathfrak{A}_y \mathfrak{B}_x).$$

Beharrungszustand vorausgesetzt war. Räumlich tritt zwar wegen des Temperaturkoeffizienten eine geringe Veränderlichkeit ein, weil die Wärmeerzeugung und die Temperatur nicht an allen Punkten des Leiters dieselbe ist, doch ist wegen der großen Wärmeleitfähigkeit der Metalle der Temperaturunterschied im Innern nur ein äußerst geringer[1]).

Durch die Gleichungen (1) und (4) ist die Erzeugung der Wirbelströme bestimmt. Ihr Verlauf ist jedoch noch nicht eindeutig festgelegt, da über die Verteilung und Größe der freien Elektrizität und daher von ∇V noch nichts bekannt ist. Nun gibt es aber ein allgemeines Gesetz, das die räumliche Verteilung elektrischer Ströme einschränkt, es lautet:

$$\operatorname{div} i = 0. \qquad (5)$$

Für lineare Leiter geht es einfach in das Kirchhoffsche Gesetz für Stromverzweigungen über $\Sigma i = 0$.

Nimmt man von Gl. (4) die Divergenz und beachtet Gl. (5), so bestimmt sich jetzt das Potential der freien Elektrizität aus:

$$\nabla^2 V = \operatorname{div} \mathfrak{E}_i.$$

Für jedes magnetische Feld gilt noch die Beziehung:

$$\operatorname{div} \mathfrak{B} = 0, \qquad (6)$$

die die räumliche Verteilung der Induktion einschränkt.

Aus Gl. (1) bis (6) können wir nun die Differentialgleichungen unseres Problems herleiten. Weil

$$\operatorname{curl} \nabla V = 0,$$

so folgt aus Gl. (4) und (1):

$$\operatorname{curl} \mathfrak{E}_i = s \,.\, \operatorname{curl} i = -\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}$$

und mit Berücksichtigung von (2)

$$s \,.\, \operatorname{curl} i + \frac{\partial \mathfrak{B}^s}{\partial t} = -\frac{\partial \mathfrak{B}^a}{\partial t}. \qquad (7)$$

Nimmt man von dieser Gleichung den curl, so entsteht unter Beachtung der Rechenregel:

$$\operatorname{curl} (\operatorname{curl} i) = -\nabla^2 i + \nabla \operatorname{div} i$$

und Gl. (5):

$$-s\, \nabla^2 i + \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{curl} \mathfrak{B}^s = 0,$$

[1]) Fourier, Analytische Theorie der Wärme, S. 243.

denn das äußere Feld besitzt nur dort einen curl, wo sein Erregerstrom fließt. Setzt man jetzt den Wert von curl $\mathfrak{B}^s = \mu$ curl $\mathfrak{H}^s$ aus Gl. (3) ein, so erhält man als Differentialgleichung der Wirbelströme:

$$\frac{s}{4\pi\mu}\nabla^2 i - \frac{\partial i}{\partial t} = 0. \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Nimmt man andererseits von Gl. (3) den curl und setzt ihn in (7) ein, so erhält man auf dieselbe Weise:

$$\frac{s}{4\pi\mu}\nabla^2 \mathfrak{B}^s - \frac{\partial \mathfrak{B}^s}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{B}^a}{\partial t} \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

als Differentialgleichung des magnetischen Feldes.

Würde man nun ein vorgelegtes Problem zu lösen suchen durch Auffinden von Integralen der Gl. (8), so würde man zwar sicher sein, eine mögliche Lösung zu besitzen, doch würde noch nichts den Zusammenhang der erzeugten Strömung mit dem erzeugenden Felde $\mathfrak{B}^a$ vermitteln. Man kommt daher schneller zum Ziele, wenn man aus Gl. (9) das Feld der Wirbelströme in Abhängigkeit von $\mathfrak{B}^a$ berechnet, dann ergibt sich aus Gl. (3) die Strömung zu:

$$i = \frac{1}{4\pi\mu} \text{curl}\, \mathfrak{B}^s, \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

ein Ausdruck, der leicht auszuwerten ist.

Die Unbekannten i und $\mathfrak{B}^s$ sind durch partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung von der Form der Wärmeleitungsgleichungen bestimmt. Zur vollständigen Lösung solcher Gleichungen ist aber noch die Bestimmung zweier willkürlicher Funktionen erforderlich. Dazu dient hier erstens die gegebene Verteilung von $\mathfrak{B}^a$, und zweitens die Forderung, daß der Zustand der Wirbelströmung stationär sein soll, wobei periodische Erscheinungen auch als stationär gelten mögen. Außerdem sind im speziellen Falle noch gewisse Grenzbedingungen für i und $\mathfrak{B}^s$ vorgeschrieben, so daß das Bild der Strömung eindeutig bestimmt ist.

Es wird zweckmäßig sein, das Problem der Wirbelstrombildung am konkreten Falle nicht gleich in voller Allgemeinheit zu stellen, sondern schrittweise vorzugehen, und zuerst den einfacheren Fall zu untersuchen, daß die Rückwirkung der Ströme auf das bestehende Feld verschwindend klein ist. Wann dies wirklich erlaubt ist, kann natürlich nur nach der vollständigen Lösung bestimmt werden. Man darf also, wenn $\mathfrak{B}^s$ klein ist gegen $\mathfrak{B}^a$, das zweite Glied in Gl. (7) ver-

nachlässigen, denn beide besitzen dieselbe Periode, und erhält als Differentialgleichung der Wirbelströme jetzt einfach:

$$\operatorname{curl} \mathfrak{i} = -\frac{1}{s} \frac{\partial \mathfrak{B}^a}{\partial t}. \quad \ldots \ldots \quad (11)$$

Diese Gleichung ist, da $\mathfrak{B}^a$ und damit auch $\frac{\partial \mathfrak{B}^a}{\partial t}$ bekannt ist, weit einfacher zu lösen, als Gl. (8) oder (9).

Um die Abhängigkeit der Leistung der Wirbelströme von der Geschwindigkeit wenigstens qualitativ darzustellen, findet sich in der Literatur des öfteren der folgende Ansatz [1]): Die Stromstärke einer Wirbelstromschleife ist proportional der sie erzeugenden E.M.K. und umgekehrt proportional der Impedanz der Schleife, also:

$$i = \frac{e}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}.$$

Nun ist e proportional der Geschwindigkeit v des bewegten Teilchens, aber auch die Periodenzahl ω ist proportional v, so daß sich für die Leistung einer Schleife ergibt:

$$i^2 R = C \frac{v^2}{R' + v^2},$$

wo C und R′ Konstante sind. Die Gesamtleistung folgt einfach durch Summation über sämtliche Wirbelstromschleifen.

Durch dies Verfahren kann man aber nur dann zu richtigen Resultaten gelangen, wenn die Form der Strombahnen bei variabler Geschwindigkeit nicht geändert wird, denn sonst ändert sich ja der „Selbstinduktionskoeffizient" L jeder Schleife, in dem auch der Einfluß der gegenseitigen Induktion aller Schleifen berücksichtigt gedacht ist. Dies ist von den betreffenden Autoren nicht beachtet worden, und gerade im Falle einer massiven Wirbelstrombremse, wo es praktisch angewandt wurde [2]), müssen sich so inkorrekte Resultate ergeben.

Es ist überhaupt eine mißliche Sache, bei derartigen räumlichen Leitern mit den Koeffizienten der Selbstinduktion und der gegenseitigen Induktion zu operieren [3]). Ganz abgesehen davon, daß eine numerische Berechnung bei einem bestimmten Betriebsfalle sehr große Schwierigkeiten bieten würde, scheint es nicht angängig, eine solch allgemeine

---

[1]) F. Niethammer, E.T.Z. 1899, S. 767; G. Benischke, E.T.Z. 1901, S. 55; E. H. Rieter, Der praktische Maschinenkonstrukteur, 1899, S. 81.

[2]) E. H. Rieter, l. c.

[3]) Vergl. auch Handbuch der Elektrotechnik Bd. 1, Abt. II, S. 495.

Definition dieser Begriffe zu treffen, weil bei verschiedenen Betriebsbedingungen eines Wirbelstromapparates sich keine entsprechenden Stromschleifen einander zuordnen lassen, auf die man die Koeffizienten beziehen müßte. Zweckmäßiger ist es, wie hier von vornherein geschehen, stets mit dem Felde der Wirbelströme zu rechnen, das durch die Maxwellschen Gleichungen festliegt.

Interessant ist die Methode, durch die Hertz, in der in der Einleitung erwähnten Arbeit, zur Lösung gelangt. Er berechnet zuerst die „Induktion erster Ordnung" d. h. die Strömung ohne Berücksichtigung der Rückwirkung. Alsdann stellt er den Ausdruck für das Magnetfeld dieser Strömung auf, das im bewegten Körper eine Strömung zweiter Ordnung induziert, u. s. f. Durch Summierung dieser „sukzessiven Induktionen" erhält Hertz eine unendliche Reihe, für deren Summe er einen brauchbaren Ausdruck ableitet.

Die hier verwandte Methode, die Differentialgleichung der gesamten Strömung aufzustellen, hat vor der eben skizzierten jedenfalls den Vorzug der Einfachheit, wenn auch nicht den der physikalischen Uebersichtlichkeit. Hertz hat sie deshalb nicht anwenden können, weil er erst in späteren Jahren die Gegenstände behandelt hat, auf denen diese Arbeit fußt.

Theorie der scheibenförmigen Wirbelstrombremsen.

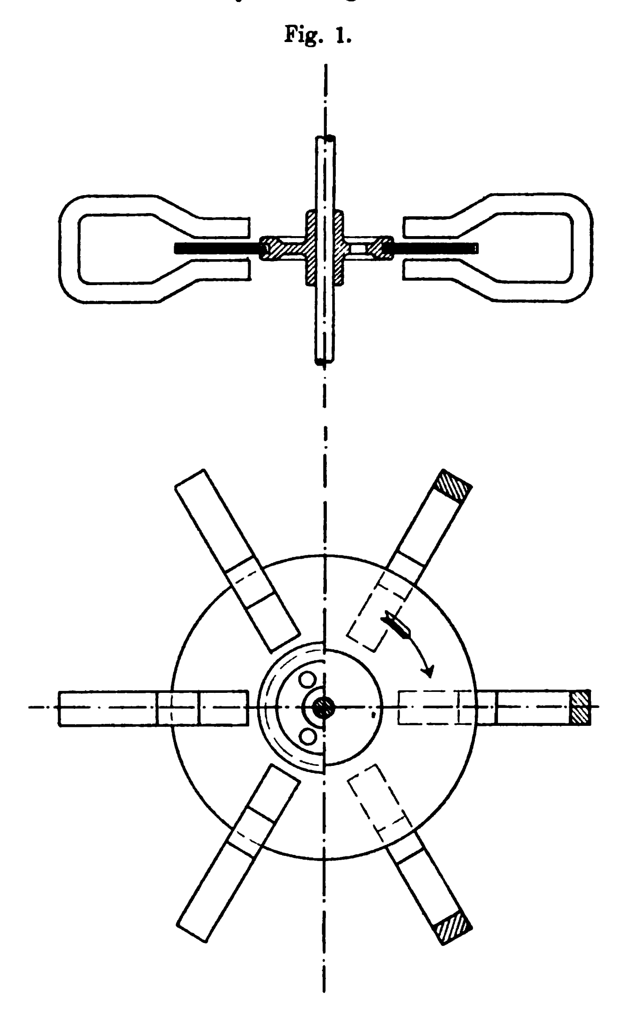
Eine Form der Wirbelstrombremsen, der das Prinzip der Fig. 1 zu Grunde liegt, wird in der Technik angewandt zum Abbremsen kleinerer Kraftmaschinen, und vor allem in der Meßtechnik zur Dämpfung der Schwingungen bei Zeigerinstrumenten, und zur Belastung von Elektrizitätszählern. Eine Kupferscheibe bewegt sich zwischen den gegenüberstehenden ungleichnamigen Polen von Magneten [1]). Zur theoretischen Untersuchung machen wir die Annahme, der mittlere Radius des Kupferringes sei gegen den Abstand zweier Magnetschenkel so groß, daß man kürzere Abschnitte des Ringes als geradlinig betrachten darf. Dann kann man der ganzen Rechnung ein geradliniges Koordinatensystem zu Grunde legen, Fig. 2, was praktisch von großem Vorteile ist [2]). Nach bekannten Methoden könnte man für jeden Punkt

[1]) Ueber Einzelheiten siehe: A. Grau, E.T.Z. 1900, S. 265; K. Feußner, E.T.Z. 1901, S. 608; A. Grau, E.T.Z. 1902, S. 467; Morris und Lister, E.T.Z. 1906, S. 436.

[2]) Die Rechnungen ließen sich übrigens mit derselben Leichtigkeit auch durch Anwendung von Zylinderkoordinaten auf gekrümmte Scheiben beziehen;

der Kupferplatte oder deren Nähe die magnetische Induktion $\mathfrak{B}^a$ bei ruhender Platte nach Größe und Richtung angeben. Da wir aber voraussetzen wollen, daß die Plattendicke δ_1 klein ist gegen die Polteilung τ, so dürfen wir aus Symmetriegründen annehmen, daß innerhalb

Fig. 1.

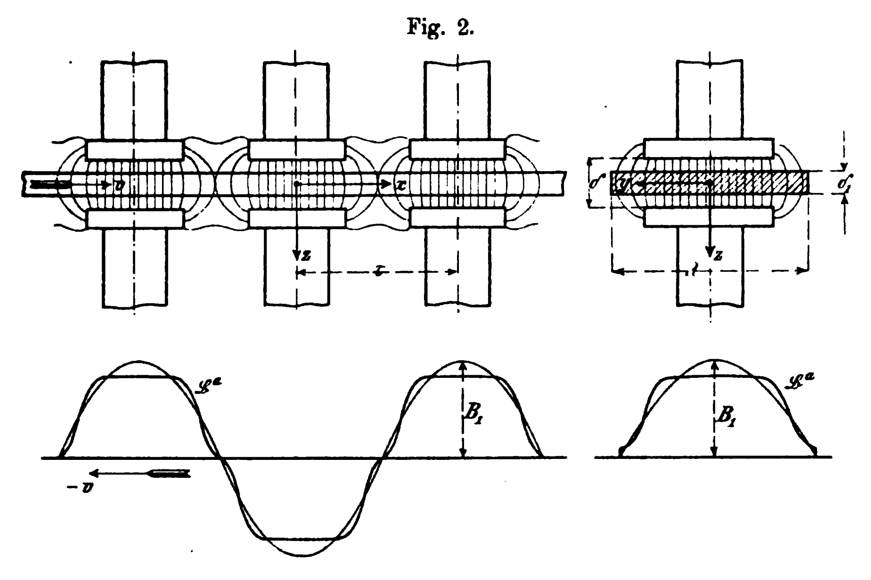


der Platte nur eine Induktionskomponente quer zu ihr, in z-Richtung, vorhanden ist. Die Verteilung von $\mathfrak{B}^a$ für $z = 0$, die „Feldfläche" der

es würden alsdann statt der trigonometrischen Besselsche Funktionen auftreten. Da jedoch eine Methode zur Entwicklung der Ordinaten graphisch gegebener Kurven in Besselsche Funktionen der Abszissen nicht bekannt ist, so würde man praktisch mit dieser genaueren Lösung nichts anfangen können.

Maschine, läßt sich dann mit Leichtigkeit aus einem Kraftlinienbilde graphisch bestimmen. Eine solche periodische Funktion von zwei Veränderlichen läßt sich nach einem bekannten Satze von Fourier in trigonometrische Reihen zerlegen [1]). Als Halbperiode betrachtet man

Fig. 2.



in der x-Richtung die Polteilung τ, in der y-Richtung zweckmäßigerweise die Plattenbreite λ, Fig. 2.

Die Rechnung soll vorläufig auf die Grundwelle des Feldes mit der Amplitude B_1 beschränkt werden. Das äußere ruhende Feld lautet also:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B}^a_x &= \mathfrak{B}^a_y = 0 \\ \mathfrak{B}^a_z &= B_1 \cdot \cos\frac{\pi}{\tau}x \cdot \cos\frac{\pi}{\lambda}y. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

Eine genaue Diskussion dieses Feldes zeigt, daß es in der Form von Gl. (12) nur möglich ist, wenn man sich auf sehr kleine Intervalle von z beschränkt. Für größere Werte von z fordern die Grundgleichungen des magnetischen Feldes:

$$\text{curl}\,\mathfrak{B}^a = 0; \quad \text{div}\,\mathfrak{B}^a = 0,$$

daß in Gl. (12) auch die Komponenten $\mathfrak{B}^a_x$ und $\mathfrak{B}^a_y$ von Null verschieden sind. Auf den genauen Beweis soll hier nicht eingegangen

[1]) z. B. C. Runge, Theorie und Praxis der Reihen, Leipzig 1904, S. 248.

werden, da aus Fig. 2 dasselbe zu ersehen ist und die Rechnungen ziemlich umständlich sind. Exakt werden also alle Folgerungen aus Gl. (12) nur für eine unendlich dünne Kupferscheibe gelten, praktisch gelten sie für alle normalen Fälle, wenn nur das Material der Scheibe nicht ferromagnetisch ist.

Zur Erzeugung von Wirbelströmen in der Platte denken wir uns jetzt das Magnetfeld mit der Geschwindigkeit $-v$, also entgegengesetzt der positiven x-Achse wandern. Das hat dann dieselbe Wirkung, als wenn sich die Platte mit der Geschwindigkeit $+v$ bewegte. Setzen wir:

$$\alpha = \frac{\pi}{\tau}, \quad \beta = \frac{\pi}{\lambda}, \quad \ldots \ldots \quad (13)$$

so stellt uns:

$$\mathfrak{B}_z^a = B_1 \cdot \cos \alpha (x + vt) \cdot \cos \beta y \quad \ldots \quad (14)$$

die fortschreitende Welle der Induktion dar.

Es soll nun zuerst die Verteilung der Wirbelströme in der Scheibe gesucht werden, die das Feld $\mathfrak{B}^a$ für sich allein erzeugt, wir haben also die Gl. (11) anzuwenden. Es ist:

$$-\frac{\partial \mathfrak{B}^a}{\partial t} = \alpha v B_1 \cdot \sin \alpha (x + vt) \cdot \cos \beta y.$$

Um das Mitschleppen des Wertes vt durch die ganze Rechnung zu vermeiden, soll stets statt $x + vt$ einfach x geschrieben werden, dann ist nur zu beachten, daß eine Differentiation nach t gleichwertig ist einer solchen nach x und Multiplikation mit $v = \frac{dx}{dt}$. Es ist also:

$$-\frac{1}{s}\frac{\partial \mathfrak{B}^a}{\partial t} = \frac{\alpha v}{s} B_1 \cdot \sin \alpha x \cdot \cos \beta y. \quad \ldots \quad (14a)$$

In einer hinreichend dünnen Platte wird die Strömung nur in x- und y-Richtung stattfinden können. Es ist dann

$$\operatorname{curl}_z i = \frac{\partial i_y}{\partial x} - \frac{\partial i_x}{\partial y}$$

allein zu berücksichtigen.

Wir machen nun den Ansatz:

$$\left.\begin{aligned} i_x &= P \cdot \sin \alpha x \cdot \sin \beta y \\ i_y &= Q \cdot \cos \alpha x \cdot \cos \beta y \\ i_z &= 0 \end{aligned}\right\}$$

Dann haben wir zu beweisen, daß derselbe der Gl. (5)

$$\operatorname{div} i = \frac{\partial i_x}{\partial x} + \frac{\partial i_y}{\partial y} = 0$$

genügt, und ferner der Gl. (11):

$$\operatorname{curl} i = -\frac{1}{s}\frac{\partial \mathfrak{B}^a}{\partial t}.$$

Es ist:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial i_x}{\partial x} &= \alpha P \,.\, \cos \alpha x \,.\, \sin \beta y \\ \frac{\partial i_y}{\partial y} &= -\beta Q \,.\, \cos \alpha x \,.\, \sin \beta y \end{aligned}\right\}$$

Es muß also die Gleichung erfüllt sein:

$$\alpha P - \beta Q = 0.$$

Andererseits haben wir:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial i_y}{\partial x} &= -\alpha Q \,.\, \sin \alpha x \,.\, \cos \beta y \\ -\frac{\partial i_x}{\partial y} &= -\beta P \,.\, \sin \alpha x \,.\, \cos \beta y \end{aligned}\right\}$$

Die Summe dieser Ausdrücke muß mit der rechten Seite von Gl. (14a) übereinstimmen, also ist

$$\alpha Q + \beta P = -\frac{\alpha v}{s} B_1$$

die zweite Bestimmungsgleichung für P und Q.

Die Ausrechnung liefert:

$$\left.\begin{aligned} P &= -\frac{\beta}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot \frac{\alpha v}{s} B_1 \\ Q &= -\frac{\alpha}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot \frac{\alpha v}{s} B_1 \end{aligned}\right\}$$

Setzt man hier die Werte von α und β aus Gl. (13) ein, so erhält man als Lösung der Differentialgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} i_x &= -\frac{\tau}{\lambda}\frac{1}{1 + \left(\frac{\tau}{\lambda}\right)^2} \cdot \frac{v}{s} B_1 \,.\, \sin \alpha x \,.\, \sin \beta y \\ i_y &= -\frac{1}{1 + \left(\frac{\tau}{\lambda}\right)^2} \cdot \frac{v}{s} B_1 \,.\, \cos \alpha x \,.\, \cos \beta y \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (15)$$

Ob dies eine vollständige Lösung des Problems ist, kann nur durch eine Diskussion der Grenzbedingungen erkannt werden. Zu dem Zwecke wollen wir die Gleichung der Stromlinien in der Platte aufstellen. Sie ist zu berechnen aus:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{i_y}{i_x} = \frac{\lambda}{\tau} \,.\, \mathrm{ctg}\, \alpha x \,.\, \mathrm{ctg}\, \beta y,$$

oder:

$$\int \mathrm{tg}\, \beta y \, dy = \frac{\alpha}{\beta} \int \mathrm{ctg}\, \alpha x \, dx.$$

Die Integration gibt:

$$-\ln \cos \beta y = \ln \sin \alpha x - \ln C,$$

wenn mit $\ln C$ die Integrationskonstante bezeichnet wird. Die Gleichung der Stromlinien ist also:

$$\sin \alpha x \,.\, \cos \beta y = C. \qquad (16)$$

Diese Kurvenschar mit dem Parameter C bedeckt nun die ganze xy-Ebene, ein Teil ist in Fig. 3 gezeichnet. Gleichzeitig ist auch durch

Fig. 3.

die Kreise die Lage der Pole eingezeichnet, die das Feld $\mathfrak{B}^a$ erzeugen. Man sieht, die Strömungserscheinung bleibt konstant in Bezug auf die Pole. Es ist aus der Darstellung ohne weiteres ersichtlich, daß man, ohne den Stromverlauf zu ändern, längs der Linien $y = \pm \frac{\lambda}{2}$ Trenn-

schnitte durch die Ebene legen, und nur den inneren Teil für sich betrachten darf. Das bedeutet aber nichts anderes, als daß an dem in Fig. 2 vorausgesetzten Plattenrande die Grenzbedingung, daß kein Strom austritt, erfüllt ist. Auch aus Gl. (15) ist ohne weiteres zu erkennen, daß für $y = \pm \frac{\lambda}{2}$: $i_y = 0$ ist.

Es ist hiermit nachgewiesen, daß Gl. (15) nicht nur eine mathematisch zulässige, sondern auch eine physikalisch mögliche Stromverteilung darstellt. Daß sie die vollständige und einzige Lösung des Problems ist, folgt aus der Eindeutigkeit der elektrischen Strömung in verzweigten Leitern oder Körpern [1]).

Wir gehen jetzt dazu über, die Rückwirkung der Wirbelströme auf das Feld mit in Betracht zu ziehen. Wir dürfen dann verlangen, daß für den Grenzfall sehr kleiner Geschwindigkeit die Strömung in die soeben besprochene übergeht. Diese Stromverteilung würde aber ein Feld $\mathfrak{B}^s$ erzeugen, das innerhalb der Kupferscheibe sicher in Richtung der z-Achse verliefe, das außerdem periodischen Verlauf nach x und y besäße. Der Größe nach wird nun zwar das wahre $\mathfrak{B}^s$ von diesem Ankerfelde erster Ordnung abweichen, die allgemeinen Eigenschaften dürften aber dieselben bleiben. Es soll daher versuchsweise der Ansatz gemacht werden:

$$\left.\begin{aligned} &\mathfrak{B}^s_x = \mathfrak{B}^s_y = 0 \\ &\mathfrak{B}^s_z = R \,.\, \sin\alpha x \,.\, \cos\beta y + S \,.\, \cos\alpha x \,.\, \cos\beta y. \end{aligned}\right\}$$

Wenn derselbe richtig sein soll, dann muß er erstens die Differentialgleichung (9) befriedigen, zweitens aber muß der hieraus nach Gl. (10) berechnete Strom den Grenzbedingungen Genüge leisten.

In unserem Falle ist die Laplacesche Operation:

$$\nabla^2 \mathfrak{B}^s_z = \frac{\partial^2 \mathfrak{B}^s_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{B}^s_z}{\partial y^2}.$$

Im einzelnen ist:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathfrak{B}^s_z}{\partial x^2} &= -\alpha^2 R \,.\, \sin\alpha x \,.\, \cos\beta y - \alpha^2 S \,.\, \cos\alpha x \,.\, \cos\beta y \\ \frac{\partial^2 \mathfrak{B}^s_z}{\partial y^2} &= -\beta^2 R \,.\, \sin\alpha x \,.\, \cos\beta y - \beta^2 S \,.\, \cos\alpha x \,.\, \cos\beta y \end{aligned}\right\}$$

$$\frac{\partial \mathfrak{B}^s_z}{\partial t} = +\alpha v R \,.\, \cos\alpha x \,.\, \cos\beta y - \alpha v S \,.\, \sin\alpha x \,.\, \cos\beta y.$$

---

[1]) G. Kirchhoff, Gesammelte Abhandlungen, Leipzig 1882, S. 33; W. Ahrens, Mathem. Annalen XLIX, S. 311.

Diese 3 Gleichungen ergeben im Zusammenhange mit Gl. (14a), wenn man sie in Gl. (9) einsetzt, zwei Bestimmungsgleichungen für R und S, denn da sie für jedes x gelten müssen, so müssen die Faktoren von $\sin \alpha x$ und $\cos \alpha x$ je für sich einander gleich sein. Das liefert:

$$\left.\begin{array}{l} -\frac{s}{4\pi\mu}(\alpha^2+\beta^2)R + \alpha v S = -\alpha v B_1 \\ -\frac{s}{4\pi\mu}(\alpha^2+\beta^2)S - \alpha v R = 0 \end{array}\right\}$$

Ersetzt man α und β durch ihre Werte aus Gl. (13) und multipliziert beide Gleichungen noch mit τ, so folgt:

$$\left.\begin{array}{l} -\frac{s}{4\mu\lambda}\left(\frac{\lambda}{\tau}+\frac{\tau}{\lambda}\right)R + v S = -v B_1 \\ -\frac{s}{4\mu\lambda}\left(\frac{\lambda}{\tau}+\frac{\tau}{\lambda}\right)S - v R = 0. \end{array}\right\}$$

Zur Abkürzung soll gesetzt werden:

$$\left.\begin{array}{l} l = 4\mu\lambda \\ w = \frac{\tau}{\lambda}+\frac{\lambda}{\tau} \end{array}\right\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

weil diese beiden Faktoren häufig wiederkehren werden. Sieht man vorläufig von μ ab, so sind l und w nur von der Dimensionierung der Wirbelstrombremse abhängig. Es folgen jetzt die Konstanten zu:

$$\left.\begin{array}{l} R = + v B_1 \dfrac{\frac{s w}{l}}{\left(\frac{s w}{l}\right)^2 + v^2} \\ S = - v B_1 \dfrac{v}{\left(\frac{s w}{l}\right)^2 + v^2} \end{array}\right\} \quad \dots\dots (18)$$

Der Ansatz für $\mathfrak{B}^s$ befriedigt also die Differentialgleichung, wenn R und S nach Gl. (18) gewählt werden.

Zur Berechnung der Strömung beachten wir, daß:

$$\left.\begin{array}{l} 4\pi\mu \,.\, i_x = \mathrm{curl}_x\, \mathfrak{B}^s = \frac{\partial \mathfrak{B}^s_z}{\partial y} = -\beta(R\sin\alpha x + S\cos\alpha x)\sin\beta y \\ 4\pi\mu \,.\, i_y = \mathrm{curl}_y\, \mathfrak{B}^s = -\frac{\partial \mathfrak{B}^s_z}{\partial x} = -\alpha(R\cos\alpha x - S\sin\alpha x)\cos\beta y \\ 4\pi\mu \,.\, i_z = \mathrm{curl}_z\, \mathfrak{B}^s = 0 \end{array}\right\}$$

Die Komponenten der Strömung sind also:

$$\left.\begin{aligned} i_x &= -\frac{1}{4\mu\lambda}(R \sin\alpha x + S\cos\alpha x)\sin\beta y \\ i_y &= -\frac{1}{4\mu\tau}(R\cos\alpha x - S\sin\alpha x)\cos\beta y \end{aligned}\right\}$$

Führt man jetzt einen Winkel ψ ein, definiert durch:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{S}{R}$$

und die Amplituden der Stromdichte, definiert durch:

$$\left.\begin{aligned} J_1 &= \frac{1}{4\mu\lambda}\sqrt{R^2+S^2} \\ J_2 &= \frac{1}{4\mu\tau}\sqrt{R^2+S^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (18a)$$

so läßt sich die Strömung schreiben:

$$\left.\begin{aligned} i_x &= -J_1 \,.\, \sin(\alpha x - \psi) \,.\, \sin\beta y \\ i_y &= -J_2 \,.\, \cos(\alpha x - \psi) \,.\, \cos\beta y \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (19)$$

Man erkennt jetzt wieder leicht, daß diese Strömung die Grenzen der Kupferscheibe nicht durchsetzt; Gl. (19) ist daher die vollständige Lösung für die Stromverteilung.

Wir haben bisher den Faktor μ in den Formeln mitgeführt, obgleich wir uns auf Metallscheiben mit der Permeabilität 1 beschränken wollten. Es ist aber nicht gestattet, μ ohne weiteres gleich der Einheit zu setzen, wie jetzt gezeigt werden soll.

Mathematisch geschah die Berechnung des Stromes i aus seinem Felde $\mathfrak{B}^s$; der physikalische Vorgang ist jedoch gerade umgekehrt, die Wirbelströmung ruft ein Rückwirkungsfeld hervor. Es ist nun oben in Bezug auf i und $\mathfrak{B}^s$ ein zweidimensionales Problem behandelt, es war ohne Rücksicht auf die Grenzflächen der Platte unter den Polen $\frac{\partial \mathfrak{B}^s}{\partial z} = 0$ und $\frac{\partial i}{\partial z} = 0$ vorausgesetzt, wie es der Ansatz, den wir für $\mathfrak{B}^s$ gemacht hatten, auch fordert. Dieses ist streng genommen nur der Fall für eine unendlich dicke Platte, weil nur in dieser sämtliche Schnitte in der x-y-Ebene gleichwertig sind. Für eine solche Platte ist also nach Gl. (18a) das Verhältnis der Induktion — ausgedrückt durch R und S — zum erzeugenden Strome — ausgedrückt durch J — proportional der Größe μ. Gehen wir nun zu einer Platte über von der Dicke δ_1, so erkennen wir, daß die Grenzflächen

$z = \pm \frac{\delta_1}{2}$ am Verlaufe des Stromes nichts ändern können, da dieser tangential zu ihnen läuft; die Induktion $\mathfrak{B}^s$ wird sich dagegen nur innerhalb der Platte nach den hergeleiteten Gleichungen richten, im äußeren Luftraum wird sie schon etwas modifiziert, und dort, wo die Induktionslinien das Eisen der Magnetpole erreichen, werden sie nach völlig anderen Gesetzen verlaufen. Es sollen nun aber nicht die genauen Gesetze der Induktionsverteilung hergeleitet werden, sondern, da es uns hauptsächlich auf die Strömung ankommt, wollen wir uns mit einer Näherung für jene begnügen. Es soll angenommen werden, daß die Ausdehnung der Polschuhe im Vergleich zum Zwischenraum nebeneinanderliegender Pole groß ist, und daß ihre Permeabilität sehr groß ist gegen die der Luft und der Scheibe. Dann werden die $\mathfrak{B}^s$-Linien nicht nur in der Platte selbst, sondern im gesamten Luftspalte fast nur in der z-Richtung, senkrecht zur Poloberfläche verlaufen, so daß unser vorhin gemachter Ansatz auch für endliche Platten gültig bleibt. Es ist dann nur zu beachten, daß eine magnetisierende Kraft für die $\mathfrak{B}^s$-Linien nur innerhalb der Scheibe, also auf die Länge δ_1 auftritt, daß ihr Weg im Material mit geringer Permeabilität aber nicht wie bei der unendlich dicken Platte ebensogroß ist wie die Schicht der Wirbelströme, sondern im Verhältnis $\frac{\delta}{\delta_1}$ größer, wenn man mit δ die Größe des Luftspaltes zwischen gegenüberstehenden Polen bezeichnet. Im Poleisen laufen die $\mathfrak{B}^s$-Linien vorwiegend in x-Richtung, doch ist hier der magnetische Widerstand so klein, daß er ruhig vernachlässigt werden kann. Es ist also jetzt das Verhältnis der Induktion $\mathfrak{B}^s$ zur Strömung i proportional der Größe $\frac{\delta_1}{\delta}$, da die Permeabilität der Bremsscheibe nicht wesentlich von der der Luft verschieden ist. Für μ ist also in den Formeln (17) und (18) überall $\frac{\delta_1}{\delta}$ zu setzen. Sind die Lücken zwischen den Polen sehr groß, so ist eventuell der Rechnung ein größerer Luftspalt zu Grunde zu legen, als wirklich vorhanden ist. Die erste der Gl. (17) geht also über in:

$$l = 4 \frac{\delta_1}{\delta} \lambda. \qquad (17a)$$

Nun kehren wir zur Diskussion der Stromverteilung zurück. Aus Gl. (18a) sieht man, daß sich die Amplituden von i_x und i_y verhalten wie $\frac{\tau}{\lambda}$, dasselbe war aber auch bei Vernachlässigung der

Selbstinduktion der Fall, Gl. (15), so daß das allgemeine Bild der Strömung, Fig. 3, durch die Rückwirkung nicht verändert wird. Dagegen ist jetzt eine Verschiebung der gesamten Strömung um den Winkel ψ oder um die Strecke $\frac{\psi}{\alpha}$ in Richtung des positiven x eingetreten. Wir erhalten also das bemerkenswerte Resultat, daß **durch die Rückwirkung der Wirbelströme auf das ursprüngliche Feld der Charakter der Strömung nicht verändert wird, daß dagegen eine Verschiebung jedes einzelnen Stromteilchens in der Richtung der Plattenbewegung eingetreten ist.** Unter Beachtung der Gl. (18) erhält man den Verschiebungswinkel aus:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{v}{s} \frac{l}{w} = 4 \frac{v}{s} \frac{\delta_1}{\delta} \frac{\tau}{1 + \left(\frac{\tau}{\lambda}\right)^2} \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Diese Verschiebung gibt ein Maß für die Stärke der Ankerrückwirkung; es ist zu sehen, daß sie, außer von der Geschwindigkeit, bei ähnlich gebauten Bremsen — bei denen also $\frac{\delta_1}{\delta}$ und $\frac{\tau}{\lambda}$ konstant ist — auch noch von der absoluten Dimension abhängig ist, daß also die **Rückwirkung bei großen Bremsen viel stärker ist als bei kleinen.**

Die absolute Stärke der Strömung folgt aus Gl. (18a), wenn man die Werte von R und S aus Gl. (18) einsetzt.

$$\sqrt{R^2 + S^2} = \frac{v}{\sqrt{\left(\frac{s\,w}{l}\right)^2 + v^2}} B_1 = \frac{\frac{v}{s} l}{\sqrt{\left(\frac{v}{s} l\right)^2 + w^2}} B_1$$

$$\left.\begin{aligned} J_1 &= \frac{\frac{v}{s}}{\sqrt{\left(\frac{v}{s} l\right)^2 + w^2}} B_1 \\ J_2 &= \frac{\lambda}{\tau} \frac{\frac{v}{s}}{\sqrt{\left(\frac{v}{s} l\right)^2 + w^2}} B_1 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Setzt man in diesen Gleichungen $l = 0$ — das bedeutet ja, daß keine Rückwirkung vorhanden sein soll —, so gehen sie ohne weiteres in die Amplituden der Gl. (15) über. Aber auch, wenn v sehr klein

ist, darf man unter dem Wurzelzeichen das erste Glied gegenüber dem zweiten vernachlässigen und erhält auch so den Anschluß an die selbstinduktionsfreie Strömung.

Den Gesamtstrom, den ein Pol in der Bremsscheibe erzeugt, erhält man aus

$$\overline{J} = \delta \int_{-\frac{\tau}{2}+\frac{\psi}{\alpha}}^{+\frac{\tau}{2}+\frac{\psi}{\alpha}} i_y \, d x \qquad \text{für } y = 0.$$

Die Integration liefert ohne weiteres

$$\overline{J} = \frac{2}{\pi} \, \delta \, \tau \, J_2,$$

wenn der Gesamtstrom als positiv gerechnet wird. Setzt man J_2 aus Gl. (21) ein, so folgt:

$$\overline{J} = \frac{2}{\pi} \, \delta \, \lambda \, \frac{\frac{v}{s} B_1}{\sqrt{\left(\frac{v}{s} l\right)^2 + w^2}}.$$

Schreibt man dies:

$$\overline{J} = \frac{\frac{2}{\pi} \lambda v B_1}{\sqrt{\left(\frac{v l}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{s w}{\delta}\right)^2}}, \quad \ldots \ldots \quad (22)$$

so erkennt man, daß der Zähler dieses Ausdruckes die mittlere induzierte E.M.K. bedeutet, $\frac{s w}{\delta}$ ist der Widerstand, $\frac{v l}{\delta}$ die Reaktanz einer mittleren Stromröhre. Es ist also für uns:

w proportional dem Widerstande,
l proportional dem Selbstinduktionskoeffizienten.

In diesem speziellen Falle der scheibenförmigen Wirbelstrombremsen in einem sinusförmigen Magnetfelde ist also die Selbstinduktion der Strombahnen unabhängig von der Geschwindigkeit. Das Feld des Stromes selbst ergibt sich jetzt zu:

$$\mathfrak{B}_z^s = -4 \lambda \frac{\delta_1}{\delta} J_1 \, . \, \sin(\alpha x - \psi) \, . \, \cos \beta y.$$

Es ließen sich nun nach Gl. (1) und (4) die in der Platte auftretende freie Elektrizität und deren Potential berechnen, doch hat

die Durchführung der umständlichen Rechnungen nicht viel Zweck, da die auftretenden Spannungen nur sehr klein sind und für die Vorausberechnung und Untersuchung von Wirbelstrombremsen von geringem Interesse sind. Wir wenden uns daher sofort der Berechnung der Leistung der Bremsen zu.

In jedem Volumenelemente wird durch den Strom i ein Effekt $i^2 s$ in Wärme umgesetzt. Der Effekt, der in einem Plattenabschnitte vergeudet wird, der eine Polteilung umfaßt, kann als von einem Pole erzeugt betrachtet werden. Er ist

$$W = s\,\delta_1 \int_0^{\tau} \int_{-\frac{\lambda}{2}}^{+\frac{\lambda}{2}} i^2 \,.\, dx\, dy.$$

Da der Ausdruck i^2 als skalares Produkt aufzufassen ist, fallen Produkte von i_x und i_y von vornherein fort, es ist $i^2 = i_x{}^2 + i_y{}^2$. Die Integrale nach Gl. (19) lauten einzeln:

$$\int_0^{\tau} \sin^2 (\alpha x - \psi)\, dx = \int_0^{\tau} \cos^2 (\alpha x - \psi)\, dx = \frac{\tau}{2}$$

$$\int_{-\frac{\lambda}{2}}^{+\frac{\lambda}{2}} \sin^2 \beta y \,.\, dy = \int_{-\frac{\lambda}{2}}^{+\frac{\lambda}{2}} \cos^2 \beta y \,.\, dy = \frac{\lambda}{2}.$$

Also ist:

$$W = \frac{1}{4}\, s\, \delta_1\, \tau\, \lambda\, (J_1{}^2 + J_2{}^2).$$

Nach Gl. (21) ist, unter Beachtung von Gl. (17):

$$J_1{}^2 + J_2{}^2 = \left(1 + \frac{\lambda^2}{\tau^2}\right) \frac{\left(\frac{v}{s} B_1\right)^2}{\left(\frac{v}{s} l\right)^2 + w^2} = \frac{\lambda}{\tau} \left(\frac{v}{s}\right)^2 B_1{}^2 \frac{w}{\left(\frac{v}{s} l\right)^2 + w^2}.$$

Daher wird:

$$W = \frac{1}{4} \frac{\delta_1}{s} v^2 B_1{}^2 \lambda^2 \frac{w}{\left(\frac{v}{s} l\right)^2 + w^2}. \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Dies ist die Bremsleistung eines Polabschnittes im absoluten elektromagnetischen Maße. Wünscht man sie in Watt auszudrücken,

so muß man noch mit 10^{-7} multiplizieren. Alle Abmessungen sind natürlich in Zentimeter und Zentimeter/Sekunden zu nehmen, der spezifische Widerstand s ist im absoluten Maße einzuführen.

Die Bremskraft eines Poles erhält man als $\frac{W}{v}$ zu [1]):

$$K = \frac{1}{4} \frac{\delta_1}{s} v B_1^2 \lambda^2 \frac{w}{\left(\frac{v}{s} l\right)^2 + w^2} . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Man kann die Bremskraft auch nach der Gleichung für die elektrodynamische Kraft berechnen

$$K = \int\int\int [i, \mathfrak{B}^a]\, d\,x\, d\,y\, d\,z.$$

Das führt natürlich zu demselben Resultate, doch sieht man dann, daß in der Bremsscheibe auch innere mechanische Kräfte auftreten, die sich bei der Integration über einen Polabschnitt aufheben, die aber eine sehr komplizierte Spannungsverteilung in der Bremsscheibe hervorrufen. Diese mechanischen Spannungen, die die Scheibe auf Knickung beanspruchen, sind bei dünnen Bremsscheiben sehr wohl zu beachten.

Wie es zu sehen ist, wächst bei der hier besprochenen Form der Wirbelstrombremsen sowohl die Leistung als die Bremskraft proportional dem Quadrate der Induktion im unbeeinflußten Felde, was für die zahlenmäßige Rechnung sehr angenehm ist. Die Abhängigkeit von der Geschwindigkeit, der Plattenstärke und vom spezifischen Widerstande ist weniger leicht zu erkennen, doch ist sowohl für die Bremskraft als auch für die Stromdichte nur das Verhältnis von $\frac{v}{s}$ maßgebend [2]).

Am meisten interessiert die Abhängigkeit von der Geschwindigkeit. Die Bremsleistung ist proportional dem Ausdrucke:

$$\frac{v^2}{\left(\frac{s\,w}{l}\right)^2 + v^2},$$

[1]) Dies ist ein ganz ähnlicher Ausdruck, wie man ihn für das Drehmoment eines asynchronen Drehfeldmotors kennt. In der Tat stimmen beide Probleme in ihrer Wirkungsweise genau überein, wenn man die Schlüpfung für die Geschwindigkeit setzt.

[2]) Dasselbe folgert O. M. Corbino aus der Hertzschen Arbeit. Physikalische Zeitschrift 1905, Bd. 6, S. 227.

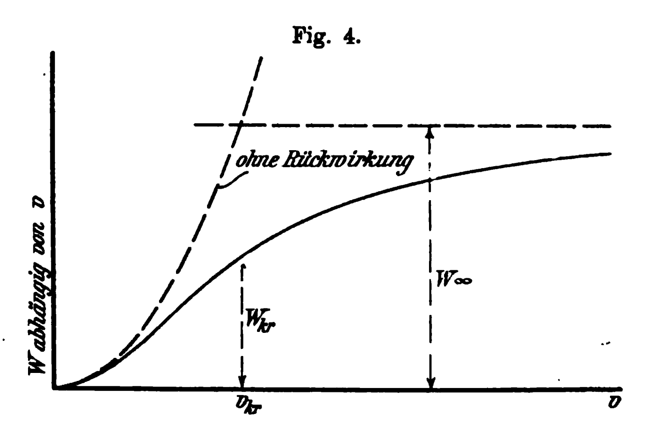


sie wird also durch Fig. 4 in Abhängigkeit von v dargestellt. Die Parabel, die man bei Vernachlässigung der Rückwirkung, also für $l = 0$, erhalten würde, ist gestrichelt hinzugefügt. Die Abweichungen sind schon bei verhältnismäßig kleiner Geschwindigkeit beträchtlich. Für große Geschwindigkeiten wächst die Bremsleistung nur noch unerheblich, um einem Grenzwerte zuzustreben, der sich aus Gl. (23) für $v = \infty$ berechnet zu:

$$W_\infty = \frac{1}{64} \frac{\delta^2}{\delta_1} s B_1^2 w. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23\,a)$$

Man sieht hier schon, daß es für große Bremsgeschwindigkeiten zweckmäßiger sein kann, eine recht dünne Scheibe mit recht hohem spezifischem Widerstande zu wählen als umgekehrt.

Fig. 4.



Die Bremskraft ist proportional dem Ausdrucke:

$$\frac{v}{\left(\frac{s\,w}{l}\right)^2 + v^2},$$

der in Fig. 5 graphisch dargestellt ist. Während dieselbe ohne Selbstinduktion proportional der Geschwindigkeit wüchse (die gestrichelte Gerade in Fig. 5), steigt sie in Wirklichkeit langsamer, um sogar nach Ueberschreitung eines Maximums bei zunehmender Geschwindigkeit wieder geringer zu werden. Für sehr große Geschwindigkeiten nähert sich die Bremskraft asymptotisch dem Werte Null. Dieses eigentümliche Verhalten von Wirbelstrombremsen ist nun im stande, deren ganze Wirksamkeit in gewissen Fällen in Frage zu stellen, wenn nicht beim Entwurfe derselben genügend darauf

geachtet wird. Vielleicht erklären sich dadurch manche Mißerfolge, die man in der Praxis mit Wirbelstrombremsen erzielte.

Die Geschwindigkeit, wir wollen sie die „kritische" nennen und mit v_{kr} bezeichnen, bei der das Maximum der Bremskraft auftritt, ist aus Gl. (24) leicht zu bestimmen. Wir sehen aber vorher, wenn wir den Wert für l aus Gl. (17 a) einsetzen, daß es nicht nur auf den Wert von v ankommt, sondern auf das Verhältnis $\frac{v\,\delta_1}{s}$, das das Steigen oder Fallen der Bremskraftkurve bedingt. Der Luftspalt δ muß als

Fig. 5.

gegeben betrachtet werden, da er sich nach anderen Rücksichten zu richten hat.

Man kann also schreiben:

$$K = \frac{1}{4}\, B_l^2 \lambda^2 w \frac{\frac{v\,\delta_1}{s}}{\left(\frac{v\,\delta_1}{s} \cdot \frac{4\lambda}{\delta}\right)^2 + w^2}.$$

Wir betrachten jetzt die Dimensionen des Magnetfeldes, also λ, τ, δ, und damit auch w als konstant, und wollen sehen, in welchem Falle wir das Maximum der Bremskraft erreichen können. Die Differentiation des letzten Bruches nach $\frac{v\,\delta_1}{s}$ liefert die Bedingung:

$$\left(\frac{v\,\delta_1}{s} \cdot \frac{4\lambda}{\delta}\right)^2 + w^2 - 2\left(\frac{v\,\delta_1}{s}\right)^2 \left(\frac{4\lambda}{\delta}\right)^2 = 0,$$

also:

$$\left(\frac{v\,\delta_1}{s}\right)_{kr} = \frac{\delta\, w}{4\lambda}. \qquad (25)$$

Die kritische Geschwindigkeit selbst ergibt sich hieraus zu:

$$v_{kr} = \frac{s\,w}{l} = \frac{1}{4}\,\frac{\delta}{\delta_1}\,\frac{s}{\tau}\left[1 + \left(\frac{\tau}{\lambda}\right)^2\right]. \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

und die maximale erreichbare Bremskraft ist:

$$K_{kr} = \frac{1}{32}\,\lambda\,\delta\,B_1^{\,2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24\,a)$$

Wie man leicht aus Gl. (26) erkennt, ist dann nämlich im Nenner von Gl. (24): $w^2 = \left(\frac{v\,l}{s}\right)^2$. Daher ist die kritische Bremskraft genau die Hälfte von derjenigen, die bei derselben Geschwindigkeit ohne Rückwirkung vorhanden wäre. Genau dasselbe gilt auch von der kritischen Leistung:

$$W_{kr} = \frac{1}{128}\,\frac{\delta^2}{\delta_1}\,s\,B_1^{\,2}\,w, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23\,b)$$

die außerdem, wie der Vergleich mit Gl. (23 a) lehrt, die Hälfte der überhaupt mit der Bremse möglichen Leistungsumsetzung angibt. Aus Gl. (26) geht nun hervor, daß die kritische Geschwindigkeit bei ähnlich gebauten Bremsen $\left(\frac{\delta}{\delta_1} = \text{konst.};\ \frac{\tau}{\lambda} = \text{konst.}\right)$ umgekehrt proportional den absoluten Abmessungen, nämlich τ, ist. Wir dürfen also erwarten, daß große Bremsen über, kleinere unter dieser Geschwindigkeit arbeiten; daß also kleine Bremsen mit steigender Geschwindigkeit wachsende Bremskraft ergeben, große aber sinkende. Dies steht in Uebereinstimmung mit einem auffälligen Resultate, das Feußner erwähnt[1]).

Wie eine einfache zahlenmäßige Rechnung zeigt, arbeiten nun manche ausgeführte Bremsen weit über der kritischen Geschwindigkeit und daher nicht mit einer solchen Ausnutzung des Materials, wie es im Interesse der Wirtschaftlichkeit verlangt werden muß. Wie Fig. 5 und Gl. (25) lehrt, haben wir zur Steigerung der Bremskraft und Leistung in diesem Falle den Ausdruck $\frac{v\,\delta_1}{s}$ zu verkleinern. Wollen wir also die Geschwindigkeit beibehalten, so erreichen wir eine Verbesserung der Wirkung, wenn wir die Bremsscheibe dünner wählen oder aus schlechter leitendem Material herstellen.

Aus Gl. (24 a) erkennt man, daß die überhaupt erreichbare Bremskraft ganz unabhängig von der Plattendicke ist, sie tritt jedoch bei

---

[1]) K. Feußner, E.T.Z. l. c.

dicken Scheiben schon bei geringer, bei dünnen Scheiben erst bei großer Bremsgeschwindigkeit ein. Beim Neuentwurfe derartiger Bremsen wird man zweckmäßigerweise unter dem kritischen Zustande bleiben, nicht nur, weil dies eine Verbilligung der Maschine bedingt, sondern hauptsächlich, damit beim zufälligen Vergrößern der Geschwindigkeit kein Versagen der Bremswirkung möglich ist.

Die Ursache dieser merkwürdigen Erscheinungen erkennt man am klarsten, wenn man den Verschiebungswinkel ψ beobachtet, der hier genau dieselbe Rolle spielt, wie die Phasenverschiebung bei den gewöhnlichen Wechselströmen. Vergleicht man Gl. (26) mit Gl. (20), so sieht man, daß diese sich auch schreiben läßt:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{v}{v_{kr}} \quad \quad (20\,a)$$

Bei kleinen Geschwindigkeiten ist die Verschiebung sehr klein und jeder Magnetpol kann auf die direkt unter ihm liegende Strömung, Fig. 3, eine starke elektrodynamische Kraft ausüben. Wächst die Geschwindigkeit, so wird die Verschiebung größer, um im kritischen Zustande den Wert von 45° zu erreichen. Die Ströme liegen jetzt zu den Magnetpolen zwar nicht mehr so günstig, doch ist ihre absolute Stärke gewachsen, so daß hier ein Maximum der Kraftwirkung stattfindet. Bei noch größerer Geschwindigkeit gelangt die Strömung schließlich auch in den Bereich des nächstfolgenden entgegengesetzten Poles, der natürlich auch die entgegengesetzte Kraft auf sie äußert, und bei unendlicher Geschwindigkeit würde $\psi = 90^0$ sein, die Wirkungen der Pole auf die Strömung halten sich das Gleichgewicht, eine Kraftäußerung liegt nicht mehr vor. Daß der Effekt jetzt nicht auch verschwindet, liegt eben am Unendlichwerden der Geschwindigkeit.

Bisher wurde angenommen, die Hauptdimensionen der Bremse lägen fest und es sollte der günstigste Betriebszustand aufgesucht werden. Beim Entwurfe einer neuen Bremse kommt es aber darauf an, diese Dimensionierung von vornherein so zu treffen, daß die Maschine am wirtschaftlichsten arbeitet. Da der Wirkungsgrad einer Bremse naturgemäß stets gleich 1 ist, so heißt das, es soll mit möglichst wenig Materialaufwand eine möglichst große Leistung abgebremst werden können. Die Größe des Materialaufwandes richtet sich für normale Ausführungen in erster Linie nach der gesamten Bremsfläche, d. h. nach $\lambda \cdot \Lambda$, wenn mit Λ der mittlere Umfang der ringförmigen Bremsscheibe bezeichnet wird. Es sind dann $\frac{\Lambda}{\tau}$ Polabschnitte vor-

handen. Nun fragt es sich, welches Verhältnis von $\frac{\lambda}{\tau}$ sollen wir wählen, um die Bremse am leistungsfähigsten zu machen, und wie sollen wir die Abmessungen der Bremsscheibe, also $\frac{\lambda}{\Lambda}$ ausführen?[1])

Multipliziert man Gl. (23) mit $\frac{\Lambda}{\tau}$, so erhält man den Gesamteffekt der Bremse zu:

$$W_g = \frac{1}{4}\,\frac{\delta_1}{s}\,v^2\,B_1{}^2\,\Lambda\,\lambda\,\frac{\lambda}{\tau}\,\frac{w}{\left(\frac{v}{s}\,l\right)^2 + w^2} \quad . \quad . \quad (27)$$

$\Lambda\,.\,\lambda$ wird offenbar am kleinsten, wenn der Ausdruck

$$\frac{\lambda}{\tau}\,\frac{w}{\left(\frac{v}{s}\,l\right)^2 + w^2} = \frac{1+\left(\frac{\lambda}{\tau}\right)^2}{\left(\frac{4\,v\,\delta_1\,\lambda}{s\,\delta}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\lambda}+\frac{\lambda}{\tau}\right)^2},$$

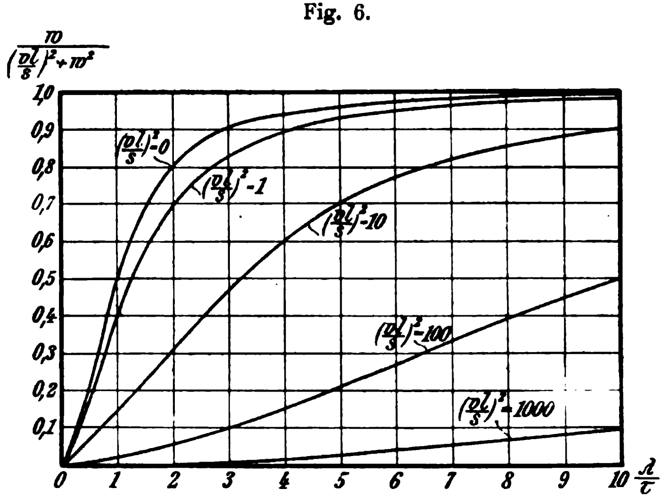
der allein von λ und τ abhängt, möglichst groß wird. Das erste Glied im Nenner, $\frac{v}{s}\,l$, ist nach früherem umso größer, je größer die Rückwirkung der Ströme ist. Die Forderung geringer Rückwirkung deckt sich also mit der günstigster Dimensionierung. Für den Wert $\frac{v\,\delta_1}{s}$ gibt es einen günstigsten Wert nach Gl. (25), es ist derjenige, der die Bremse im kritischen Zustande arbeiten läßt; jedoch wird man der Sicherheit halber praktisch besser darunter bleiben. Die Größe des Luftspaltes δ läßt sich nicht beliebig steigern, weil sonst die Magnete zu groß ausfallen würden. Die Rückwirkung läßt sich also nur gering halten durch möglichst geringe Plattenbreite λ. Als erste Forderung eines guten Entwurfes hätten wir also zu betrachten, daß $\frac{\lambda}{\Lambda}$ möglichst klein sein soll. Ist allerdings nicht die Umfangsgeschwindigkeit v, sondern die Tourenzahl n der scheibenförmigen Bremse vorgeschrieben, so ändert sich dies, denn es ist v proportional $n\,.\,\Lambda$, also bei konstantem $\lambda\,.\,\Lambda$ ist n proportional $v\,.\,\lambda$. Dann erreicht man durch kleines $\frac{\lambda}{\Lambda}$ keinen Vorteil mehr, denn

[1]) Die Frage der günstigsten Dimensionierung ist zuerst von E. Beckmann, l. c., behandelt worden, jedoch ist dort die Rückwirkung der Wirbelströme unberücksichtigt gelassen.

$\frac{v}{s}$ l bleibt jetzt für alle Werte von λ dasselbe. **Man kann jedoch** unter Umständen durch Zerschneiden der Bremsscheibe in mehrere schmälere Ringscheiben eine Erhöhung der Bremswirkung erzielen.

Die Abhängigkeit der Bremsleistung von $\frac{\lambda}{\tau}$ ist für verschieden starke Rückwirkung in Fig. 6 nach obiger Formel dargestellt. Man sieht, daß es gut ist, möglichst schmale, aber lange Pole

Fig. 6.



anzuwenden, umsomehr, je größer die Bremse ist, um günstige Dimensionen zu erhalten [1]).

Nachdem der Fall eines sinusförmigen Feldes $\mathfrak{B}^a$ eingehend diskutiert ist, können wir jetzt dazu übergehen, ein beliebig gestaltetes, aber symmetrisches Feld vorauszusetzen. Es sei nach trigonometrischen Funktionen entwickelt zu:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B}^a_x &= \mathfrak{B}^a_y = 0 \\ \mathfrak{B}^a_z &= \Sigma\, B_{pq} \,.\, \cos p\, \frac{\pi}{\tau}\, x \,.\, \cos q\, \frac{\pi}{\lambda}\, y \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \quad (28)$$

Dann können wir sämtliche Formeln für die Stromverteilung und für

[1]) Die Kurve für $\frac{v\,l}{s} = 0$ ist ähnlich der von Beckmann, l. c., hergeleiteten. Nimmt man für beide Fälle gleiche Kraftlinienzahlen eines Poles an, so decken sie sich für „quadratische Pole" numerisch genau. Dort ist auch schon die Forderung gestellt, $\frac{\lambda}{\tau}$ klein zu halten.



das Selbstinduktionsfeld aus den obigen herleiten, wenn wir alle Oberwellen einzeln behandeln, wenn wir also schreiben $\frac{\tau}{p}$ statt τ und $\frac{\lambda}{q}$ statt λ. Die vollständige Lösung erhalten wir durch Addition der partikulären.

Der Stromverlauf wird also dargestellt durch:

$$\left.\begin{aligned} i_x &= -\Sigma J_{pq} \,.\, \sin(p\alpha x - \psi_{pq}) \,.\, \sin q\beta y \\ i_y &= -\Sigma \frac{\lambda}{\tau} \frac{p}{q} J_{pq} \,.\, \cos(p\alpha x - \psi_{pq}) \,.\, \cos q\beta y \end{aligned}\right\} \quad . \quad (29)$$

wobei:

$$J_{pq} = \frac{\frac{v}{s}}{\sqrt{\left(\frac{v}{s} l_q\right)^2 + w_{pq}^2}} \,.\, B_{pq} \quad . \; . \; . \quad (30)$$

und:

$$l_q = 4 \frac{\delta_1}{\delta} \frac{\lambda}{q}; \quad w_{pq} = \frac{\tau}{\lambda} \,.\, \frac{q}{p} + \frac{\lambda}{\tau} \,.\, \frac{p}{q}. \quad . \; . \quad (31)$$

Die Verschiebung der Oberströme ergibt sich zu:

$$\operatorname{tg} \psi_{pq} = \frac{v}{s} \frac{l_q}{w_{pq}} = 4 \frac{v}{s} \frac{\delta_1}{\delta} \frac{\tau}{p} \frac{1}{1 + \left(\frac{\tau}{\lambda} \frac{q}{p}\right)^2}. \quad . \quad (32)$$

Man sieht aus dieser letzten Gleichung, daß die Verschiebung jedes Oberstromes einen anderen Wert besitzt und auch nach dem Grade seiner Ordnungszahlen in verschiedener Weise von der Geschwindigkeit abhängt. Das Gesamtbild der Strömung bleibt daher nicht, wie es bei dem reinen Sinusfelde der Fall war, ungeändert, sondern es wird mit wachsender Geschwindigkeit vollständig verzerrt. Die Verschiebung der Oberströmungen ist im allgemeinen viel kleiner als die der Grundströmung. *Es ist daher jetzt auch nicht mehr möglich, jedem Stromfaden einen bestimmten Selbstinduktionskoeffizienten zuzuschreiben*, da bei einer Veränderung der Geschwindigkeit die Gestalt aller Stromfäden verzerrt wird.

Man sollte eigentlich erwarten, daß durch die Selbstinduktion die Oberströme stark geschwächt würden, indem ihre Reaktanz $v \,.\, l_q$ größer wäre als beim Grundstrome, wie es von den gewöhnlichen Wechselströmen her bekannt ist. Dies ist aber hier nicht der Fall, weil bei den schnell pulsierenden Strömen nicht allein die E.M.K. der Selbstinduktion größer ist, sondern in demselben Verhältnisse auch die

durch Bewegung vom Felde $\mathfrak{B}^a$ induzierte Spannung. Wie die Gl. (30) und (31) lehren, sind die Oberströme nur dann schwach, wenn auch ihre erzeugenden Oberfelder klein sind.

Zur Berechnung der Leistung und Bremskraft ist zu beachten, daß wir zwar diejenige, die einem Polabschnitte jedes Oberfeldes entspricht, durch Vertauschung von τ mit $\frac{\tau}{p}$ und von λ mit $\frac{\lambda}{q}$ aus Gl. (23) und (24) erhalten können, daß aber die Leistung W_{pq} jedes wirklichen Polabschnittes der Platte im Verhältnis $p \cdot q$ größer ist, weil auf jede Grundperiode $p \cdot q$ Perioden der Oberfelder entfallen. Demnach wird:

$$W = \frac{1}{4} \frac{\delta_1}{s} v^2 \lambda^2 \Sigma B_{pq}{}^2 \frac{p}{q} \frac{w_{pq}}{\left(\frac{v}{s} l_q\right)^2 + w_{pq}{}^2} \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

$$K = \frac{1}{4} \frac{\delta_1}{s} v \lambda^2 \Sigma B_{pq}{}^2 \frac{p}{q} \frac{w_{pq}}{\left(\frac{v}{s} l_q\right)^2 + w_{pq}{}^2} \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

Für kleine Geschwindigkeiten ist auch jetzt $\frac{v}{s} l_q$ klein gegen w_{pq}, so daß dann die Bremskraft proportional der Geschwindigkeit wächst. Bei größerer Geschwindigkeit wächst sie langsamer und nähert sich auch hier, nach Ueberschreitung eines Maximums, für sehr große Geschwindigkeiten dem Werte Null. Die Lage des Maximums ist nur zu ermitteln, wenn die einzelnen Harmonischen $\mathfrak{B}_{pq}$ des Feldes gegeben sind; jedenfalls tritt es aber erst für größere Geschwindigkeiten ein als beim Grundfelde allein. Auch die Bremsleistung erreicht für sehr große Geschwindigkeiten einen Grenzwert, der größer ist, als beim Grundfelde allein, er ist:

$$W_\infty = \frac{1}{64} \frac{\delta^2}{\delta_1} s \Sigma B_{pq}{}^2 p q w_{pq} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33a)$$

Da p und q stets ganze Zahlen größer als 1 sind, so kann unter Umständen die Bremskraft und Leistung der Oberfelder die des Grundfeldes überwiegen.

Die kritische Geschwindigkeit jedes Oberfeldes für sich genommen berechnet sich zu:

$$v_{pq\,kr} = s \frac{w_{pq}}{l_q} = \frac{1}{4} \frac{\delta}{\delta_1} \frac{s}{\tau} p \left[1 + \left(\frac{\tau}{\lambda} \frac{q}{p}\right)^2\right], \quad . \quad (35)$$

sie wächst also mit der Ordnungszahl der Oberfelder. Daher kann es leicht kommen, daß bei stark ausgeprägten Oberfeldern die wahre

kritische Geschwindigkeit der Bremse weit oberhalb der des Grundfeldes liegt. Mit Gl. (35) kann man Gl. (32) auch noch schreiben:

$$\operatorname{tg} \psi_{p\,q} = \frac{v}{v_{p\,q\,kr}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (32a)$$

analog der früheren Beziehung für das Grundfeld.

Der Einfluß der Oberfelder macht sich also in der Weise geltend, daß sowohl die Bremskraft- als auch die Leistungskurve in Fig. 5 und 6 hauptsächlich im Gebiete großer Geschwindigkeiten gehoben wird. Ihr allgemeiner Verlauf bleibt jedoch ungeändert, so daß die früher gezogenen Schlüsse auch für beliebige Felder anwendbar sind.

Die hier entwickelte Theorie der scheibenförmigen Wirbelstrombremsen gilt natürlich auch noch, wenn wir in Fig. 2 die eine Reihe der Magnetpole durch ein eisernes Joch ersetzen, das die Kraftlinien des Feldes $\mathfrak{B}^a$ zwingt, die Bremsscheibe senkrecht zu durchsetzen. Da, besonders im ersteren Falle, bei kleinen Polschuhen der Weg, den die Ankerkraftlinien in Luft zu durchlaufen haben, im Durchschnitt größer sein wird als der doppelte Luftspalt, so wird es hier wahrscheinlich nötig sein, den der ganzen Rechnung zu Grunde gelegten Wert δ noch mit einem Korrektionsfaktor, der größer als 1 ist, zu versehen. Seine Größe hängt von der Bauart der Bremse ab und ist im einzelnen Falle leicht experimentell oder aus einem Kraftlinienbilde zu ermitteln. Würden die Pole von der Scheibe so weit entfernt sein, daß die Selbstinduktionskraftlinien ganz in Luft verliefen, so hätte man statt δ zu setzen $\frac{\tau}{\pi}$.

Wenn bei scheibenförmigen Bremsen die Selbstinduktion sehr klein, oder aber der Widerstand der Strombahnen sehr groß ist, dann darf man in der Formel (33) für die Leistung im Nenner $\left(\frac{v}{s}\, l_q\right)^2$ gegen $(w_{p\,q})^2$ vernachlässigen und erhält

$$W_0 = \frac{1}{4}\,\frac{\delta_1}{s}\, v^2 \lambda^2 \Sigma \frac{B_{p\,q}{}^2}{\frac{\lambda}{\tau} + \frac{\tau}{\lambda}\left(\frac{q}{p}\right)^2} . \quad . \; . \quad (33b)$$

Die Formel liefert eine genügende Näherung nur, wenn nach Gl. (31) für jedes harmonische Feld

$$\left(4\,\frac{v}{s}\,\frac{\delta_1}{\delta}\,\frac{\lambda}{q}\right)^2 \text{ klein gegen } \left(\frac{\tau}{\lambda}\,\frac{q}{p} + \frac{\lambda}{\tau}\,\frac{p}{q}\right)^2$$

ist, eine Bedingung, die für die Oberfelder, also größeres p und q, sicher erfüllt ist, wenn sie für die Grundwelle schon besteht. Es genügt also, die Forderung

$$\left(4\,\frac{v}{s}\,\frac{\delta_1}{\delta}\,\lambda\right)^2 \text{ klein gegen } \left(\frac{\tau}{\lambda}+\frac{\lambda}{\tau}\right)^2$$

zu erfüllen, um die Anwendbarkeit der Gl. (33b) zu sichern.

Diese Verhältnisse liegen z. B. vor bei den Wirbelströmen, die in den Bandagen von Dynamoankern bei deren Bewegung durch das Magnetfeld erzeugt werden. Obgleich die Bänder meist aus dicht aneinander liegenden verlöteten Drähten von kreisförmigem Querschnitte bestehen, können wir sie doch als Leiter von entsprechend reduzierter gleichmäßiger Dicke δ_1 auffassen, weil in ihnen die Wirbelströme hauptsächlich in der Längsrichtung der Drähte laufen. Die Breite eines Drahtbandes, λ, ist nämlich stets klein gegen die Polteilung; man darf daher auch überall $\frac{\lambda}{\tau}$ gegen $\frac{\tau}{\lambda}$ vernachlässigen, was meist nur einen Fehler von weniger als 1 % ausmacht. Um einen Ueberschlag zu machen, können wir setzen: $\lambda = 2{,}0$ cm, $\tau = 30$ cm, dann ist $^1/_{15}$ sehr klein gegen 15. Es sei ferner die Umfangsgeschwindigkeit $v = 10^3$ cm/sec, der spezifische Widerstand für Siliciumbronze $s = 5 \cdot 10^3$, der Luftspalt dort, wo die Drahtbänder liegen, $\delta = 0{,}8$ cm, die mittlere Dicke der Bandage $\delta_1 = 0{,}1$ cm. Dann ist

$$\left(4\,\frac{v}{s}\,\frac{\delta_1}{\delta}\,\lambda\right)^2 = 9{,}0 \qquad \left(\frac{\tau}{\lambda}\right)^2 = 225,$$

so daß die Näherungsformel (33b) anwendbar ist. Sie geht über in

$$W_{Band} = \frac{1}{4}\,\frac{\delta_1}{s}\,v^2\,\frac{\lambda^3}{\tau}\,\Sigma\left(\frac{p}{q}\right)^2 B_{pq}{}^2,$$

wenn man $\frac{\lambda}{\tau}$ im Nenner streicht, was bei nicht allzugroßen p erlaubt ist.

Nun ist das Feld über der ganzen Breite des Drahtbandes konstant, wir können also alle Oberwellen in der y-Richtung, die die Ordnungsziffer q haben, summieren, wenn wir beachten, daß nach der Entwicklung von Fourier:

$$1 = \frac{4}{\pi}\left(\cos\beta y - \frac{1}{3}\cos 3\beta y + \frac{1}{5}\cos 5\beta y - + \ldots\right)$$

$$= \frac{4}{\pi}\,\Sigma \pm \frac{1}{q}\cos\beta_q J.$$

Es wird dann

$$B_{pq} = \pm \frac{4}{\pi} \frac{1}{q} B_p$$

und

$$\Sigma \left(\frac{p}{q}\right)^2 B_{pq}{}^2 = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 . \Sigma \frac{1}{q^4} . \Sigma (p\, B_p)^2 = \frac{\pi^2}{6} \Sigma (p\, B_p)^2,$$

so daß der Verlust in einem Drahtbande pro Polabschnitt sich berechnet zu

$$W_{Band} = \frac{\pi^2}{24} \frac{\delta_1}{s} v^2 \frac{\lambda^3}{\tau} \Sigma (p\, B_p)^2 . 10^{-7} \text{ Watt.} \quad . \quad (33c)$$

Um ihn gering zu halten, sollte man möglichst schmale Drahtbänder anwenden, da er mit der dritten Potenz ihrer Breite steigt. Man sieht auch, daß bei nicht sinusförmiger Feldkurve der Dynamo die Oberfelder eine beträchtliche Erhöhung der Bandagenverluste bewirken.

Theorie der massiven Wirbelstrombremsen.

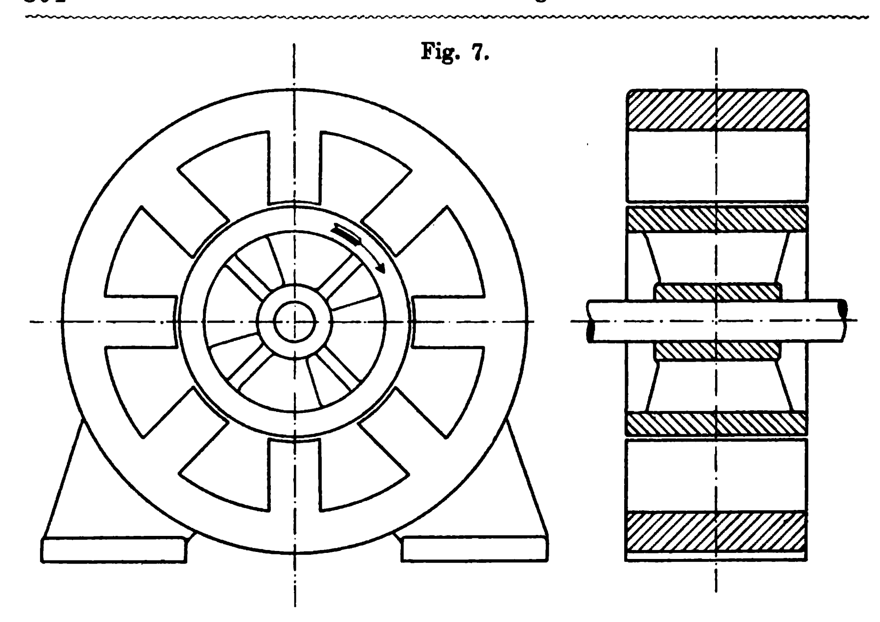
Zum Abbremsen größerer Leistungen mittels Wirbelstrombremsen empfiehlt es sich nicht, eine besondere Bremsscheibe aus unmagnetischem Material zwischen Magnetpolen rotieren zu lassen, sondern es ist zweckmäßiger, einen massiven eisernen Bremskörper direkt als Anker für die Magnete zu benutzen. Man hat dann den Vorteil eines viel kleineren Luftspaltes und kann bei demselben Aufwande an Magnetmaterial und Erregerenergie mit viel stärkeren Induktionen arbeiten. Dies bedingt sicher auch eine Verstärkung der Wirbelströme und damit der Leistung, dagegen fragt es sich, wie die Rückwirkung der Ströme auf das Feld sich jetzt geltend macht. Die oben entwickelte Theorie ist auch nicht annäherungsweise zulässig, um in diesem komplizierteren Falle die Vorgänge zu beschreiben. Dort war geradlinige Magnetisierung und ebene Strömung vorausgesetzt, hier verlaufen die Induktionslinien im Bremskörper gekrümmt, die Strömung voraussichtlich sogar in räumlichen Kurven.

Die Anordnung einer derartigen Bremse ist aus Fig. 7 zu erkennen [1]), sie ähnelt sehr der einer gewöhnlichen Dynamomaschine; nur ist an Stelle des lamellierten Blechankers mit Kupferstäben am Umfange hier ein massiver eiserner Anker getreten. Wir machen wieder die Annahme, daß der Ankerradius groß sei im Vergleich zur Polteilung, um die Rechnung auf ein geradliniges Koordinatensystem

---

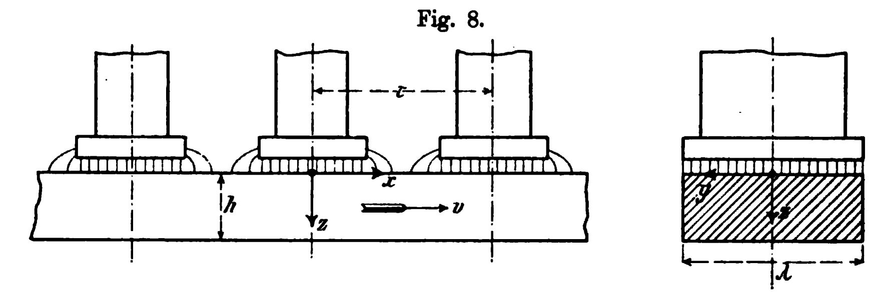
[1]) Ueber Konstruktionseinzelheiten vergl. Helios, E.T.Z 1899, S. 857; E. H. Rieter, E.T.Z. 1901, S. 194.

Fig. 7.



beziehen zu können [1]), Fig. 8. Um den Verlauf der Wirbelströme berechnen zu können, ist vor allen Dingen die genaue Kenntnis des erzeugenden Magnetfeldes im Bremskörper erforderlich. Unter denselben

Fig. 8.



Annahmen, wie sie hier gemacht wurden, habe ich das Feld in der E.T.Z. 1906, S. 109 berechnet. Es ergab sich zu:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B}_x^a &= \left(A\, e^{\pi \frac{z}{\tau}} + C\, e^{-\pi \frac{z}{\tau}}\right) . \sin \pi \frac{x}{\tau} \\ \mathfrak{B}_y^a &= 0 \\ \mathfrak{B}_z^a &= -\left(A\, e^{\pi \frac{z}{\tau}} - C\, e^{-\pi \frac{z}{\tau}}\right) . \cos \pi \frac{x}{\tau} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \quad (36)$$

[1]) Diese Vereinfachung ist hier in fast allen Fällen erlaubt, wie aus S. 322 hervorgeht.

wobei A und C die Bedeutung haben:

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{B_1}{e^{2\pi\frac{h}{\tau}} - 1} \\ C &= \frac{B_1}{1 - e^{-2\pi\frac{h}{\tau}}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (36a)$$

h ist die Eisentiefe des Ankers (siehe Fig. 8), τ die Polteilung, B_1 ist die Amplitude der ersten Harmonischen der Feldkurve. Für die höheren Harmonischen folgt die Induktion an jeder Stelle des Ankers nach genau denselben Beziehungen, wenn man nur τ als Halbperiode der betreffenden Oberwelle betrachtet. Wir wollen uns jedoch von vornherein auf den Fall einer sinusförmigen Feldkurve beschränken, da anders gestaltete Felder sich stets als Summe solcher auffassen lassen und genau entsprechend den letzten Bemerkungen des vorigen Abschnittes behandelt werden können. Auf den Beweis der Formeln (36) soll hier nicht eingegangen werden, da sie sich als Spezialfall in einem späteren Abschnitte ergeben werden.

Obgleich bei der jetzt behandelten Art der Bremsen die Rückwirkung der Wirbelströme aller Voraussicht nach sehr groß ausfallen wird, wollen wir doch zuerst den Fall vernachlässigbar kleiner Selbstinduktion ins Auge fassen, da wir an ihm eine zulässige Vereinfachung des Problems entwickeln können. Wir haben die Strömung also nach der Gl. (11) zu berechnen:

$$s \,.\, \mathrm{curl}\ \mathfrak{i} = -\frac{\partial \mathfrak{B}^a}{\partial t}.$$

Unter Vernachlässigung aller Grenzbedingungen suchen wir ein partikuläres Integral, wir können jedoch vorher, da auch die Grenze des Ankers, $z = h$, ins Unendliche rücken soll, den Ausdruck für das erzeugende Feld vereinfachen. Mit $h = \infty$ ergibt sich:

$$A = 0; \quad C = B_1;$$

so daß man erhält:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B}^a_x &= B_1\, e^{-\alpha z} \,.\, \sin \alpha x \\ \mathfrak{B}^a_z &= B_1\, e^{-\alpha z} \,.\, \cos \alpha x \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (37)$$

wenn wieder, wie früher in Gl. (13), $\alpha = \frac{\pi}{\tau}$ gesetzt wird.

Weil die seitlichen Begrenzungen des Ankers ins Unendliche rücken sollen, kann im zweidimensionalen Problem die Strömung nur in Richtung der E.M.K., also in y-Richtung fließen.

Wir setzen:

$$i_y = J \cdot e^{-\alpha z} \cdot \cos \alpha x;$$

dann ist:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{curl}_x\, i &= -\frac{\partial i_y}{\partial z} = J \alpha e^{-\alpha z} \cdot \cos \alpha x \\ \mathrm{curl}_y\, i &= 0 \\ \mathrm{curl}_z\, i &= \frac{\partial i_y}{\partial x} = -J \alpha e^{-\alpha z} \cdot \sin \alpha x \end{aligned}\right\}$$

und

$$\mathrm{div}\, i = \frac{\partial i_y}{\partial y} = 0.$$

Anderseits ist

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{B}_x^a}{\partial t} &= B_1 \alpha v \cdot e^{-\alpha z} \cdot \cos \alpha x \\ \frac{\partial \mathfrak{B}_z^a}{\partial t} &= -B_1 \alpha v \cdot e^{-\alpha z} \cdot \sin \alpha x \end{aligned}\right\}$$

Der Vergleich liefert:

$$J = -\frac{v}{s} B_1;$$

also ist:

$$i_y = -\frac{v}{s} B_1 \cdot e^{-\alpha z} \cdot \cos \alpha x \quad \ldots\ldots \quad (38)$$

die Strömung unter den gemachten Voraussetzungen.

Der Strom in der äußersten Grenzschicht, für $z = 0$, ist:

$$-\frac{v}{s} B_1 \cdot \cos \alpha x.$$

Dieser Ausdruck stimmt nun genau überein mit der Stromdichte in einer sehr breiten Kupferscheibe, wie wir sie in Gl. (15), auch unter Vernachlässigung der Selbstinduktion, fanden. Es war dort:

$$i_y = -\frac{1}{1 + \left(\frac{\tau}{\lambda}\right)^2} \cdot \frac{v}{s} B_1 \cdot \cos \alpha x \cdot \cos \frac{\pi}{\lambda} y.$$

Für $\lambda = \infty$ verschwindet i_x, weil es proportional $\sin \frac{\pi}{\lambda} y$ ist, i_y geht in den obigen Wert über. Die Korrektion, die man für endliche Werte von λ anzubringen hat, läßt sich also durch den Faktor $\frac{1}{1 + \left(\frac{\tau}{\lambda}\right)^2}$ darstellen, sie ist ebensogroß bei der Leistung und Bremskraft wie bei der Strömung, was nach Gl. (23) und (24) leicht zu verifizieren ist.

Da nun in beiden Problemen die Strömung für $\lambda = \infty$ sich nur um den Faktor $e^{-\alpha z}$, der nur eine Verminderung der Stromdichte nach unten ausdrückt, unterscheidet, so darf man erwarten, bei der massiven Wirbelstrombremse endliches λ durch einen ähnlichen Korrektionsfaktor berücksichtigt werden kann. Es wurde aber oben gefunden, daß es zweckmäßig sei, $\frac{\tau}{\lambda}$ möglichst klein zu halten, um günstige Ausnutzung des Materials zu erhalten, dann wird also eine Rechnung mit $\lambda = \infty$ nicht zu sehr großen Fehlern führen können. Bei $\frac{\tau}{\lambda} = 5$ ist der Fehler nur etwa 4% und wird bei größeren Verhältnissen schnell kleiner.

Bei der Berechnung der massiven Wirbelstrombremsen wollen wir daher von vornherein die Ankerlänge λ als sehr groß voraussetzen, dann haben wir den großen Vorteil, nur ein zweidimensionales Problem vor uns zu haben, was analytisch sehr wertvoll ist. Eine Korrektion ist nach dem eben Gesagten in Ausnahmefällen leicht zu bewerkstelligen. Es soll ferner auch die Eisentiefe h des Ankers als sehr groß vorausgesetzt werden, so daß $\mathfrak{B}^a$ durch die einfache Gl. (37) gegeben ist. Die Zulässigkeit dieser Vereinfachung kann allerdings erst nach vollständiger Lösung des Problems bewiesen werden, sie liegt darin begründet, daß das Magnetfeld durch die Wirbelströme abgeschirmt wird und in Wirklichkeit nur ein verschwindend kleiner Teil der Induktionslinien den unteren Ankerrand erreicht. Bei Vernachlässigung der Selbstinduktion würde also Gl. (38) die vollständige Lösung liefern.

Zur Berechnung der Erscheinung mit Berücksichtigung der Rückwirkung ist wieder vom Ankerfelde $\mathfrak{B}^s$ auszugehen. Um einen Anhalt für dessen Verlauf zu gewinnen, beachten wir, daß es in Richtung der Ankerbewegung jedenfalls periodisch sein muß, die Abhängigkeit von der Eisentiefe z kann jedoch kaum vorhergesagt werden. Der einfachste derartige Ausdruck ist:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B}^s_x &= f_1(z) \sin \alpha x + f_2(z) \cos \alpha x \\ \mathfrak{B}^s_z &= f_3(z) \sin \alpha x + f_4(z) \cos \alpha x \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (39)$$

Die Funktionen f (z) stellen die Abhängigkeit von z dar, ihre Bestimmung geschieht durch Einsetzen in die Differentialgleichung (9):

$$\frac{s}{4\pi\mu} \nabla^2 \mathfrak{B}^s - \frac{\partial \mathfrak{B}^s}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{B}^a}{\partial t}.$$

Man hat:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \mathfrak{B}_x^s}{\partial t} &= \alpha v\,(f_1 \cos\alpha x - f_2 \sin\alpha x)\\ \frac{\partial \mathfrak{B}_z^s}{\partial t} &= \alpha v\,(f_3 \cos\alpha x - f_4 \sin\alpha x)\end{aligned}\right\}$$

Ferner:

$$\left.\begin{aligned}\nabla^2 \mathfrak{B}_x^s &= -\alpha^2 f_1 \sin\alpha x - \alpha^2 f_2 \cos\alpha x + \frac{d^2 f_1}{dz^2}\sin\alpha x + \frac{d^2 f_2}{dz^2}\cos\alpha x\\ \nabla^2 \mathfrak{B}_z^s &= -\alpha^2 f_3 \sin\alpha x - \alpha^2 f_4 \cos\alpha x + \frac{d^2 f_3}{dz^2}\sin\alpha x + \frac{d^2 f_4}{dz^2}\cos\alpha x\end{aligned}\right\}$$

$\frac{\partial \mathfrak{B}^a}{\partial t}$ war schon oben gebildet. Nach Einsetzen dieser Ausdrücke in die Differentialgleichung und Trennung der Sinus- und Kosinusglieder erhält man zur Bestimmung der Funktionen f_1 bis f_4 die totalen Differentialgleichungen:

$$\left.\begin{aligned}\frac{s}{4\pi\mu}\left(\frac{d^2 f_1}{dz^2} - \alpha^2 f_1\right) + \alpha v f_2 &= 0\\ \frac{s}{4\pi\mu}\left(\frac{d^2 f_2}{dz^2} - \alpha^2 f_2\right) - \alpha v f_1 &= \alpha v B_1 e^{-\alpha z}\\ \frac{s}{4\pi\mu}\left(\frac{d^2 f_3}{dz^2} - \alpha^2 f_3\right) + \alpha v f_4 &= -\alpha v B_1 e^{-\alpha z}\\ \frac{s}{4\pi\mu}\left(\frac{d^2 f_4}{dz^2} - \alpha^2 f_4\right) - \alpha v f_3 &= 0\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (40)$$

Differenziert man die erste dieser Gleichungen zweimal nach z und setzt f_2 und $\frac{d^2 f_2}{dz^2}$ in die zweite ein, so erhält man:

$$-\left(\frac{s}{\alpha v 4\pi\mu}\right)^2 \frac{d^4 f_1}{dz^4} + 2\left(\frac{s}{v 4\pi\mu}\right)^2 \frac{d^2 f_1}{dz^2} - \left[1 + \left(\frac{\alpha s}{v 4\pi\mu}\right)^2\right] f_1 = B_1 e^{-\alpha z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

Genau dieselbe Gleichung erhält man auch für f_4, wenn man die dritte der Gl. (40) mit Hilfe der vierten umformt, so daß die Lösung für f_1 mit anderen Integrationskonstanten auch für f_4 brauchbar ist.

Zur Abkürzung soll gesetzt werden:

$$\eta = 4\pi\mu\frac{v}{s} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

und vorübergehend:

$$a = \frac{1}{\alpha^2 \eta^2}, \quad b = \frac{2}{\eta^2}, \quad c = 1 + \frac{\alpha^2}{\eta^2}.$$

Dann schreibt sich Gl. (41):

$$-a \frac{d^4 f_1}{dz^4} + b \frac{d^2 f_1}{dz^2} - c f_1 = B_1 . e^{-\alpha z} \quad . \quad . \quad (41a)$$

Ein erstes Integral dieser bekannten Schwingungsgleichung stellt die erzwungene Bewegung dar:

$$f_1' = - B_1 . e^{-\alpha z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43a)$$

Durch Einsetzen in Gl. (41) erkennt man leicht, daß der Faktor $-B_1$ richtig gewählt ist.

Ein zweites Integral erhält man aus der homogenen Gl. (41a) ohne rechtes Glied. Es enthält bekanntlich 4 Integrationskonstanten und lautet:

$$f_1'' = C_1' e^{r_1 z} + C_2' e^{r_2 z} + C_3' e^{r_3 z} + C_4' e^{r_4 z} \quad . \quad . \quad (43b)$$

wobei die r aus der charakteristischen Gleichung folgen:

$$- a r^4 + b r^2 - c = 0.$$

Diese biquadratische Gleichung liefert die 4 Wurzeln:

$$r = \pm \sqrt{\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}}} = \pm \sqrt{\alpha^2 \pm i . \alpha \eta} .$$

Der letzte Ausdruck entsteht nach Einsetzen der Werte für a, b und c und einigen Vereinfachungen. r ist also komplex und läßt sich daher auf die Form bringen:

$$r = \pm (\varkappa \pm i \nu).$$

Dann muß sein:

$$(\varkappa \pm i \nu)^2 = \alpha^2 \pm i . \alpha \eta.$$

Daraus folgt:

$$\varkappa^2 - \nu^2 = \alpha^2, \quad \varkappa \nu = \pm \frac{\alpha \eta}{2}.$$

Man errechnet hieraus leicht;

$$\left.\begin{aligned} \varkappa &= \sqrt{\frac{\alpha}{2} \sqrt{\eta^2 + \alpha^2} + \frac{\alpha^2}{2}} \\ \nu &= \sqrt{\frac{\alpha}{2} \sqrt{\eta^2 + \alpha^2} - \frac{\alpha^2}{2}} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

Da in Gl. (43b) die Exponentialgrößen e^r komplex sind, so läßt sich f_1'' auf eine reelle Form bringen, in der Produkte von Exponential-

und trigonometrischen Funktionen erscheinen. Wir können aber gleich beachten, daß der reelle Teil von r für unser Problem nur negativ zugelassen werden kann, denn sonst würde ja $\mathfrak{B}^s$, das proportional f_1'' ist, für sehr großes z unendlich, und das widerspricht der physikalischen Natur der Vorgänge. Es wird also nach bekannten Regeln der Analysis:

$$f_1'' = C_1 e^{-\varkappa z} . \sin \nu z + C_2 e^{-\varkappa z} . \cos \nu z \quad . \quad . \quad . \quad (43c)$$

Die vollständige Lösung für f_1 erhalten wir jetzt durch Addition von Gl. (43a) und (43c) zu:

$$f_1(z) = - B_1 e^{-\alpha z} + C_1 e^{-\varkappa z} \sin \nu z + C_2 e^{-\varkappa z} \cos \nu z \quad . \quad (45a)$$

Setzt man diesen Wert und seinen Differentialquotienten in die erste der Gl. (40) ein, so erhält man nach Ausrechnung:

$$f_2(z) = - C_2 e^{-\varkappa z} \sin \nu z + C_1 e^{-\varkappa z} \cos \nu z \quad . \quad . \quad (45b)$$

Nach dem, was oben über f_4 gesagt war, erhält man den Wert dafür, wenn man in (45a) an Stelle der willkürlichen Konstanten C_1 und C_2 andere einführt, also:

$$f_4(z) = - B_1 e^{-\alpha z} + C_3 e^{-\varkappa z} \sin \nu z + C_4 e^{-\varkappa z} \cos \nu z \quad (45c)$$

und durch Einsetzen in Gl. (40) folgt:

$$f_3(z) = C_4 e^{-\varkappa z} \sin \nu z - C_3 e^{-\varkappa z} \cos \nu z \quad . \quad . \quad . \quad (45d)$$

Die Funktionen (45a) bis (45d) können wir jetzt in die Gleichung für das Selbstinduktionsfeld (39) einsetzen. Es können aber gleich die Sinus und Kosinus von αx und νz zusammengezogen werden, so daß entsteht:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B}^s_x &= - B_1 e^{-\alpha z} \sin \alpha x + \left[C_1 \cos(\alpha x - \nu z) + C_2 \sin(\alpha x - \nu z)\right] e^{-\varkappa z} \\ \mathfrak{B}^s_z &= - B_1 e^{-\alpha z} \cos \alpha x + \left[C_4 \cos(\alpha x - \nu z) - C_3 \sin(\alpha x - \nu z)\right] e^{-\varkappa z} \end{aligned}\right\} \quad (46)$$

Dieser Ausdruck ist nun sehr merkwürdig aufgebaut. Er liefert uns allerdings die gewünschte Abhängigkeit des Ankerfeldes von der Eisentiefe, denn $\varkappa$ und ν können nach Gl. (42) und (44) berechnet werden, dagegen enthält er vier Konstanten, deren Abhängigkeit von B_1, v etc. nicht ohne weiteres bestimmbar ist. Ja noch mehr, durch Vergleich mit Gl. (37)

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B}^a_x &= B_1 . e^{-\alpha z} \sin \alpha x \\ \mathfrak{B}^a_z &= B_1 . e^{-\alpha z} \cos \alpha x \end{aligned}\right\}$$

erkennt man, daß das ursprüngliche Feld bei Inbetriebsetzung der Bremse vollständig vernichtet wird, daß ein neues resultierendes Feld $\mathfrak{B}$ entsteht — es wird durch die Klammergrößen in Gl. (46) wiedergegeben —, das nichts mehr mit dem bekannten Felde $\mathfrak{B}^a$ zu tun hat. Die Größe B_1, die doch sicher vor allem anderen die Stärke der Bremswirkung bedingt, entschwindet uns unter den Händen, wir können weder das resultierende Feld, noch die hieraus zu berechnende Strömung auf sie beziehen. Ob man nämlich die Strömung als curl des Feldes $\mathfrak{B}^s$ oder von $\mathfrak{B} = \mathfrak{B}^s + \mathfrak{B}^a$ auffaßt, ist gleichgültig, weil die ersten Glieder der Gl. (46), die gleich $-\mathfrak{B}^a$ sind, ja bekanntlich keinen curl besitzen.

Wir müssen nun aber fordern, daß nach dem magnetischen Grundgesetze die Divergenz von $\mathfrak{B}^s$ verschwindet. Da für uns

$$\operatorname{div} \mathfrak{B}^s = \frac{\partial \mathfrak{B}^s_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{B}^s_z}{\partial z} = 0,$$

so erhält man aus Gl. (39), weil wieder die Sinus- und Kosinusglieder für sich verschwinden müssen:

$$\left.\begin{aligned} \alpha f_1 + \frac{d f_4}{d z} &= 0 \\ \alpha f_2 - \frac{d f_3}{d z} &= 0 \end{aligned}\right\}$$

Die Ausrechnung nach der Gl. (45) liefert die beiden Bedingungen für die Konstanten C:

$$\left.\begin{aligned} \alpha C_1 - \varkappa C_3 - \nu C_4 &= 0 \\ \alpha C_2 - \varkappa C_4 + \nu C_3 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

Hierdurch haben wir zwar die Zahl der unbekannten Konstanten auf zwei reduziert, sind aber unserem Ziele, der Zurückführung der C auf B_1 um keinen Schritt näher gerückt.

Auch die sonst in der Elektrodynamik übliche Grenzbedingung, die Stetigkeit der normalen Komponenten von $\mathfrak{B}$ oder i an der Grenze zwischen Luft und Eisen, kann uns nichts Neues liefern, weil ja das resultierende Feld im Luftspalte gar nicht bekannt ist.

Man kann jedoch auf einem anderen Wege zum Ziele kommen, der, bevor er beschritten wird, erst im Umrisse skizziert werden möge. Da Gl. (46) jedenfalls eine richtige Lösung des Problems liefert, so kann man aus ihr einen Wert ableiten, der die Feldkurve des Rückwirkungsfeldes im Luftspalte darstellt; er ist einfach gleich $\mathfrak{B}^s_z$ für $z = 0$, da ja diese Komponente die Grenzfläche stetig durch-

setzt. Diese Ankerfeldkurve ist nun aber physikalisch abhängig: erstens von der Stärke und Verteilung der Wirbelströme im Eisen, und zweitens von dem magnetischen Widerstande, den die Selbstinduktionslinien sowohl im Anker- und Poleisen, als auch im Luftspalte vorfinden. Man kann also das bekannte Integralgesetz des Elektromagnetismus anwenden, daß das Linienintegral der magnetischen Kraft gleich dem 4π-fachen der umschlungenen Stromlinienzahl ist. Da die Strömung auch von dem Werte der C abhängt, so haben wir damit eine zweite Beziehung zwischen den Konstanten und der Ankerfeldkurve gefunden, die dazu dienen kann, die unbekannten C zu ermitteln.

Nach Gl. (46) ist also die Feldkurve der Wirbelströme:

$$\mathfrak{B}_1^s = (C_4 - B_1) \cos \alpha x - C_3 \sin \alpha x \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

Die Wirbelströmung selbst findet man aus:

$$4 \pi \mu i_y = \operatorname{curl}_y \mathfrak{B}^s = \frac{\partial \mathfrak{B}_x^s}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{B}_z^s}{\partial x}$$

Die beiden anderen Komponenten der Strömung verschwinden. Die Differentiationen liefern nach Zusammenfassung der einzelnen Glieder:

$$i_y = J_1 \cos(\alpha x - \nu z) e^{-\varkappa z} + J_2 \sin(\alpha x - \nu z) e^{-\varkappa z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (49\text{a})$$

wobei:

$$\left.\begin{aligned} J_1 &= \frac{-\varkappa C_1 - \nu C_2 + \alpha C_3}{4 \pi \mu} \\ J_2 &= \frac{-\varkappa C_2 + \nu C_1 + \alpha C_4}{4 \pi \mu} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (49\text{b})$$

Das nun anzuwendende Integralgesetz lautet für unser ebenes Problem:

$$\int \mathfrak{H}^s \, d\mathfrak{s} = 4 \pi \iint i_y \, . \, dx \, dz \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (50)$$

Der Zusammenhang mit der früher benutzten Gleichung: $\operatorname{curl} \mathfrak{H}^s = 4 \pi i$ wird durch den Stokesschen Satz vermittelt:

$$\int \operatorname{curl}_n \mathfrak{H}^s \, df = \int \mathfrak{H}^s \, d\mathfrak{s}.$$

Da wir geradlinige orthogonale Koordinaten benutzen, so ist es zweckmäßig, als geschlossenen Integrationsweg ein Rechteck in der x z-Ebene zu benutzen, das natürlich alle in Betracht kommenden Stromlinien umschlingen muß.

Man gehe also vom Punkte $x = 0$, $z = 0$ aus zuerst in der positiven z-Richtung bis zu $x = 0$, $z = \infty$, dann in Richtung der positiven

x bis $x = x'$, $z = \infty$ und nun zurückkehrend im Sinne der negativen z bis zu $x = x'$, $z = 0$. Dann durchsetze man den Luftspalt senkrecht bis zum Punkte $x = x'$, $z = -\delta$, wenn mit δ wieder die Länge des Spaltes bezeichnet wird, kehre im Poleisen, das wir uns wie bei der scheibenförmigen Bremse wieder kontinuierlich den Anker bedeckend vorstellen wollen, auf einem beliebigen Wege zurück bis $x = 0$, $z = -\delta$, und schließe den Kreis durch nochmaliges senkrechtes Durchschreiten des Luftspaltes bis zur Anfangsstelle. Um den Umlaufsinn des Linienintegrales richtig zu erhalten, müssen wir beachten, daß derselbe mit der Normalen der umschriebenen Fläche zusammen ein Rechtssystem bilden muß [1]). Das ist hier der Fall. Die Verteilung der Kraftlinien $\mathfrak{H}^s$ sowohl im Anker, als auch im Luftspalte und den Polen ist bekannt [2]), es hätte daher keine Schwierigkeit, für den beschriebenen Weg einen exakten Wert für das Linienintegral herzuleiten. Wir wollen uns aber mit einer Näherung begnügen, indem wir die Permeabilität des Pol- und Ankereisens als groß betrachten gegen die der Luft. Dann ist $\mathfrak{H}^s$ im Eisen und auch sein Linienintegral sehr klein gegen das in der Luft, so daß es vernachlässigt werden darf. Wir wollen auch die magnetische Kraft im Luftspalte als unabhängig von z betrachten, was bei nicht allzu großen Lufträumen durchaus zulässig ist [3]). Bei sehr großem Luftspalt würden wir allerdings hierdurch einen Fehler begehen, doch wird man später sehen, daß dann seine wahre Länge überhaupt nicht in Betracht kommt.

Unter diesen Annahmen wird der Wert von $\int \mathfrak{H}^s \, d\mathfrak{s}$ nur noch gegeben durch: $\mathfrak{H}_0^s \cdot \delta$ und $\mathfrak{H}_1^s \cdot \delta$ wenn mit $\mathfrak{H}_0^s$ die magnetische Kraft an der Stelle $x = 0$, mit $\mathfrak{H}_1^s$ die bei $x = x'$ bezeichnet wird. Mit Rücksicht darauf, daß für $x = 0$ unser Integrationsweg in der Richtung der positiven $\mathfrak{H}_z$ läuft, für $x = x'$ in der entgegengesetzten, ist also:

$$\int \mathfrak{H}^s \, d\mathfrak{s} = \mathfrak{H}_0^s \cdot \delta - \mathfrak{H}_1^s \cdot \delta$$

oder weil für Luft numerisch $\mathfrak{B}^s = \mathfrak{H}^s$ ist:

$$\int \mathfrak{H}^s \, d\mathfrak{s} = \delta \left(\mathfrak{B}_0^s - \mathfrak{B}_1^s \right)$$

[1]) Riemann-Weber, Die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik, Braunschweig 1900, Bd. 1, S. 216.

[2]) Ueber die Verteilung im Luftspalte siehe R. Rüdenberg, E.T.Z. 1906, S. 109.

[3]) Es wird also die Streuung des Ankerfeldes durch den Luftspalt vernachlässigt.

Die Feldkurve der Wirbelströme erhalten wir durch Verbindung mit Gl. (50) zu

$$\mathfrak{B}_1^s = \mathfrak{B}_0^s - \frac{4\pi}{\delta}\int_0^{x'}\int_0^{\infty} i_y \,.\, dx\, dz, \quad . \;.\; .\; . \quad (51)$$

wobei die Integrationsgrenzen natürlich entsprechend der umrandeten Fläche zu nehmen sind. Die untere Grenze $x = 0$ muß nun aber die Konstante $\mathfrak{B}_0^s$ ergeben, weil $\mathfrak{B}_1^s$ rein harmonisch ist, daher darf man in Bezug auf x das unbestimmte Integral schreiben:

$$\mathfrak{B}_1^s = -\frac{4\pi}{\delta}\int dx \int_0^{\infty} i_y \, dz. \quad . \;.\; .\; .\; . \quad (51a)$$

Zur Bestimmung dieses Ausdruckes ist Gl. (49a) hier einzusetzen. Da die Integrationen keine Schwierigkeit bieten, seien sie hier nicht einzeln angeführt, zum Ueberblick sei nur bemerkt, daß:

$$\left.\begin{aligned} \int_0^{\infty} e^{-\varkappa z} \,.\, \cos \nu z \,.\, dz &= \frac{\varkappa}{\varkappa^2 + \nu^2} \\ \int_0^{\infty} e^{-\varkappa z} \,.\, \sin \nu z \,.\, dz &= \frac{\nu}{\varkappa^2 + \nu^2} \end{aligned}\right|$$

dann erhält man nach Zusammenfassung:

$$\mathfrak{B}_1^s = \frac{4\pi}{\delta} \cdot \frac{1}{\alpha}\, \frac{1}{\varkappa^2 + \nu^2}\left\{(\nu J_1 + \varkappa J_2) \cos \alpha x - (\varkappa J_1 - \nu J_2) \sin \alpha x\right\} \quad (52)$$

Dieser Ausdruck für die Ankerfeldkurve muß nun identisch sein mit dem, der in Gl. (48) dafür abgeleitet war. Setzen wir gleich für die J ihre Werte nach (49b) ein, so erhalten wir die beiden noch ausstehenden Gleichungen zur Bestimmung der 4 Größen C:

$$\left.\begin{aligned} \delta \mu \alpha (\varkappa^2 + \nu^2)(C_4 - B_1) &= \nu(-\varkappa C_1 - \nu C_2 + \alpha C_3) \\ &\quad + \varkappa(-\varkappa C_2 + \nu C_1 + \alpha C_4) \\ \delta \mu \alpha (\varkappa^2 + \nu^2)\, C_3 &= \varkappa(-\varkappa C_1 - \nu C_2 + \alpha C_3) \\ &\quad - \nu(-\varkappa C_2 + \nu C_1 + \alpha C_4) \end{aligned}\right\} . \quad (53)$$

Bei dem hier gewählten Rechnungsgange ist die Amplitude des ungestörten Hauptfeldes nicht aus der Betrachtung verschwunden. Bei der Vorausberechnung einer Bremse hat man also wieder den großen Vorteil, alle magnetischen und Stromverhältnisse auf diese Größe, die leicht zahlenmäßig zu berechnen ist, beziehen zu können. Die Auflösung der Gl. (47) und (53) ist umständlich, aber ohne prinzipielle Schwierigkeit auszuführen. Setzt man zur Abkürzung:

$$\left.\begin{aligned} k &= \frac{\varkappa \cdot \eta}{\alpha\,(\varkappa^2 + \nu^2)} \\ n &= \frac{\nu \cdot \eta}{\alpha\,(\varkappa^2 + \nu^2)} \\ d &= \mu\,\delta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (54)$$

so liefert sie:

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= \frac{d}{\alpha}\,\frac{-\varkappa k + \nu\,(n+d)}{(n+d)^2 + k^2}\,B_1 \\ C_2 &= \frac{d}{\alpha}\,\frac{-\nu k + \varkappa\,(n+d)}{(n+d)^2 + k^2}\,B_1 \\ C_3 &= \frac{d\,(n+d)}{(n+d)^2 + k^2}\,B_1 \\ C_4 &= \frac{-d \cdot k}{(n+d)^2 + k^2}\,B_1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (55)$$

Setzt man diese Werte in Gl. (49b) ein, so erhält man für die Amplituden der Stromdichte:

$$\left.\begin{aligned} J_1 &= -\frac{v}{s}\,\frac{d\,(n+d)}{(n+d)^2 + k^2}\,B_1 \\ J_2 &= -\frac{v}{s}\,\frac{d \cdot k}{(n+d)^2 + k^2}\,B_1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (49\,c)$$

Beim Vergleich mit Gl. (18) für die scheibenförmige Bremse erkennt man leicht einen ähnlichen, wenn auch hier komplizierteren Aufbau dieser Ausdrücke.

Mit Rücksicht auf die Gl. (13), (42), (44), (54) sieht man jetzt, daß in den vorstehenden Amplituden für Induktion und Stromdichte nur bekannte Größen vorkommen, die sich aus den Abmessungen und Material der Wirbelstrombremse und aus dem Betriebszustande ergeben, es sind die Werte von τ, v, s, μ, δ, B_1. Es kann also jetzt Induktionsverteilung und Stromverlauf zahlenmäßig berechnet werden.

Bevor wir zu unserem eigentlichen Ziele, der Berechnung der Bremskraft übergehen, sollen diese Größen auf eine übersichtlichere Form gebracht und diskutiert werden.

Wir haben die Permeabilität des Ankereisens als bekannt vorausgesetzt, in Wirklichkeit wird sie sich aber mit dem Betriebszustande ändern und bei großer Geschwindigkeit andere Werte haben als bei Stillstand. Ihre Größe richtet sich vornehmlich nach dem resultierenden Felde, das im Anker auftritt. Dieses wird durch die Klammergrößen in Gl. (46) gegeben. Faßt man die Sinus- und Kosinusglieder zusammen, so entsteht:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B}_x &= B_x \,.\, e^{-\varkappa z} \,.\, \sin(\alpha x - \nu z - \psi_x) \\ \mathfrak{B}_z &= B_z \,.\, e^{-\varkappa z} \,.\, \cos(\alpha x - \nu z - \psi_z) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (56)$$

wobei sich aus Gl. (55) berechnet:

$$\left.\begin{aligned} B_x &= B_1 \frac{d}{\sqrt{(n+d)^2 + k^2}} \sqrt{\frac{\varkappa^2 + \nu^2}{\alpha^2}} \\ B_z &= B_1 \frac{d}{\sqrt{(n+d)^2 + k^2}} \end{aligned}\right\} \quad . \quad (56a)$$

Für die Stromdichte erhält man aus Gl. (49a):

$$i_y = - J \,.\, e^{-\varkappa z} \,.\, \cos(\alpha x - \nu z - \psi_y) \quad \ldots \quad (57)$$

und aus (49c):

$$J = \frac{v}{s} B_1 \frac{d}{\sqrt{(n+d)^2 + k^2}} \quad \ldots \quad (57a)$$

Zur Berechnung der ψ erhält man die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\psi_y &= \operatorname{tg}\psi_z = \frac{k}{n+d} \\ \operatorname{tg}\psi_x &= \frac{\varkappa k - \nu(n+d)}{\nu k + \varkappa(n+d)} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (58)$$

Sämtliche Abkürzungen schreibe ich der Uebersicht halber nochmals im Zusammenhange hin:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{\pi}{\tau} \\ \eta &= 4\pi\mu \frac{v}{s} \end{aligned}\right| \quad \ldots \quad (59)$$

$$\left.\begin{aligned} \varkappa &= \sqrt{\frac{\alpha}{2}\sqrt{\eta^2+\alpha^2}+\frac{\alpha^2}{2}} \\ \nu &= \sqrt{\frac{\alpha}{2}\sqrt{\eta^2+\alpha^2}-\frac{\alpha^2}{2}} \\ k &= \frac{\varkappa\eta}{\alpha(\varkappa^2+\nu^2)} \\ n &= \frac{\nu\eta}{\alpha(\varkappa^2+\nu^2)} \\ d &= \mu\delta \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad \text{noch (59)}$$

Die maximale Induktion im Anker, deren Kenntnis zur Bestimmung von μ notwendig ist, ergibt sich aus Gl. (56).

$$\mathfrak{B}_{max} = B_x = B_1 \frac{d}{\sqrt{(n+d)^2+k^2}} \sqrt{\frac{\varkappa^2+\nu^2}{\alpha^2}} \quad . \quad . \quad (60)$$

Es ist dies allerdings nicht die überhaupt auftretende größte Induktion, sondern der Mittelwert der Induktion am Ankerrande, die dort ein klein wenig schwankt, wenn man in x-Richtung fortschreitet.

Die gesamte unter einem Pol in den Anker eintretende Kraftlinienzahl läßt sich berechnen für $z = 0$ zu:

$$Z = \int\limits_{-\frac{\tau}{2}+\frac{\psi}{\alpha}}^{+\frac{\tau}{2}+\frac{\psi}{\alpha}} \mathfrak{B}_z \, dx = \frac{2}{\alpha} \frac{d}{\sqrt{(n+d)^2+k^2}} B_1 \quad . \quad . \quad (61)$$

Die Endformeln (56) bis (61) zeichnen sich nun leider nicht durch große Uebersichtlichkeit aus, jedoch können wir ihnen ohne weiteres drei wichtige Resultate entnehmen. Als erstes sehen wir, daß auch hier bei Vergrößerung der Geschwindigkeit der Bremse eine Verschiebung der Strömung und der Induktion im Sinne der Bewegung eintritt, sie wird durch den Verschiebungswinkel ψ charakterisiert. Dabei ist noch besonders auffällig, daß sich die x- und z-Komponente der Induktion nicht um denselben Winkel verschiebt. Man sieht zweitens, daß der Exponentialfaktor $\varkappa$ stets größer ist als α, daß also die Abnahme der Induktion ins Eiseninnere hinein schneller vor sich geht als im Ruhezustande, es entspricht dies der dämpfenden Wirkung der Wirbelströme. Drittens ist zu erkennen, daß bei Bewegung der Bremse der Zustand in

den inneren Ankerschichten den äußeren um den Wert νz vorauseilt. Die neutrale Zone im Anker, die früher in der z-Richtung lag, erscheint gedreht um einen Winkel χ, der sich berechnen läßt aus

$$\operatorname{tg}\chi = \frac{\nu}{\alpha} = \sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{1+\left(\frac{\eta}{\alpha}\right)^2} - \frac{1}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad (62)$$

Unter demselben Verdrehungswinkel zur z-Achse liegen jetzt sämtliche korrespondierenden Punkte der Induktion und Strömung. Mit dieser Verdrehung hängt es auch zusammen, daß ψ_x und ψ_z nicht denselben Wert besitzen. Führt man einen Winkel ξ ein, charakterisiert durch:

$$\operatorname{tg}\xi = \frac{\nu}{\varkappa},$$

so kann man für ψ_x auch schreiben:

$$\operatorname{tg}\psi_x = \operatorname{tg}\psi_z - \operatorname{tg}\xi. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (58\text{a})$$

Würde man nun die Induktionskomponenten auf ein schiefwinkliges Koordinatensystem beziehen, dessen eine Achse mit der x-Richtung übereinstimmte, dessen andere aber mit der z-Richtung den Winkel χ einschlösse, dann würde der Hilfswinkel ξ aus der Rechnung verschwinden. Die Transformation ist weitläufig und liefert nichts Neues, sie soll daher nicht durchgeführt werden. In Fig. 9 ist das Bild der Induktionslinien für Stillstand und langsame Bewegung der Bremse dargestellt.

Im Gegensatze zur scheibenförmigen Bremse wird hier also auch bei einem sinusförmigen Felde durch die Rückwirkung die ganze Erscheinung verzerrt, so daß man von einem Selbstinduktionskoeffizienten eines Stromfadens nicht mehr reden kann. Aus Gl. (62) ist zu ersehen, daß der Verdrehungswinkel χ nur vom Verhältnis $\frac{\eta}{\alpha}$, also von der Größe $\frac{v}{s}\tau\mu$ abhängt, daß er aber unabhängig von der Größe des Luftspaltes ist, während der Verschiebungswinkel nach Gl. (58) ganz wesentlich von diesem beeinflußt wird.

Die Formeln für $\varkappa$ und ν haben denselben Bau, wie in der Theorie der elektromagnetischen Wellen der Extinktionskoeffizient und der Brechungsindex [1]). In der Tat entsprechen sie diesen genau, wenn man das bewegte Magnetfeld als elektromagnetische Schwingung auffaßt, die in das Eisen einzudringen sucht.

---

[1]) M. Abraham, l. c., S. 315.

Eine nähere Diskussion der Gl. (56) bis (62) ist am leichtesten, wenn man verschiedene Bereiche der Geschwindigkeit ins Auge faßt und hierfür Näherungsformeln entwickelt.

Fig. 9a.

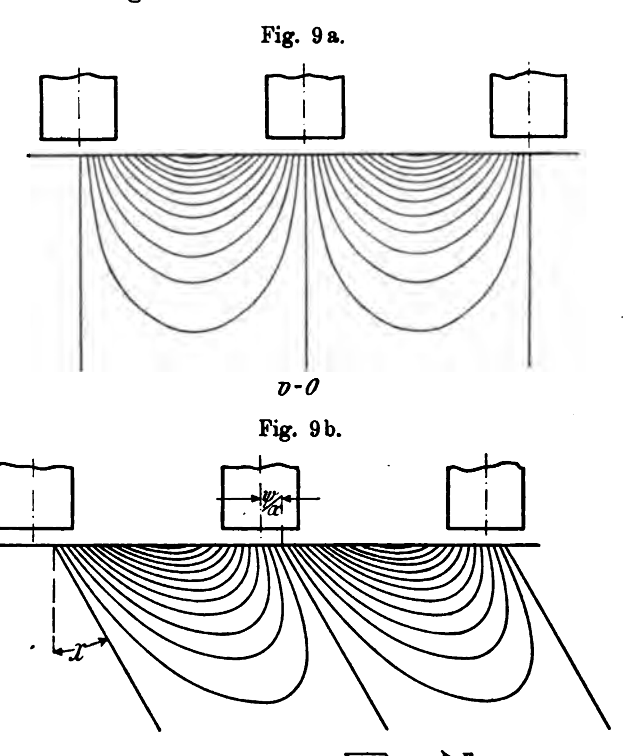


Fig. 9b.

1. Bereich. Außerordentlich kleine Geschwindigkeiten. v soll so gering sein, daß $\frac{v}{s}$ klein ist gegen $\frac{1}{4\mu\tau}$.

Wenn z. B. bei Schmiedeeisen $s = 10^4$, $\mu = 10^3$, $\tau = 10$ ist, dann muß v klein sein gegen 0,25 cm/sec.

Man erhält dann folgende Vereinfachungen gegen Gl. (59):

$$\varkappa = \alpha; \quad \nu = \frac{\eta}{\sqrt{2}}.$$

$$k = \frac{4}{\pi} \frac{v}{s} \mu \tau^2; \qquad n = \frac{8\sqrt{2}}{\pi} \frac{v^2}{s^2} \mu^2 \tau^3.$$

Es wird dann:

$$\frac{d}{\sqrt{(n+d)^2 + k^2}} = 1; \quad \sqrt{\frac{\varkappa^2 + \nu^2}{\alpha^2}} = 1.$$

Damit erhält man:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B}_{max} &= B_x = B_z = B_1 \\ Z &= 2\,\frac{\tau}{\pi}\,B_1 \\ J &= \frac{v}{s}\,B_1 \\ \operatorname{tg}\chi &= \operatorname{tg}\xi = 2\sqrt{2}\,\frac{v}{s}\,\mu\,\tau \\ \operatorname{tg}\psi_y &= \operatorname{tg}\psi_z = \frac{4}{\pi}\,\frac{v}{s}\,\frac{\tau^2}{\delta} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (63)$$

2. Bereich. Mäßige Geschwindigkeiten.

Es soll $\frac{v}{s}$ groß sein gegen $\frac{1}{4\,\mu\,\tau}$ aber klein gegen $\frac{\pi^2}{2}\,\frac{\delta^2}{\tau^3}\,\mu$. Dann darf man in Gl. (59) schreiben:

$$\varkappa = \nu = \frac{\pi}{\tau}\sqrt{2\,\frac{v}{s}\,\mu\,\tau}\,;\quad k = n = \frac{\tau}{\pi}\sqrt{2\,\frac{v}{s}\,\mu\,\tau}\,..$$

Außerdem wird

$$\frac{d}{\sqrt{(n+d)^2+k^2}} = 1\,;\quad \sqrt{\frac{\varkappa^2+\nu^2}{\alpha^2}} = 2\sqrt{\frac{v}{s}\,\mu\,\tau}$$

und hiermit erhält man jetzt:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B}_{max} &= B_x = 2\,B_1\sqrt{\frac{v}{s}\,\mu\,\tau} \\ B_z &= B_1 \\ Z &= 2\,\frac{\tau}{\pi}\,B_1 \\ J &= \frac{v}{s}\,B_1 \\ \operatorname{tg}\chi &= \sqrt{2\,\frac{v}{s}\,\mu\,\tau} \\ \operatorname{tg}\xi &= 1;\ \xi = 45^0 \\ \operatorname{tg}\psi_y &= \operatorname{tg}\psi_z = \frac{\tau}{\pi\,\delta}\sqrt{2\,\frac{v}{s}\,\frac{\tau}{\mu}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (64)$$

3. Bereich. Mittlere Geschwindigkeiten.

Leider lassen sich die Formeln gerade für dieses Gebiet, das praktisch oft in Betracht kommt, nicht vereinfachen. Man ist dann gezwungen, die genaue Rechnung durchzuführen, was numerisch aber nicht umständlich ist. Die vereinfachten Formeln für $\varkappa$, ν, k und n, die zuletzt angeschrieben waren, darf man dabei fast stets benutzen.

4. Bereich. Sehr große Geschwindigkeiten.

Es möge $\frac{v}{s}$ groß sein gegen $\frac{\pi^2}{2} \frac{\delta^2}{\tau^3} \mu$. Dann ist mit sehr großer Annäherung wieder:

$$\varkappa = \nu = \frac{\pi}{\tau} \sqrt{2 \frac{v}{s} \mu \tau}\ ; \quad k = n = \frac{\tau}{\pi} \sqrt{2 \frac{v}{s} \mu \tau}\,.$$

Jetzt wird:

$$\frac{d}{\sqrt{(n+d)^2 + k^2}} = \frac{\pi \delta}{2 \tau} \sqrt{\frac{s \mu}{v \tau}}$$

$$\sqrt{\frac{\varkappa^2 + \nu^2}{\alpha^2}} = 2 \sqrt{\frac{v}{s} \mu \tau}$$

und damit ergibt sich:

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{B}_{max} = B_x &= \pi \mu \frac{\delta}{\tau} B_1 \\
B_z &= \frac{\pi \delta}{2 \tau} \sqrt{\frac{s \mu}{v \tau}} B_1 \\
Z &= \delta \sqrt{\frac{s \mu}{v \tau}} B_1 \\
J &= \frac{\pi \delta}{2 \tau} \sqrt{\frac{v \mu}{s \tau}} B_1 \\
\operatorname{tg} \chi &= \sqrt{2 \frac{v}{s} \mu \tau} \\
\operatorname{tg} \xi &= 1;\ \xi = 45^0. \\
\operatorname{tg} \psi_y = \operatorname{tg} \psi_z &= 1;\quad \psi_y = \psi_z = 45^0.
\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (65)$$

Betrachten wir nun die Vorgänge im einzelnen. Die maximale Induktion im Anker bleibt bei geringen Geschwindigkeiten konstant, wächst bei größeren wie $\sqrt{v}$, um sich schließlich einem festen Grenz-

werte zu nähern[1]). Die in den Anker eintretende Kraftlinienzahl bleibt auch bei mäßigen Geschwindigkeiten noch konstant, bei großen nimmt sie ab wie $\sqrt{v}$. Auch die Stromdichte an der Oberfläche bleibt lange Zeit konstant, um erst bei großen Geschwindigkeiten wie $\sqrt{v}$ zu wachsen. Im Innern steigt die Stromdichte anfangs, erreicht ein Maximum und sinkt darauf asymptotisch bis auf Null.

Die Tiefe, auf welche sich der ganze Vorgang in das Eisen hinein erstreckt, kann dargestellt werden durch das Reziproke des Wertes $\varkappa$. Alle Größen sind bis auf 1% abgedämpft für:

$$z_1 = \frac{\ln 100}{\varkappa} = \frac{4{,}605}{\varkappa}.$$

Man sieht, daß nur bei sehr kleinen Geschwindigkeiten diese Schichtdicke konstant bleibt, sonst nimmt sie ab wie $\sqrt{v}$. Hierin liegt der Beweis für die Zulässigkeit der Annahme: $h = \infty$ auf S. 307. Die Verschiebung der Strömung, dargestellt durch ψ_y, wächst anfangs proportional v, später langsamer, und bleibt bei großen Geschwindigkeiten konstant 45°, nicht 90° wie bei der scheibenförmigen Bremse[2]). Wenn aber der Luftspalt δ sehr klein ist, dann kann bei geringem v zwar n klein sein gegen k, aber doch groß gegen α, so daß die Verschiebung fast 90° betragen kann, um aber beim Steigen der Geschwindigkeit wieder auf 45° zurückzugehen. Die Verdrehung der Schichten wächst ebenfalls schnell mit der Geschwindigkeit, schon bei mäßigem v ist dieselbe so groß, daß in dünnen Oberflächenschichten die Strömungsbilder mehrerer nebeneinander stehender Pole untereinander liegen. Bei einem zylindrischen Anker, wie er meist benutzt wird, wickelt sich alles spiralförmig, in engen Windungen auf.

Unter Zugrundelegung der Gl. (57) soll jetzt die Leistung der Bremse berechnet werden nach der schon früher benutzten Formel

$$W = s \int\int\int i_y^2 \,.\, dx\, dy\, dz.$$

Unter $\int dy$ ist hier die Anker- oder Pollänge λ zu verstehen. Die Integrationen ergeben:

$$\int_0^\tau dx \int_0^\infty dz \,.\, e^{-2\varkappa z} \,.\, \cos^2(\alpha x - \nu z - \psi_y) = \frac{\tau}{4\varkappa},$$

[1]) Vergl. hierzu: J. Zenneck, Elektromagnetische Schwingungen und drahtlose Telegraphie, Stuttgart 1905, S. 202.

[2]) Ueber den Unterschied unendlich dünner und endlicher Scheiben vergl. H. Hertz, l. c., S. 88. Derselbe gelangt zu ähnlichen Schlüssen über die Verschiebung.



so daß man für den Effekt eines Polabschnittes, unter Beachtung von Gl. (57a) erhält:

$$W = \frac{1}{4} \lambda \tau \frac{v^2}{s} B_1^2 \frac{1}{\varkappa} \frac{d^2}{(n+d)^2 + k^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (66)$$

und für die Bremskraft [1]):

$$K = \frac{1}{4} \lambda \tau \frac{v}{s} B_1^2 \frac{1}{\varkappa} \frac{d^2}{(n+d)^2 + k^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67)$$

Um die Abhängigkeit dieser Ausdrücke von der Geschwindigkeit zu erkennen, setzen wir die oben gefundenen Näherungswerte ein.

Für außerordentlich kleine Geschwindigkeiten wird

$$W = \frac{1}{4\pi} \lambda \tau^2 \frac{v^2}{s} B_1^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (66a)$$

$$K = \frac{1}{4\pi} \lambda \tau^2 \frac{v}{s} B_1^2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67a)$$

Die Leistung wächst proportional dem Quadrate, die Bremskraft proportional der Geschwindigkeit. Zu demselben Resultate gelangt man auch ohne Berücksichtigung der Selbstinduktion, was also nur bei Geschwindigkeiten gestattet ist, die klein sind gegen 0,25 cm/sec.

Für mäßige Geschwindigkeiten wird

$$W = \frac{1}{4\pi} \lambda \tau v \sqrt{\frac{v\tau}{2 s \mu}} B_1^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (66b)$$

$$K = \frac{1}{4\pi} \lambda \tau \sqrt{\frac{v\tau}{2 s \mu}} B_1^2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67b)$$

Die Leistung wächst schon bei geringen Geschwindigkeiten mit $v^{1,5}$, die Kraft mit $\sqrt{v}$ [2]).

Für mittlere Geschwindigkeiten ergibt eine Zahlenrechnung, daß die Leistung ungefähr proportional der Geschwindigkeit wächst und daß die Bremskraft nahezu konstant [3]) bleibt.

---

[1]) Diese Formeln ermöglichen es, die Theorie eines Drehfeldmotors aufzustellen, bei dem der Rotor aus einem einfachen massiven Eisenanker besteht, eine Form, die allerdings nur noch historisches Interesse besitzt.

[2]) Vergl. hierzu die Versuche von G. Dettmar, E.T.Z. 1900, S. 944 und E. Rosenberg, Zeitschr. f. Elektrotechnik 1902, S. 355, die beide ein ähnliches Gesetz finden.

[3]) Das wird auch durch die Versuche von G. Brion, l. c., bestätigt.

Für sehr große Geschwindigkeiten wird:

$$W = \frac{\pi}{32} \frac{\lambda}{\tau} \delta^2 \sqrt{2 v s \frac{\mu}{\tau}} \; B_1^2 \quad . \; . \; . \; . \quad (66c)$$

$$K = \frac{\pi}{32} \frac{\lambda}{\tau} \delta^2 \sqrt{\frac{2 \mu s}{v \tau}} \; B_1^2. \quad . \; . \; . \; . \quad (67c)$$

Die Leistung wächst also immer noch mit $\sqrt{v}$, sie wird nicht konstant, wie bei der scheibenförmigen Bremse; die Bremskraft dagegen nimmt auch hier ab, wenn auch nur wie $\sqrt{v}$.

Interessant ist auch die Abhängigkeit der Leistung von den Dimensionen δ, τ, sowie von s und μ, doch sei deswegen auf die Formeln verwiesen.

Von Formel (66b) soll gleich eine Anwendung gemacht werden, und zwar auf die Wirbelströme, die in den Polen von Dynamomaschinen durch die Bewegung der Ankerzähne hervorgerufen werden. Die Größe τ ist hier gleich der Hälfte der Zahnteilung t_1 zu setzen. Es ist dann im Mittel:

$$v = 1000 \text{ cm/sec.}, \quad s = 10^4 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec.}}, \quad \text{also:} \; \frac{v}{s} = 10^{-1} \text{ cm}^{-1}$$

$$\mu = 10^3, \quad \tau = 1 \text{ cm}, \quad \text{also} \; \frac{1}{4 \mu \tau} = 2{,}5 \,.\, 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

$$\delta = 0{,}3 \text{ cm} \quad \text{also} \; \frac{\pi^2}{2} \frac{\delta^2}{\tau^3} \mu = 4{,}5 \,.\, 10^2 \text{ cm}^{-1},$$

daher ist in sehr weiten Grenzen

$$\frac{1}{4 \mu \tau} < \frac{v}{s} < \frac{\pi^2 \delta^2 \mu}{2 \tau^3},$$

so daß die Formeln für die „mäßigen Geschwindigkeiten" mit großer Genauigkeit anwendbar sind. Dann ist der Effekt eines massiven Poles von der Länge l und der Breite b

$$W_p = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{b}{\tau} \cdot W = \frac{1}{8\pi} l \, b \, v \sqrt{\frac{v \, t_1}{s \, \mu}} \; B_1^2 \,.\, 10^{-7} \text{ Watt.} \quad (66e)$$

Dies ist genau derselbe Ausdruck, der bereits in der E.T.Z. 1905, S. 181 für den Verlust auf ganz anderem Wege von mir hergeleitet ist [1]). Seine Richtigkeit ist damit innerhalb der Grenzen, die dort zahlenmäßig angegeben sind, bewiesen.

[1]) Dieselbe Formel ist gleichzeitig auch von Picou gefunden, Industrie électrique 1905, S. 35. Experimentelle Daten, die gut damit übereinstimmen, geben Th. F. Wall and St. P. Smith, The Electrician LVII, 1906, S. 568.



In den Formeln (66a) bis (67b) ist die Größe des Luftspaltes δ ganz herausgefallen. In (66c) und (67c) ist das allerdings nicht der Fall, doch sind diese Formeln unter der ausdrücklichen Voraussetzung hergeleitet, daß $\frac{\pi^2 \delta^2 \mu}{2\tau^3}$ klein sei gegen $\frac{v}{s}$, daß also der Luftspalt selbst verhältnismäßig klein sei. Für gebräuchliche Geschwindigkeiten ist daher die oben auf S. 313 dargelegte Betrachtung der Selbstinduktionskraftlinien jedenfalls richtig. Sollten einmal großes δ und außerordentlich großes v zusammenfallen, dann kann man leicht die Streukraftlinien des Ankers durch die Luft allein berücksichtigen, indem man für δ schreibt $\frac{\tau}{\pi}$, denn das ist die äquivalente Länge der Kraftlinien in Luft.

Um die kritische Geschwindigkeit der massiven Wirbelstrombremsen zu berechnen, beachten wir, daß diese stets im Bereiche der „mittleren Geschwindigkeiten“ liegt. Es wird dann jedenfalls die Annahme gestattet sein, daß $\frac{v}{s}$ groß ist gegen $\frac{1}{4\mu\tau}$. Wir dürfen also mit den Näherungsformeln für $\varkappa$, k und n rechnen und diese in die genaue Gl. (67) einsetzen. Weil dann $\varkappa = \left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2 k$ und $k = n$ ist, so sieht man leicht, daß die Bremskraft in Bezug auf die Geschwindigkeit proportional ist dem Ausdrucke

$$\frac{k}{(k+d)^2 + k^2}.$$

Die Differentiation nach k liefert $2k_{kr}^2 - d^2 = 0$, und daraus folgt durch Einsetzen von k und d die kritische Geschwindigkeit zu

$$v_{kr} = \frac{\pi^2}{4} \frac{\delta^2 s \mu}{\tau^3}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (68)$$

Wir wollen hier sofort die Zulässigkeit der Näherungswerte für $\varkappa$, k, n beweisen; es ist $\frac{v_{kr}}{s} = \frac{\pi^2}{4} \frac{\delta^2 \mu}{\tau^3}$ groß gegen $\frac{1}{4\mu\tau}$, denn $\left(\frac{\pi\delta\mu}{\tau}\right)^2$ ist stets viel größer als 1.

Da die kritische Geschwindigkeit der dritten Potenz der Polteilung umgekehrt proportional ist, so wird es zur Erzielung guter Bremswirkung notwendig sein, $\frac{\tau}{\lambda}$ ziemlich klein zu wählen. Der Be-

weis für diese Tatsache, die wir der Berechnung ja von vornherein zu Grunde gelegt hatten, stand noch aus. Wenn $\frac{\tau}{\lambda}$ keine kleinen Werte besitzt, so kann man eventuell zur kritischen Geschwindigkeit nach Analogie der scheibenförmigen Bremse noch den Korrektionsfaktor $\left(1+\frac{\tau^2}{\lambda^2}\right)$ hinzufügen. Die dortige Formel (26) hat in der Tat ganz ähnlichen Bau, statt $\frac{\delta}{\delta_1}$ steht hier nur $\left(\frac{\delta}{\tau/\pi}\right)^2$.

Die Bemerkungen, die dort im Anschluß an die kritische Geschwindigkeit gemacht waren, lassen sich natürlich sinngemäß auf das hier behandelte Problem übertragen. Wir wollen daher auf eine Diskussion der Gl. (68) nicht näher eingehen, nur möge beachtet werden, daß v_{kr} mit wachsender Erregung der Bremse sinken muß, weil dann μ kleiner wird. Der spezifische Widerstand s wächst zwar im allgemeinen bei steigender Erregung, der größeren Erwärmung wegen, das bringt jedoch meist nicht so viel wie die abnehmende Permeabilität. Bei scheibenförmigen Bremsen nimmt dagegen aus diesem Grunde die kritische Geschwindigkeit mit wachsender Erregung zu.

Führt man den Wert der kritischen Geschwindigkeit in die Gl. (66) und (67) ein, so erhält man die kritische Leistung und Bremskraft zu

$$W_{kr} = \frac{\pi^2}{64\,(1+\sqrt{2})}\left(\frac{\delta}{\tau}\right)^3 \lambda\, s\, \mu\, B_1^2 \quad . \quad . \quad . \quad (66\,d)$$

$$K_{kr} = \frac{\pi^2}{16\,(1+\sqrt{2})}\,\lambda\, \delta\, B_1^2 . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67\,d)$$

Die letzte Formel ist fast genau dieselbe, wie die entsprechende für die scheibenförmige Bremse, Gl. (24a). Man erkennt jetzt den großen Vorteil, den die massiven Bremsen bieten. Man kann bei gleichem Aufwande an Erregerenergie für das Magnetfeld den Luftspalt verkleinern, dafür aber B_1 stark vergrößern, so daß die überhaupt mögliche Bremskraft hier viel größer ist als dort.

Unter Zugrundelegung der kritischen Geschwindigkeit läßt sich noch ein einfacher Wert für den Verschiebungswinkel ψ_y ableiten. Aus Gl. (58) erhält man

$$\operatorname{tg} \psi_y = \frac{k}{n+d} = \frac{1}{\frac{n}{k} + \sqrt{2\,\frac{k_{kr}^2}{k^2}}}$$

und da $\frac{n}{k} = \frac{\nu}{\varkappa}$ und $\frac{k_{kr}^2}{k^2} = \frac{v_{kr}}{v}$ ist, so wird, weil nur für sehr kleine Geschwindigkeit $\frac{\nu}{\varkappa}$ klein ist, dann aber $\frac{v_{kr}}{v}$ sehr groß ist,

$$\operatorname{tg} \psi_y = \frac{1}{1 + \sqrt{2 \frac{v_{kr}}{v}}} \quad \ldots \ldots \quad (58b)$$

gültig für alle Geschwindigkeiten.

Für die kritische Geschwindigkeit wird also die Verschiebung $22\frac{1}{2}^{0}$, das ist wieder genau die Hälfte des Wertes bei unendlicher Geschwindigkeit.

Es bleibt nun noch zu untersuchen, welchen Einfluß die Dimensionierung der Bremse auf ihre Leistungsfähigkeit ausübt. Bei sehr großer Polteilung wird die Leistung sehr gering sein, weil dann die Rückwirkung der Wirbelströme zu stark ist. Aber auch bei sehr kleiner Polteilung kann man kein günstiges Resultat erwarten, denn dann dringt schon im Ruhezustande das erregende Feld nicht tief in das Eisen ein, viel weniger noch bei Bewegung. Es muß also für jeden Betriebsfall eine günstigste Polteilung geben.

Sehen wir von außerordentlich kleinen Geschwindigkeiten ab, so dürfen wir wieder für $\varkappa$, k, n die Näherungswerte setzen, die oben angeführt sind. Dann ist die Bremsleistung von n Polen, wenn $\Lambda = n\,\tau$ ist:

$$W_g = \frac{1}{4} \lambda \Lambda \frac{v^2}{s} B_1^2 \frac{\tau^2}{\pi^2 k} \frac{d^2}{(k+d)^2 + k^2}.$$

Setzt man den Wert für k in τ^2 ein, so wird W_g proportional dem Ausdrucke

$$\frac{\sqrt[3]{k}}{(k+d)^2 + k^2},$$

dieser wird ein Maximum für

$$k' = \frac{\sqrt{14} - 2}{10} d.$$

Daraus folgt der günstigste Wert der Polteilung

$$\tau' = 0{,}531 \sqrt[3]{\frac{\mu s \delta^2}{v}} \quad \ldots \ldots \quad (69)$$

und hiermit die mit einer Bremse von gegebener Gesamtfläche überhaupt erzielbare größte Leistung für den gegebenen Betriebszustand zu

$$W_g' = 0{,}0291 \, \Lambda \lambda v \sqrt[3]{\frac{v \delta}{s \mu}} B_1^2 \quad \ldots \ldots \quad (70)$$

Um die Leistung pro Flächeneinheit möglichst groß zu machen, empfiehlt es sich also, die Polteilung so groß zu wählen, wie Gl. (69) angibt. Nehmen wir einmal an, $\mu = 500$, $s = 10^4$, $\delta = 0,5$ cm, $v = 1000$ cm/sec., dann müßte $\tau' = 10,8$ cm ausgeführt werden, das ist viel weniger, als man meist bei ausgeführten Bremsen findet. Den Luftspalt δ wählt man zweckmäßig so klein wie irgend möglich, dann wird zwar die Wurzel in Gl. (70) etwas kleiner, man erzielt aber bei derselben Felderregung eine viel höhere Induktion und auch ein etwas kleineres μ, so daß die Leistung doch gewaltig steigt. Bei kleinem δ wird nach Gl. (65) auch die maximale Induktion im Anker nicht allzugroß.

Man kann noch fragen, ob eine derart günstig bemessene Bremse über oder unter dem kritischen Zustande arbeitet. Setzt man Gl. (69) in (68) ein, so resultiert:

$$v_{kr} = 16,5\ v',$$

so daß also der für die Dimensionierung günstigste Zustand weit unter dem kritischen liegt.

Da die Wirbelstrombremsen mit massivem Anker in neuerer Zeit vielfach zur Belastung größerer Kolbenkraftmaschinen in Prüffeldern und Laboratorien angewandt werden, so möchte ich hierauf mit einigen Worten eingehen. Eine Dampf- oder Gaskolbenmaschine besitzt, wenn ihr Regulator ausgehängt ist und eine konstante Füllung eingestellt ist, ein Drehmoment, das von der Umdrehungszahl nahezu unabhängig ist. Wird dieselbe nun mit einer Wirbelstrombremse belastet, die über dem kritischen Zustande arbeitet, deren Drehmoment also mit wachsender Tourenzahl sinkt, so wird es zwar, wenn die Erregung der Bremse einmal eingestellt ist, einen Zustand geben, in welchem gerade Gleichgewicht zwischen den Drehmomenten vorhanden ist. Wird nun aber die Geschwindigkeit aus irgend einer Ursache nur ein wenig erhöht, so wird sofort die Kolbenmaschine das Uebergewicht erhalten, und weil das Drehmoment der Bremse dauernd sinkt, werden die Maschinen durchgehen. Vermindert sich anderseits die Geschwindigkeit ein wenig, so wird sofort mehr Leistung abgebremst, als die Kolbenmaschine liefern kann, die Maschinen laufen langsamer, bis sie die kritische Geschwindigkeit der Bremse unterschritten haben und hier einen neuen Gleichgewichtszustand finden. Das Gleichgewicht zweier derartiger gekuppelter Maschinen ist also ein labiles.

Durch das Eingreifen des Regulators wird nun, wenn die Tourenzahl gestiegen ist, eine geringere Füllung eingestellt, so daß auch das

Drehmoment der Kraftmaschine sinkt. Würde der Regulator bei einer Tourenänderung momentan einspringen, so würde er seiner Maschine eine Drehmomentenkurve verschaffen, die kontinuierlich mit der Geschwindigkeit abnähme. Dann würde der Schnitt der beiden Momentenkurven entscheiden, ob das ganze System: Kraftmaschine mit Regulator und Bremse ein stabiles oder labiles wäre. Klarer formuliert man den Zustand folgendermaßen: Es sei D das Drehmoment der Kolbenmaschine mit Regulator, K das Bremsmoment der Wirbelstrombremse, beide abhängig von der Tourenzahl n. Dann ist indifferentes Gleichgewicht vorhanden, wenn

$$\frac{dK}{dn} = \frac{dD}{dn},$$

stabiles Gleichgewicht, wenn

$$\frac{dK}{dn} > \frac{dD}{dn},$$

und labiles Gleichgewicht, wenn

$$\frac{dK}{dn} < \frac{dD}{dn}.$$

Bei den Wirbelstrombremsen, die über dem kritischen Zustande arbeiten, ist nun $\frac{dK}{dn}$ negativ, wenn auch meist nicht sehr groß. $\frac{dD}{dn}$ ist ebenfalls negativ, da ja das Drehmoment bei erhöhter Tourenzahl sinkt, und überwiegt an absoluter Größe, bei nicht allzuschlechten Regulatoren, $\frac{dK}{dn}$ ganz bedeutend. Daher hat man im allgemeinen, wenn die Kraftmaschine mit einem Regulator versehen ist, ein stabiles System.

Im einzelnen ist das jedoch nicht der Fall. Für geringe Geschwindigkeitsunterschiede kann auch der beste heutige Regulator wegen seiner Unempfindlichkeitsgrenze keine Füllungsänderung hervorbringen. Die Kurve der Drehkraft, abhängig von n, wird also keine stetig fallende Gerade sein, sondern nur ihr Mittelwert hat die Eigenschaften, die wir oben der D-Kurve selbst beilegten. Die wirkliche Momentenkurve, wir wollen sie mit D' bezeichnen, besteht aus kurzen, sehr stark abfallenden, und längeren horizontalen Stücken, von der Eigenart, daß einem stationären Zustande der Maschine nur ein horizontales Stück entsprechen kann, in welchem nämlich der Regulator nicht arbeitet. Auf diesen horizontalen Strecken ist aber $\frac{dD'}{dn} = 0$,

also $\frac{dK}{dn} < \frac{dD'}{dn}$, genau wie bei der regulatorlosen Maschine, so daß hier labiles Gleichgewicht zwischen Kraftmaschine und Bremse herrscht. Wir erhalten also das merkwürdige Resultat, daß zwar im großen und ganzen, z. B. beim Mittelnehmen über längere Zeitabschnitte, der Zustand des Maschinenaggregates stabil ist, daß jedoch dieser Zustand nur aufrecht erhalten werden kann durch fortwährendes Spielen des Regulators, der andauernd einen labilen Zustand in einen anderen überführt und daher niemals zur Ruhe kommen kann.

Man sieht jetzt leicht, daß sich diese Entwicklungen nicht nur auf Kolbenkraftmaschine und Wirbelstrombremse beziehen, sondern ganz allgemein gelten[1]). Stets, wenn das Widerstandsmoment K einer Arbeitsmaschine und das Drehmoment D der antreibenden Kraftmaschine ohne Regulator der Bedingung genügen:

$$\frac{dK}{dn} < \frac{dD}{dn},$$

dann ist ein Arbeiten der Maschine nur unter ganz groben Geschwindigkeitsschwankungen möglich.

Die Erscheinung dehnt sich sogar noch weiter aus. Sämtliche Kurbelkraftmaschinen liefern keine absolut gleichförmige Drehbewegung, sondern die Geschwindigkeit schwankt, wenn auch innerhalb geringer Grenzen, um einen Mittelwert. Da nun zuzeiten großer Geschwindigkeiten die Bremskraft geringer ist, als zuzeiten der kleinen, so werden die Schwungmassen im ersten Abschnitte stärker beschleunigt, im letzteren stärker verzögert, als es bei vielleicht konstanter Bremskraft der Fall wäre. Die Folge davon ist, daß auch die allerkleinsten Schwingungen, wenn sie nur periodisch sind, im Laufe der Zeit immer mehr anwachsen müssen. Ihnen stellt sich aber kein Regulator entgegen, der sie vernichtet, damit sie sich erst wieder neu bilden müssen. Die Schwingungen wachsen daher dauernd an, bis sie schließlich durch die irgendwie vermehrte Reibung in Grenzen gehalten

[1]) Dasselbe gilt z. B. auch bei den gewöhnlichen Reibungsbremsen, bei denen ja der Reibungskoeffizient mit der Geschwindigkeit sinkt. Da man diese Bremsen meist beweglich anordnet, so äußert sich die Labilität in dauerndem Schwanken der Bremse, deren Bremskraft meist reguliert wird, bevor der Regulator ansprechen kann. Oelt man die Bremse gut, dann ist es möglich, daß die Reibungskraft mit der Geschwindigkeit steigt oder konstant bleibt, dann ist ein stabiles Arbeiten möglich, wie auch die Erfahrung lehrt.



werden. Wann dies der Fall ist, kann kaum vorher bestimmt werden, jedoch ist bekannt, daß derartige, um eine mittlere Geschwindigkeit schwingende Bewegungen nur sehr geringen Reibungskräften unterliegen.

Aus den letzten Betrachtungen ist ersichtlich, wie gefährlich es sein kann, Wirbelstrombremsen zur Belastung von Kraftmaschinen anzuwenden, um deren guten Gang zu prüfen, wenn nicht eine eingehende rechnerische oder experimentelle Prüfung der Bremse vorliegt.

Verteilung der magnetischen Induktion in den Ankern von Dynamomaschinen.

Um im nächsten Kapitel eine genauere Berechnung der Wirbelstromverluste in den Ankern von Dynamomaschinen zu ermöglichen, soll eine früher[1]) von mir hergeleitete Theorie der Induktionsverteilung, die nur für vielpolige Anker, mit sehr großem Radius im Verhältnis zur Polteilung, Gültigkeit besaß, hier erweitert werden und auf Anker mit wenigen Polen ausgedehnt werden. Dabei möge die Permeabilität vorläufig wieder als konstant vorausgesetzt werden, auch wollen wir uns durchweg auf glatte Anker beschränken. Dann sind die Differentialgleichungen des Problems:

$$\operatorname{div} \mathfrak{B} = 0, \qquad \operatorname{curl} \mathfrak{B} = 0,$$

wobei $\mathfrak{B}$ die gesamte Induktion bezeichnet. Da die Verteilung hier für den ruhenden Anker aufgesucht wird, im folgenden aber auch das Rückwirkungsfeld $\mathfrak{B}^s$ der Wirbelströme vernachlässigt werden wird, so wird $\mathfrak{B}^a$ identisch mit $\mathfrak{B}$, so daß es nicht mehr unterschieden zu werden braucht.

Für unser zweidimensionales Problem vereinfachen sich die Gleichungen zu:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{B}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{B}_z}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \mathfrak{B}_z}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{B}_x}{d z} = 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (71)$$

Führt man eine Potentialfunktion Φ ein, definiert durch:

$$\mathfrak{B}_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \qquad \mathfrak{B}_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad \ldots\ldots \quad (72)$$

[1]) R. Rüdenberg, E.T.Z. 1906, S. 109.

so erhält man, weil stets

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \, \partial z} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \, \partial x},$$

als Bedingung für diese

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \ldots \ldots \quad (71a)$$

Diese Differentialgleichung (die bekannte Potentialgleichung) ist lösbar durch eine beliebige Funktion eines komplexen Argumentes:

$$v = f(x + i z) = \Phi + i \Psi,$$

sowohl der reelle, als der imaginäre Bestandteil von v liefert eine Lösung. Ich setze nun für unser Problem

$$v = p (A u^p + C u^{-p})$$

wobei u die Bedeutung haben soll

$$u = r \, . \, e^{i \varphi} = r (\cos \varphi + i \sin \varphi).$$

Hierdurch sind gleich die Polarkoordinaten r und φ eingeführt, die wir im folgenden benutzen wollen. Man erhält durch Einsetzen von u in v und Trennung des reellen und imaginären Bestandteiles:

$$\left.\begin{aligned} \Phi &= p (A r^p + C r^{-p}) \cos p \varphi \\ \Psi &= p (A r^p - C r^{-p}) \sin p \varphi \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (73)$$

Die Induktion zerlegt man jetzt auch zweckmäßig in eine radiale und tangentiale Komponente, die durch Differentiation in der betreffenden Richtung aus (73) hervorgeht. Φ und Ψ gehen durch Drehung um den Winkel $\frac{\pi}{2p}$ offenbar ineinander über. Wir wollen nur die Funktion Φ benutzen und haben also

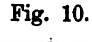
$$\mathfrak{B}_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r}; \quad \mathfrak{B}_\varphi = \frac{\partial \Phi}{r \, \partial \varphi} \quad \ldots \ldots \quad (72a)$$

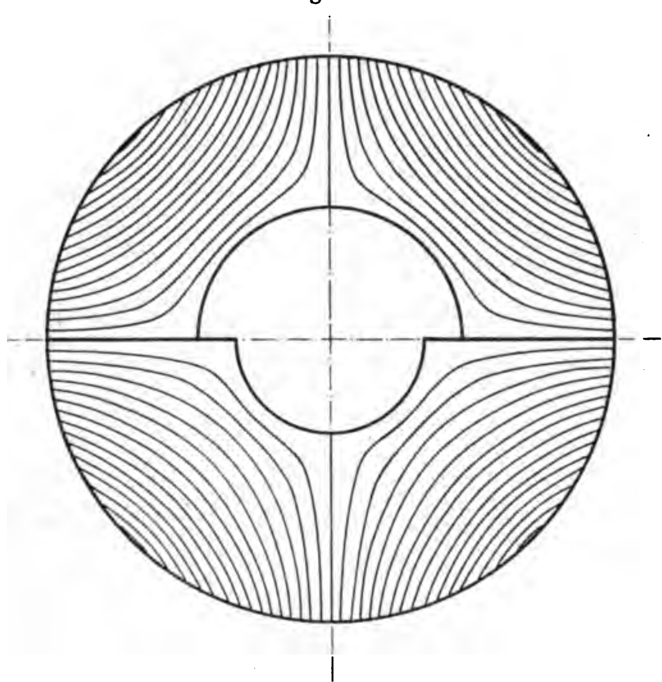
Durch r und φ ausgedrückt, erhält man dann die Komponenten

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B}_r &= \frac{1}{r} (A r^p - C r^{-p}) \cos p \varphi \\ \mathfrak{B}_\varphi &= -\frac{1}{r} (A r^p + C r^{-p}) \sin p \varphi \end{aligned}\right| \quad \ldots \ldots \quad (74)$$

Dieser Ausdruck stellt nun tatsächlich die analytische Formulierung des gesuchten Problems dar. Man erkennt das am leichtesten durch einen Vergleich mit der früher gegebenen Lösung für gerade

Anker, Formel (36), oder noch besser aus Fig. 10, in der der Verlauf der Induktionslinien nach Gl. (74) für $p = 2$ dargestellt ist. Aendert sich der Winkel φ um 360^0, so durchläuft z. B. $\mathfrak{B}_r$: p volle Perioden, es bedeutet daher p die Zahl der Polpaare der zu untersuchenden


Fig. 10.



Maschine. Für $p = \infty$ geht Gl. (74) nach einem bekannten Grenzübergange in Gl. (36) über, so daß wir hier die allgemeinere Lösung vor uns haben.

Zur Bestimmung der Konstanten A und C beachten wir, daß, bei Vernachlässigung der Streuung im Ankerinnern, die radiale Induktion am inneren Ankerrande verschwinden muß, also für $r = R_i : \mathfrak{B}_r = 0$. Das liefert

$$A R_i^p - C R_i^{-p} = 0.$$

Am äußeren Rande muß die radiale Induktion, wegen der Stetigkeit dieser Komponente, übereinstimmen mit der Feldkurve, die wir vorläufig als harmonisch ansehen wollen. Für

$$r = R_a : \mathfrak{B}_r = B_1 \cos p \varphi,$$

also

$$A R_a^p - C R_a^{-p} = B_1 R_a.$$

Diese beiden Gleichungen liefern die Amplituden zu

$$\left.\begin{aligned} A &= B_1 \frac{R_a^{1-p}}{1-\left(\frac{R_i}{R_a}\right)^{2p}} \\ C &= B_1 \frac{R_a^{1+p}}{\left(\frac{R_a}{R_i}\right)^{2p}-1} \\ \text{außerdem} \quad \frac{A}{C} &= R_i^{-2p} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (74\,a)$$

Vertauscht man in diesen Formeln R_i und R_a, so gelten sie natürlich ohne weiteres für Innenpolmaschinen.

Die neutralen Zonen des Ankers liegen bei $(2k+1)\frac{\pi}{2p}$, wenn k eine ganze Zahl ist, die Induktion ist dort nur tangential, und zwar

$$\mathfrak{B}_n = A\,r^{p-1} + C\,r^{-p-1} \quad \ldots \ldots \quad (75)$$

Am inneren Rande der neutralen Zone findet man hieraus, wenn man $r = R_i$ setzt und gleich die Werte für A und C aus Gl. (74 a) einsetzt

$$\mathfrak{B}_{nh} = B_1 \frac{2\left(\frac{R_i}{R_a}\right)^{p-1}}{1-\left(\frac{R_i}{R_a}\right)^{2p}}. \quad \ldots \ldots \quad (76)$$

Ebenso findet man für den äußeren Rand

$$\mathfrak{B}_{no} = B_1 \frac{1+\left(\frac{R_i}{R_a}\right)^{2p}}{1-\left(\frac{R_i}{R_a}\right)^{2p}}. \quad \ldots \ldots \quad (77)$$

Bezeichnet man nun wieder die Eisentiefe des Ankers mit h, die Polteilung mit τ, so hat man

$$2\pi R_a = 2p\tau,$$

$$R_a - R_i = h$$

und daraus

$$\frac{R_i}{R_a} = 1 - \frac{\pi}{p}\,\frac{h}{\tau}.$$

Die mittlere Ankerinduktion, mit der gewöhnlich gerechnet wird, ergibt sich aus dem Inhalt der Feldkurve

$$\mathfrak{B}_{\text{mitt}} = \frac{\tau}{\pi h} B_1.$$

Setzt man jetzt den Wert für $\frac{R_i}{R_a}$ in Gl. (76) und (77) ein, so folgt das Verhältnis der inneren und äußeren Induktion in der neutralen Zone zur mittleren, abhängig von $\frac{h}{\tau}$ und der Polzahl, als

$$\frac{\mathfrak{B}_{nh}}{\mathfrak{B}_{\text{mitt}}} = 2\pi \frac{h}{\tau} \frac{\left(1 - \frac{\pi}{p} \frac{h}{\tau}\right)^{p-1}}{1 - \left(1 - \frac{\pi}{p} \frac{h}{\tau}\right)^{2p}}, \quad . \quad . \quad . \quad (76\text{a})$$

$$\frac{\mathfrak{B}_{no}}{\mathfrak{B}_{\text{mitt}}} = \pi \frac{h}{\tau} \frac{1 + \left(1 - \frac{\pi}{p} \frac{h}{\tau}\right)^{2p}}{1 - \left(1 - \frac{\pi}{p} \frac{h}{\tau}\right)^{2p}}. \quad . \quad . \quad . \quad (77\text{a})$$

Diese beiden Verhältnisse sind in Fig. 11 und 12 dargestellt. Sie geben ein klares Bild von der Ungleichmäßigkeit der Induktionsverteilung. Besonders ist zu sehen, daß bei zweipoligen Ankern die größte Induktion stets am inneren Ankerrande liegt, auch bei vier- und sechspoligen kann sie dort beträchtlich werden, während bei mehrpoligen Maschinen das Maximum meist am äußeren Rande liegt.

Für sehr große Polzahlen darf man näherungsweise $p = \infty$ setzen und erhält dann, weil

$$\lim_{p=\infty} \left(1 - \frac{\pi}{p} \frac{h}{\tau}\right)^p = e^{\pi \frac{h}{\tau}}$$

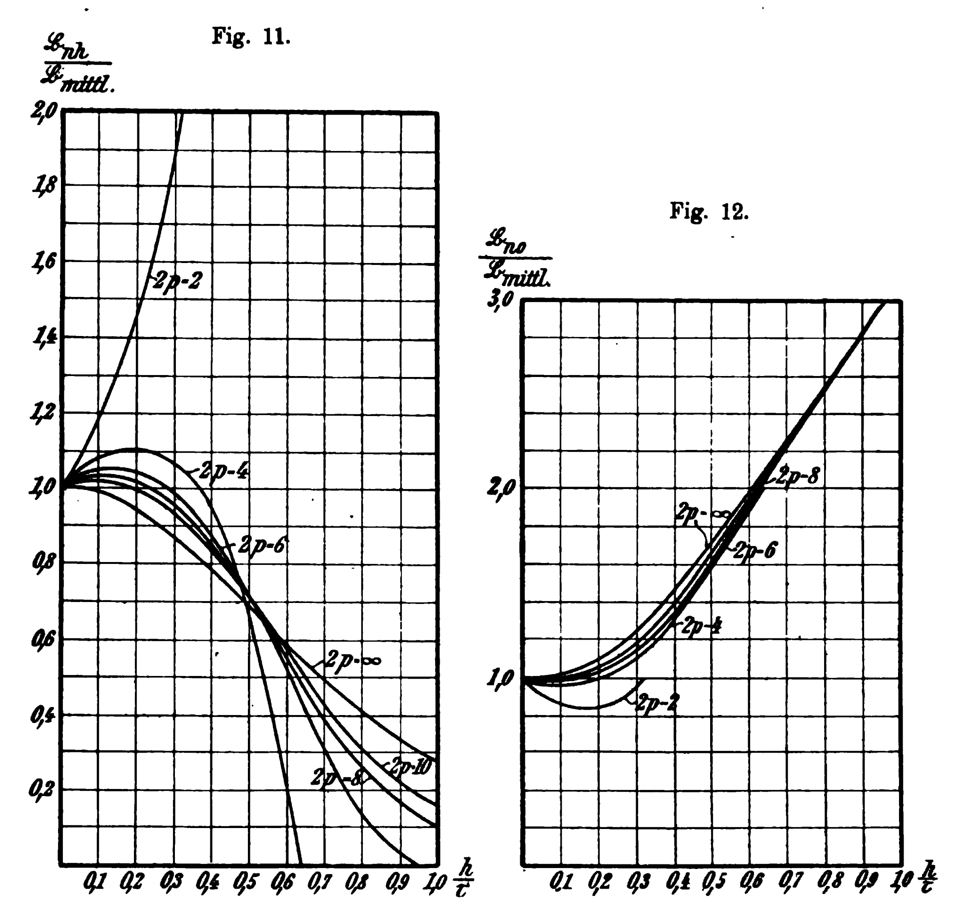
unter Einführung von hyperbolischen Funktionen

$$\frac{\mathfrak{B}_{nh}}{\mathfrak{B}_{\text{mitt}}} = \frac{\pi \frac{h}{\tau}}{\mathfrak{Sin}\, \pi \frac{h}{\tau}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (76\text{b})$$

$$\frac{\mathfrak{B}_{no}}{\mathfrak{B}_{\text{mitt}}} = \frac{\pi \frac{h}{\tau}}{\mathfrak{Tg}\, \pi \frac{h}{\tau}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (77\text{b})$$

Dies sind genau dieselben Werte, wie sie in der oben erwähnten Arbeit gefunden wurden.

Enthält die Feldkurve des Ankers außer der Grundschwingung auch noch höhere Harmonische, so kann man für jede derselben diese Rechnungen getrennt durchführen, man hat nur statt p zu setzen n p,

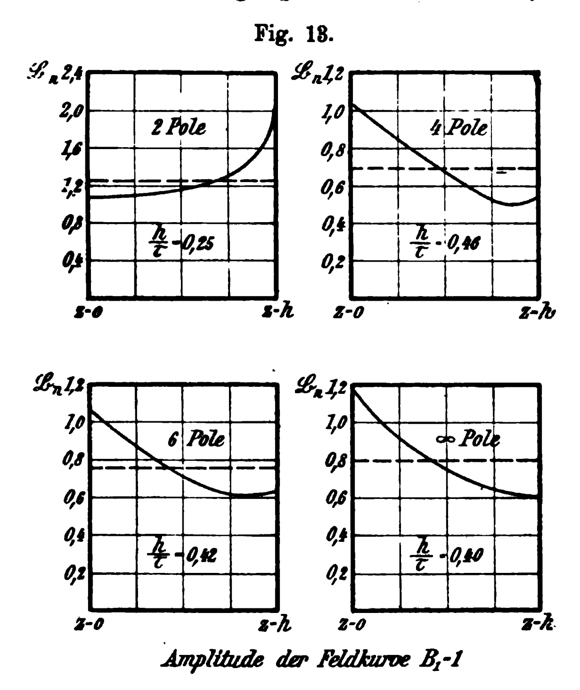


wenn n die Ordnungszahl der betreffenden Oberwelle bedeutet. Die vollständige Lösung erhält man dann durch Superposition der einzelnen. Auf die Diskussion der Erscheinungen mit Berücksichtigung der Oberwellen möge hier verzichtet werden, da sie gegenüber den l. c. erhaltenen Resultaten nichts wesentlich Neues liefert. Es sei nur bemerkt, daß die höheren Harmonischen im Grade ihrer Ordnungszahl schneller nach innen hin abnehmen als die Grundwelle und daher auf die äußeren Randschichten beschränkt sind. Die Induk-

tionsverteilung für die Grundwelle ist für einige Fälle in Fig. 13 dargestellt[1]).

In einem späteren Abschnitte soll untersucht werden, welchen Einfluß die Veränderlichkeit der Permeabilität des Eisens auf die Größe der Wirbelstrombildung hat. Da dies quantitativ nur möglich ist, wenn der Einfluß auf das Magnetfeld bereits bekannt ist, so soll jetzt in erster Näherung hergeleitet werden, wie sich die Induktionsverteilung im Anker durch Berücksichtigung des inkonstanten μ ändert. Aus

Fig. 13.



Amplitude der Feldkurve $B_1 = 1$

naheliegenden Gründen beschränken wir uns dabei auf den Fall eines Ankers mit sehr vielen Polen und mit sinusförmiger Feldkurve, für den die Formeln für μ = konst. in (36) und (36a) angeschrieben waren.

Es ist dort ersichtlich, daß A stets klein gegen C ist. Bilden wir daher den Absolutwert der Induktion $|\mathfrak{B}| = \sqrt{\mathfrak{B}_x^2 + \mathfrak{B}_z^2}$, so erkennt man, daß derselbe, wenn z konstant gehalten wird, nur sehr

[1]) Eine bildliche Darstellung des Verlaufs der Induktionslinien, die nach der Stromlinienmethode von Hele-Shaw erhalten ist, gibt W. M. Thornton, The Electrician LVI, 1906, S. 959, sowohl für glatte, wie für genutete Anker. Für glatte Anker entsprechen seine Bilder genau den oben hergeleiteten Formeln.

wenig schwankt. Wir dürfen daher die Permeabilität μ, die ja nur von $|\mathfrak{B}|$ abhängt, in erster Annäherung als alleinige Funktion der Eisentiefe z ansehen. Für inkonstantes μ lauten die Differentialgleichungen des Magnetfeldes [vgl. auch Gl. (3) und (6)]:

$$\operatorname{div} \mathfrak{B} = 0; \qquad \operatorname{curl} \mathfrak{H} = \operatorname{curl} \frac{\mathfrak{B}}{\mu} = 0,$$

also in Cartesischer Schreibweise

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{B}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{B}_z}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mathfrak{B}_x}{\mu}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mathfrak{B}_z}{\mu}\right) = 0 \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (78)$$

Da μ nur von z abhängt, so ist

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mathfrak{B}_x}{\mu}\right) = \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathfrak{B}_x}{\partial z} - \frac{1}{\mu^2}\mathfrak{B}_x \frac{d\mu}{dz} \\ \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mathfrak{B}_z}{\mu}\right) = \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathfrak{B}_z}{\partial x}, \end{aligned}\right\}$$

also

$$\frac{\partial \mathfrak{B}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{B}_z}{\partial x} - \frac{1}{\mu}\frac{d\mu}{dz}\mathfrak{B}_x = 0. \quad . \; . \; . \; . \quad (78a)$$

Differenzieren wir diese Gleichung nach z, die erste Gl. (78) nach x und addieren wir sie, so erhalten wir

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{B}_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{B}_x}{\partial x^2} - \frac{1}{\mu}\frac{d^2\mu}{dz^2}\mathfrak{B}_x - \frac{1}{\mu}\frac{d\mu}{dz}\frac{\partial \mathfrak{B}_x}{\partial z} + \left(\frac{1}{\mu}\frac{d\mu}{dz}\right)^2 \mathfrak{B}_x = 0.$$

Hier soll das letzte Glied, als klein von zweiter Ordnung, sofort vernachlässigt werden.

Da die Feldkurve harmonisch sein soll, so ist jedenfalls

$$\mathfrak{B}_x = f(z) \,.\, \sin \alpha x,$$

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{B}_x}{\partial x^2} = -\alpha^2 f(z) \,.\, \sin \alpha x.$$

Setzt man dies in die voranstehende Gleichung ein, so erhält man für f (z), das die Abnahme der Induktion nach unten darstellt, die Differentialgleichung

$$\frac{d^2 f}{dz^2} - \frac{1}{\mu}\frac{d\mu}{dz} \cdot \frac{df}{dz} - \left(\alpha^2 + \frac{1}{\mu}\frac{d^2\mu}{dz^2}\right) f = 0. \quad . \quad (79)$$

Wäre μ für jede Eisentiefe bekannt, so lieferte uns Gl. (79) die Verteilung der Induktion, da es aber selbst wieder von $\mathfrak{B}$ abhängig ist, so wollen wir uns mit einer Näherung begnügen und die einfachste Annahme machen, daß μ geradlinig mit z wächst oder abnimmt, daß also

$$\mu = \mu_0 + m \cdot \frac{z}{\tau}.$$

Um die Werte von μ_0 und m für den einzelnen Fall zu bekommen, kann man sich unter vorläufiger Voraussetzung konstanter Permeabilität nach den früheren Formeln $\mathfrak{B}$ abhängig von z für die neutrale Zone auftragen. Die μ-Kurve, abhängig von z, kann hiernach unter Zuhilfenahme der Magnetisierungskurve berechnet werden, und wird durch eine passend gelegte Gerade approximiert. Man erhält als Grenzwerte:

$$\mu_0 = 500 \text{ bis } 4000,$$
$$m = 6000 \text{ bis } -2000,$$

die jedoch schon wegen des Ausgleichs der Induktionsschwankungen, eben durch das variable μ, korrigiert sind.

Weil $\frac{d\mu}{dz} = \frac{m}{\tau}$ und $\frac{d^2\mu}{dz^2} = 0$ ist, nach unserer Annahme, so wird die Differentialgleichung (79):

$$\frac{d^2 f}{dz^2} - \frac{\frac{m}{\tau}}{\mu_0 + m\frac{z}{\tau}} \frac{df}{dz} - \alpha^2 f = 0.$$

Es entspricht nun dem Charakter unseres Näherungsverfahrens, wenn wir für die allerdings etwas variable Größe im Nenner des zweiten Gliedes einen Mittelwert: μ_m setzen, dann wird also

$$\frac{d^2 f}{dz^2} - \frac{m}{\tau\,\mu_m} \frac{df}{dz} - \alpha^2 f = 0 \quad \ldots \ldots \quad (79a)$$

die endgültige Differentialgleichung des Problems.

Der Unterschied gegen die frühere Berechnung mit konstantem μ liegt im Hinzutreten des zweiten Gliedes. Die vielen Vernachlässigungen, die bei der Herleitung dieser Gleichung gemacht worden sind, können nur dadurch gerechtfertigt werden, daß es hier weniger auf eine genaue Theorie, als auf eine Fehlerabschätzung abgesehen ist.

Die Lösung der Differentialgleichung ist

$$f(z) = C_1 e^{\varrho_1 z} + C_2 e^{\varrho_2 z}, \quad \ldots \ldots \quad (79b)$$

wobei ρ aus der Gleichung zu bestimmen ist:

$$\rho^2 - \frac{m}{\tau \mu_m} \rho - \alpha^2 = 0.$$

Man erhält für $\frac{\rho}{\alpha}$ die beiden Werte

$$\frac{\rho}{\alpha} = \frac{m}{2\pi \mu_m} \pm \sqrt{1 + \left(\frac{m}{2\pi \mu_m}\right)^2} \quad . \quad . \quad . \quad (80)$$

Während nun bei konstantem $\mu : \rho = \pm \alpha$ war, ist jetzt — wenn wir annehmen, m sei positiv, wir arbeiteten also bei höheren Induktionen — das positive ρ_1 größer als α, das negative ρ_2 kleiner als α, d. h. die Abnahme der Induktion nach unten erfolgt langsamer. Bei sehr geringen Induktionen sinkt μ mit abnehmenden $\mathfrak{B}$, dann ist m negativ und die Abnahme der Induktion ist stärker. Die Differentialgleichung (79a) beschreibt uns also die Vorgänge, die bei variablem μ auftreten, qualitativ sicher richtig, und darauf kommt es uns ja nur an.

Die Komponenten der Induktion erhält man jetzt zu

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B}_x &= \left(C_1 e^{\varrho_1 z} + C_2 e^{\varrho_2 z}\right) \sin \alpha x \\ \mathfrak{B}_z &= -\left(\frac{\alpha}{\rho_1} C_1 e^{\varrho_1 z} + \frac{\alpha}{\rho_2} C_2 e^{\varrho_2 z}\right) \cos \alpha x \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (81)$$

Die letzte Komponente folgt nach Gl. (78) aus $\mathfrak{B}_z = -\int \frac{\partial \mathfrak{B}_x}{\partial x} dz$.

Aus der quadratischen Gleichung für ρ erkennt man noch, daß:

$$\rho_1 \rho_2 = -\alpha^2 \quad \text{oder} \quad \frac{\rho_1}{\alpha} = -\frac{\alpha}{\rho_2},$$

eine Beziehung, von der später Gebrauch gemacht wird.

Zur Bestimmung der Konstanten haben wir für $z = h : \mathfrak{B}_z = 0$, also

$$\frac{\alpha}{\rho_1} C_1 e^{\varrho_1 h} + \frac{\alpha}{\rho_2} C_2 e^{\varrho_2 h} = 0;$$

für $z = 0 : \mathfrak{B}_z = B_1 . \cos \alpha x$, also

$$\frac{\alpha}{\rho_1} C_1 + \frac{\alpha}{\rho_2} C_2 = -B_1.$$

Daraus erhält man nach einfachen Zwischenrechnungen:

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= \frac{\rho_1}{\alpha} \frac{B_1}{e^{(\varrho_1 - \varrho_2) h} - 1} \\ C_2 &= \frac{\rho_2}{\alpha} \frac{B_1}{1 - e^{-(\varrho_1 - \varrho_2) h}} \\ \frac{C_1}{C_2} &= \left(\frac{\alpha}{\rho_2}\right)^2 e^{-(\varrho_1 - \varrho_2) h} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (81a)$$

Es ist nun im großen Mittel etwa:

$$\mu_0 = 3000; \quad m = 2500; \quad \mu_m = 3500.$$

Damit wird

$$\frac{m}{2\pi\mu_m} = 0{,}114; \quad \sqrt{1 + \left(\frac{m}{2\pi\mu_m}\right)^2} = 1{,}007;$$

also:

$$\frac{\rho_1}{a} = 1{,}121; \quad \frac{\rho_2}{a} = -0{,}883.$$

In einem extremen Falle würde:

$$\mu_0 = 500; \quad m = 6000; \quad \mu_m = 2000.$$

$$\frac{m}{2\pi\mu_m} = 0{,}478; \quad \sqrt{1 + \left(\frac{m}{2\pi\mu_m}\right)^2} = 1{,}110.$$

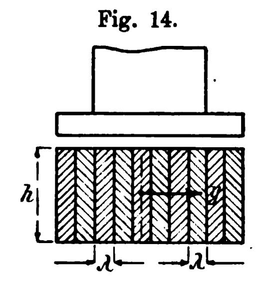
$$\frac{\rho_1}{a} = 1{,}588; \quad \frac{\rho_2}{a} = -0{,}632.$$

Die Abweichungen von der mit konstantem μ berechneten Induktionsverteilung können also ganz beträchtlich werden. Das wird jedoch bei den Wirbelströmen nicht so sehr viel ausmachen.

Wirbelstromverluste in den Ankern von Dynamomaschinen.

In den eisernen Ankern von Dynamomaschinen, die sich durch ein im Raume feststehendes Magnetfeld bewegen, treten Wirbelströme auf, deren Ausbildung man aus zwei Gründen möglichst zu verhindern sucht. Einmal bedingen sie einen schädlichen Energieverlust und erhitzen den Anker stark, und zweitens schwächen sie durch ihr eigenes Magnetfeld das ursprüngliche, so daß die Erzeugung der Nutzströme durch sie beeinträchtigt wird. Beides wird erheblich vermindert, wenn man das Ankereisen quer zur Richtung der treibenden E.M.Ke., also durch Schnitte parallel zur x z-Ebene, Fig. 14, zerteilt und so den parasitären Strömungen ihren Weg abschneidet. Sie werden sich dann an der Grenze des Bleches umbiegen und ihre Bahnen in irgend welchen räumlichen Kurven schließen, deren Auffindung das nächste Ziel unserer Betrachtungen sein soll. Man lamelliert in der Praxis durch Anwendung dünner Bleche das Ankereisen so fein, daß der Effektverlust auf ein geringes Maß herabgedrückt wird, und daß die Rückwirkung der

Fig. 14.



Wirbelströme auf das Feld nicht mehr merkbar ist. Diesen letzteren Umstand wollen wir uns zu nutze ziehen, wir dürfen dann von vornherein die Selbstinduktion der Strömung vernachlässigen und haben als Grundgleichung des Problems die allgemeine Gleichung (11) anzuwenden, die lautet:

$$\operatorname{curl} \mathfrak{i} = -\frac{1}{s}\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t},$$

wobei statt $\mathfrak{B}^a$ gleich wieder $\mathfrak{B}$ geschrieben ist.

Wir wollen fürs erste voraussetzen, daß wir eine vielpolige Maschine vor uns haben, also mit geradlinigen Koordinaten rechnen dürfen, außerdem soll μ konstant sein. Dann wird das erzeugende Magnetfeld durch die Gl. (36) dargestellt, sie seien hier nochmals angeschrieben:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B}_x &= (A e^{\alpha z} + C e^{-\alpha z}) \sin \alpha x \\ \mathfrak{B}_y &= 0 \\ \mathfrak{B}_z &= -(A e^{\alpha z} - C e^{-\alpha z}) \cos \alpha x \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (82)$$

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{B_1}{e^{2\alpha h} - 1} \\ C &= \frac{B_1}{1 - e^{-2\alpha h}} \\ \alpha &= \frac{\pi}{\tau} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (82a)$$

B_1 bedeutet wie früher die Amplitude der sinusförmigen Feldkurve, h die Eisentiefe des Ankers. Die Blechdicke ist gleichbedeutend mit der Ankerlänge früher, wir nennen sie auch hier λ.

Für den Fall sehr großer Tiefe h, der zuerst behandelt werden möge, erhielten wir nun in Gl. (38) ein partikuläres Integral der Differentialgleichung (11), da dann $A = 0$ ist:

$$\mathfrak{i}_y^{(1)} = -\frac{v}{s} C e^{-\alpha z} \cos \alpha x \quad \ldots \ldots \quad (83)$$

Während wir uns dort, bei den sehr breiten Wirbelstrombremsen, mit dieser Lösung begnügen konnten, gibt sie uns bei der sehr kleinen Dicke der Bleche aber keine genügende Näherung an die Wirklichkeit. Es würde für $y = \pm \frac{\lambda}{2}$ ein starker Strom aus dem Bleche austreten, was der Begrenzung wegen physikalisch nicht möglich ist. Wir haben daher nach weiteren partikulären Integralen der Gl. (11) zu suchen,

durch deren Addition zu $\mathfrak{i}^{(1)}$ wir den wirklichen Stromverlauf darstellen können, mit Beachtung sämtlicher Randbedingungen.

Bezeichnen wir die einzelnen partikulären Lösungen der Gl. (11) mit $\mathfrak{i}^{(1)}$, $\mathfrak{i}^{(2)}$, $\mathfrak{i}^{(3)}$ u. s. w., so lautet die Differentialgleichung

$$\operatorname{curl} \mathfrak{i}^{(1)} + \operatorname{curl} \mathfrak{i}^{(2)} + \operatorname{curl} \mathfrak{i}^{(3)} + \ldots . = - \frac{1}{s} \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}.$$

Beachten wir nun, daß der Strom aus Gl. (83) bereits der Gleichung genügt:

$$\operatorname{curl} \mathfrak{i}^{(1)} = - \frac{1}{s} \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}$$

und subtrahieren wir dieses, so bekommen wir für die noch ausstehenden partikulären Lösungen

$$\operatorname{curl} \mathfrak{i}^{(2)} = 0, \quad \operatorname{curl} \mathfrak{i}^{(3)} = 0 \text{ u. s. w.} \quad . \quad . \quad (84)$$

Außerdem ist

$$\operatorname{div} \mathfrak{i}^{(2)} = 0, \quad \operatorname{div} \mathfrak{i}^{(3)} = 0 \text{ u. s. w.} \quad . \quad . \quad (84a)$$

Wir können die zusätzlichen Strömungen also jetzt nach Gl. (84) und (84a) ganz ohne Rücksicht auf das Magnetfeld berechnen, sie verlaufen genau so, als ob sie von einer äußeren E.M.K. hervorgerufen würden.

Die Gl. (84) stellen nun die Bedingungen dafür dar, daß sich die Strömungen $\mathfrak{i}$ von einer Stromfunktion Ω ableiten lassen durch die Operation [1]:

$$\mathfrak{i} = \nabla \Omega,$$

oder in Cartesischer Schreibweise

$$\mathfrak{i}_x = \frac{\partial \Omega}{\partial x}, \quad \mathfrak{i}_y = \frac{\partial \Omega}{\partial y}, \quad \mathfrak{i}_z = \frac{\partial \Omega}{\partial z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (85)$$

Die Strömungsfunktion hat dann nach (84a) nur der einen Bedingung zu genügen

$$\nabla^2 \Omega = \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (85a)$$

Da $\mathfrak{i}^{(1)}$ nur in y-Richtung fließt, so tritt dieser Strom an der oberen Blechkante $z = 0$ nicht aus, sondern läuft ihr parallel, wie es sein muß. Dagegen tritt für $y = \pm \frac{\lambda}{2}$ die gesamte Strömung nach Gl. (83) durch die Begrenzungsebene hindurch. Wir wollen dies nun kom-

[1]) Vergl. auch A. Föppl, Vorlesungen über technische Mechanik, 2. Aufl., Leipzig 1901, Bd. 4, S. 378.

pensieren durch eine Stromverteilung $i^{(2)}$, die für $y = \pm \frac{\lambda}{2}$ gerade den entgegengesetzten Wert hat wie $i^{(1)}$. Ich setze

$$\Omega_2 = \frac{v}{s} C \cos \alpha x \cdot y \cdot e^{-\alpha z},$$

dann erhält man offenbar:

$$\left.\begin{aligned} i_x^{(2)} &= -\alpha \frac{v}{s} C \sin \alpha x \cdot y \cdot e^{-\alpha z} \\ i_y^{(2)} &= +\frac{v}{s} C \cos \alpha x \cdot e^{-\alpha z} \\ i_z^{(2)} &= -\alpha \frac{v}{s} C \cos \alpha x \cdot y \cdot e^{-\alpha z} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (86)$$

so daß der Grenzbedingung für $y = \pm \frac{\lambda}{2}$ Genüge geleistet ist. Durch zweimalige Differentiation von Ω erkennt man leicht, daß auch Gl. (85a) erfüllt ist. Wir haben, wenn wir $i^{(1)} + i^{(2)}$ betrachten, an den seitlichen Blechflächen den physikalischen Forderungen allerdings entsprochen, dafür tritt aber jetzt eine Strömung $i_z^{(2)}$ am oberen Rande für $z = 0$ aus, was wir keineswegs zulassen können. Wir helfen uns hier auf dieselbe Weise und stellen eine neue Strömungsfunktion auf:

$$\Omega_3' = P \cdot \cos \alpha x \cdot \sin \beta y \cdot e^{-\gamma z}.$$

Durch zweimalige Differentiation nach x, y und z erhalten wir zunächst eine Bedingung, der die drei Größen α, β, γ genügen müssen:

$$\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2 = 0.$$

Die y-Komponente des Stromes wird

$$i_y^{(3)'} = \frac{\partial \Omega'_3}{\partial y} = P \beta \cdot \cos \alpha x \cdot \cos \beta y \cdot e^{-\gamma z}.$$

Da dieselbe für $y = \pm \frac{\lambda}{2}$ verschwinden muß, so muß sein

$$\cos \beta \frac{\lambda}{2} = 0$$

oder, wenn wie früher mit q eine ungerade Zahl bezeichnet wird

$$\beta_q = q \frac{\pi}{\lambda} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (87)$$

also

$$\gamma_q = \sqrt{\alpha^2 + \beta_q^2} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2 + \left(q \frac{\pi}{\lambda}\right)^2} \quad . \quad . \quad (87a)$$

Wir erhalten also eine ganze Reihe von Werten von β, die mit den Bedingungen verträglich sind, und daher auch eine Reihe von Partikularlösungen.

Bilden wir jetzt auch die z-Komponente der Strömung

$$i_z^{(3)\prime} = \frac{\partial \Omega_3'}{\partial z} = - P\gamma \, . \cos\alpha x \, . \sin\beta y \, . e^{-\gamma z},$$

so sehen wir, daß dieselbe noch nicht im stande ist, für $z = 0$ in Gl. (86) die letzte Stromkomponente zu kompensieren. Statt der erforderlichen Proportionalität mit y ist hier nur eine solche mit $\sin\beta y$ vorhanden, so daß wir durch keine Wahl der Größe P vollkommenes Verschwinden des austretenden Stromes darstellen können. Nun darf aber β eine Reihe von Werten besitzen, die alle im Verhältnisse der ungeraden Zahlen stehen, wir können daher einen Satz von Fourier benutzen, der erlaubt, daß man y als Summe einer unendlichen Reihe nach $\sin\beta y$ auffassen darf, in der die β eben dieselbe Eigenschaft haben. Es ist

$$y = \frac{1}{\beta_1}\frac{4}{\pi}\left(\sin\beta_1 y - \frac{1}{3^2}\sin\beta_3 y + \frac{1}{5^2}\sin\beta_5 y - + \ldots\right)$$

$$= \frac{1}{\beta_1}\frac{4}{\pi}\Sigma \pm \frac{1}{q^2}\sin\beta_q y.$$

Wir setzen nun endgültig unsere Stromfunktion fest zu

$$\Omega_3 = -\frac{4}{\pi^2}\frac{v}{s} C\lambda \cos\alpha x \sum_q D_q \, . e^{-\gamma_q z} \, . \sin\beta_q y.$$

Durch die Wahl von β_q und γ_q nach Gl. (87) und (87a) ist die Bedingung für $\nabla^2\Omega$ ohne weiteres erfüllt. Die Werte der Konstanten D_q müssen sich durch Vergleich mit der Fourierschen Reihe ergeben. Die Strömung berechnet sich nach Gl. (85a)

$$\left.\begin{aligned} i_x^{(3)} &= \frac{4}{\pi^2}\frac{v}{s} C\lambda\,\alpha \, . \sin\alpha x\,\Sigma D_q e^{-\gamma_q z} \, . \sin\beta_q y \\ i_y^{(3)} &= -\frac{4}{\pi^2}\frac{v}{s} C\lambda \, . \cos\alpha x\,\Sigma D_q \beta_q e^{-\gamma_q z} \cos\beta_q y \\ i_z^{(3)} &= \frac{4}{\pi^2}\frac{v}{s} C\lambda \, . \cos\alpha x\,\Sigma D_q \gamma_q e^{-\gamma_q z} \sin\beta_q y \end{aligned}\right\} \quad . \quad (88)$$

Setzen wir nun in der letzten Gl. (86) für y die Sinusreihe ein, und vergleichen wir diesen Ausdruck mit der letzten Gl. (88), für $z = 0$, so sehen wir, daß die Gleichung bestehen muß:

$$\frac{\alpha}{\beta_1}\frac{4}{\pi}\Sigma \pm \frac{1}{q^2}\sin\beta_q y = \frac{4}{\pi^2}\lambda\,\Sigma\gamma_q D_q \sin\beta_q y.$$

Setzt man für β_1 und γ_q ihre Werte aus (87) und (87a) ein, so erkennt man leicht, daß

$$D_q = \pm \frac{1}{q^2 \sqrt{1 + q^2 \left(\frac{\tau}{\lambda}\right)^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (88a)$$

Es ist auffällig, daß dieser Ausdruck große Aehnlichkeit besitzt mit der Größe w_q bei der scheibenförmigen Bremse. Dort war die Zerlegung in höhere Harmonische von vornherein ausgeführt, hier zeigt sie sich als notwendig wegen der Randbedingungen bei seitlich begrenzten Körpern.

Durch die Gleichungen (83), (86), (88) ist nun das gestellte Problem für sehr großes h vollständig gelöst: die Differentialgleichung ist befriedigt, an den Seitenflächen und der Oberkante des Bleches ist der Grenzbedingung Genüge geleistet, und für großes z verschwindet die Strömung, so daß man auch hier das Blech begrenzen darf. Die Gesamtströmung für diesen Fall ist also gegeben durch

$$i^{(1)} + i^{(2)} + i^{(3)}.$$

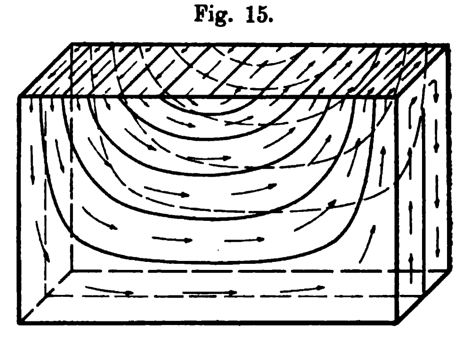
Aus diesen Ausdrücken ist nun ersichtlich, daß nicht etwa nur an den Grenzflächen, sondern für jeden Punkt des Eisens $i_y^{(1)} = - i_y^{(3)}$ ist. Die Strömung in y-Richtung wird daher nur durch $i_y^{(3)}$ wiedergegeben. In der ganzen Strömung $i^{(3)}$ steckt aber der Faktor D_q, und man sieht leicht, daß dieser für praktisch benutzte Blechdicken (etwa $\lambda = 0{,}05$ cm; $\tau = 25$ cm; $\frac{\tau}{\lambda} = 500$) schon für die erste Harmonische sehr klein ist, für größeres q noch viel mehr. Außerdem nimmt $i^{(3)}$ mit $e^{-\gamma z}$ nach unten ab; da nun des kleinen λ wegen γ_q außerordentlich groß ist, ganz besonders für die Oberfelder, so ist die Strömung $i^{(3)}$ nur auf die alleräußersten Randschichten des Bleches beschränkt. Die Strömung der Grundwelle ist schon bis auf 1% gesunken in einer Tiefe

$$z_1 = \frac{\ln 100}{\gamma_1} = \infty \frac{4{,}6}{\beta_1} = 1{,}46\ \lambda,$$

also für gebräuchliche Bleche schon nach Bruchteilen eines Millimeters. Man sieht daher, daß die Wirbelströmung in dünnen Ankerblechen der Hauptsache nach durch $i_x^{(2)}$ und $i_z^{(2)}$ wiedergegeben wird, also nicht quer zum Blech fließt, nur an der Blechkante $z = 0$ bewirkt $i^{(3)}$ ein Umbiegen derselben. Vergleicht man nun Gl. (86) für die Strömung

mit Gl. (82) für die Induktionslinien (wobei immer noch $A = 0$ ist), so erkennt man das interessante Resultat, daß die Stromlinien der Wirbelströme mit den Induktionslinien des Magnetfeldes identisch sind, bis auf die Randschichten, wo eben ein Umkehren der Ströme stattfindet[1]). Man erhält so den Stromverlauf der Fig. 15. Der Faktor y in Gl. (86) beeinträchtigt die Stromlinien nicht, weil sie ja auf dem größten Teile ihres Weges in einer Ebene laufen, er läßt erkennen, daß die Mitte des Bleches stromfrei ist und an den Seitenflächen entgegengesetzte Strömung herrscht.

Fig. 15.



Bisher war vorausgesetzt, daß die Eisentiefe des Ankers sehr groß ist, so daß in Gl. (82) A gegen C vernachlässigt werden konnte. Das wird jedoch im allgemeinen nicht der Fall sein, es soll daher jetzt die Strömung berechnet werden, die durch das vollständige Feld (82) induziert wird. Die von den Größen C abhängige Strömung ändert sich gegenüber dem bis jetzt behandelten nicht, es kommt nur noch die von A abhängige hinzu. Man erhält dann, wenn man ähnlich rechnet wie oben, sowohl am oberen, als auch am unteren Blechrande eine zusätzliche Stromverteilung, die ein Umbiegen der Stromlinien bewirkt. Ich habe die Rechnungen vollständig durchgeführt, sie werden aber so umfangreich und liefern so wenig Neues, daß es sich nicht verlohnt, sie hier anzuführen. Sie lassen erkennen, daß der zusätzliche Strom am unteren Blechrande nur außerordentlich schwach ist und am Verlaufe der Stromlinien fast nichts ändert. Nur wenn die Ankertiefe h beinahe gleich 0 ist, ist er ebenso stark wie der am oberen Rande und verändert die Stromlinien derart, daß sie einen Querschnitt des Bleches direkt umschließen, ohne sich stark in der x-Richtung auszubauchen. Wir wollen daher von diesen schwächeren Strömungen ganz absehen, umsomehr, als ihr Effekt verschwindend klein ist, und nur diejenigen betrachten, die den Lösungen $\mathfrak{i}^{(2)}$ entsprechen, also in der x- und z-Richtung verlaufen.

---

[1]) Die höheren Harmonischen der Feldkurve modifizieren dies Resultat dahin, daß die Wirbelströme so laufen, wie Induktionslinien, die von einem Felde stammten, in dem alle Oberwellen im Grade ihrer Ordnungszahl verstärkt wären.

Das Magnetfeld mit der Amplitude A erzeugt nun in einem unbegrenzten Körper, ganz analog der Gl. (83), eine Strömung

$$i_y^{(4)} = \frac{v}{s} A . e^{\alpha z} . \cos \alpha x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (89)$$

Zur Kompensation derselben an den Seitenflächen des Bleches stellen wir wieder eine Stromfunktion auf,

$$\Omega_5 = -\frac{v}{s} A \cos \alpha x . y . e^{\alpha z},$$

die der Gl. (85a) genügt und uns daher die Strömung liefert:

$$\left.\begin{aligned} i_x^{(5)} &= \alpha \frac{v}{s} A \sin \alpha x . y . e^{\alpha z} \\ i_y^{(5)} &= -\frac{v}{s} A \cos \alpha x . e^{\alpha z} \\ i_z^{(5)} &= -\alpha \frac{v}{s} A \cos \alpha x . y . e^{\alpha z} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (90)$$

Die y-Komponente löscht wieder den Strom $i^{(4)}$ an allen Stellen aus, so daß wir in den Strömungen $i_x^{(2)}$, $i_z^{(2)}$, $i_x^{(5)}$, $i_z^{(5)}$ diejenigen erblicken dürfen, die uns die Vorgänge bis auf die äußersten Randschichten richtig darstellen.

Wir wollen jetzt die Energie berechnen, die von diesen Wirbelströmen in Wärme umgesetzt wird. Die zu beachtenden Stromkomponenten mögen nochmals zusammen angeschrieben werden:

$$\left.\begin{aligned} i_x^{(2)} &= -\alpha \frac{v}{s} C \sin \alpha x . y . e^{-\alpha z} \\ i_z^{(2)} &= -\alpha \frac{v}{s} C \cos \alpha x . y . e^{-\alpha z} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (86a)$$

$$\left.\begin{aligned} i_x^{(5)} &= +\alpha \frac{v}{s} A \sin \alpha x . y . e^{\alpha z} \\ i_z^{(5)} &= -\alpha \frac{v}{s} A \cos \alpha x . y . e^{\alpha z} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (90a)$$

Den Effekt berechnen wir für ein Blechstück von der Länge τ, der Stärke λ und der Tiefe h, also

$$W = s \int_0^\tau d x \int_{-\frac{\lambda}{2}}^{+\frac{\lambda}{2}} d y \int_0^h d z . i^2.$$

Das Quadrat des Stromes ist hier

$$i^2 = i_x^{(2)2} + i_z^{(2)2} + i_x^{(5)2} + i_z^{(5)2} + 2\, i_x^{(2)}\, i_x^{(5)} + 2\, i_z^{(2)}\, i_z^{(5)},$$

weil alle anderen Produkte verschwinden. Zuerst nehmen wir die beiden letzten Glieder vor:

$$\int i_x^{(2)} \cdot i_x^{(5)} \cdot d\,v = -\left(\alpha\,\frac{v}{s}\right)^2 A\,C \int_0^\tau \sin^2 \alpha x \,.\, d\,x \,.\int_{-\frac{\lambda}{2}}^{+\frac{\lambda}{2}} y^2 d\,y \,.\int_0^h d\,z,$$

$$\int i_z^{(2)} \cdot i_z^{(5)} \cdot d\,v = +\left(\alpha\,\frac{v}{s}\right)^2 A\,C \int_0^\tau \cos^2 \alpha x \,.\, d\,x \,.\int_{-\frac{\lambda}{2}}^{+\frac{\lambda}{2}} y^2 d\,y \,.\int_0^h d\,z.$$

Man sieht leicht, daß sie sich aufheben.

Beachtet man nun die Integrale

$$\left.\begin{aligned}
&\int_0^\tau \sin^2 \alpha x \,.\, d\,x = \int_0^\tau \cos^2 \alpha x \,.\, d\,x = \frac{\tau}{2} \\
&\int_{-\frac{\lambda}{2}}^{+\frac{\lambda}{2}} y^2 \,.\, d\,y = \frac{\lambda^3}{12} \\
&\int_0^h e^{-2\alpha z}\, d\,z = \frac{1}{2\alpha}\left(1 - e^{-2\alpha h}\right) \\
&\int_0^h e^{2\alpha z}\, d\,z = \frac{1}{2\alpha}\left(e^{2\alpha h} - 1\right)
\end{aligned}\right\}$$

so erhält man, da ja $\alpha = \frac{\pi}{\tau}$ gesetzt war,

$$W_x^{(2)} = W_z^{(2)} = \frac{\pi}{48} \cdot \lambda^3\, \frac{v^2}{s}\, C^2 \left(1 - e^{-2\alpha h}\right),$$

$$W_x^{(5)} = W_z^{(5)} = \frac{\pi}{48} \cdot \lambda^3\, \frac{v^2}{s}\, A^2 \left(e^{2\alpha h} - 1\right).$$

Die Leistungen sind dabei mit den Indizes ihrer Ströme versehen. Der Gesamteffekt der Wirbelströme wird also

$$W = \frac{\pi}{24}\, \lambda^3\, \frac{v^2}{s} \left[C^2 \left(1 - e^{-2\alpha h}\right) + A^2 \left(e^{2\alpha h} - 1\right)\right]. \quad . \quad (91)$$

Den Ausdruck in der eckigen Klammer kann man durch Einführen der Werte von C und A nach Gl. (82a) auf eine elegantere Form bringen, er wird gleich

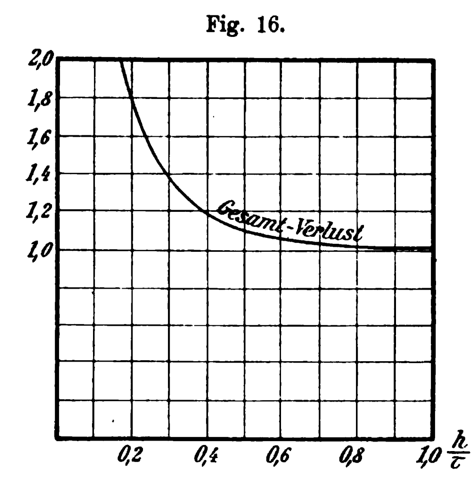
$$B_1^2 \frac{e^{ah} + e^{-ah}}{e^{ah} - e^{-ah}}.$$

Führt man hyperbolische Funktionen ein, so wird die Gleichung für den Wirbelstromverlust eines Polabschnittes in einem Blech

$$W = \frac{\pi}{24} \lambda^3 \frac{v^2}{s} B_1^2 \frac{1}{\mathfrak{Tg}\, \pi \frac{h}{\tau}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (91a)$$

B_1 bedeutet hier, wie nochmals hervorgehoben werden mag, nicht die Ankerinduktion, sondern die Amplitude der ersten Harmonischen der Feldkurve, die fast stets beträchtlich größer ist als die maximale Luftinduktion. Da für große Werte von h die hyperbolische Tangente sich der Einheit stark nähert, so sinkt der Wirbelstromverlust einer Dynamo nicht dauernd mit wachsender Ankertiefe. Seine Abhängigkeit von $\frac{h}{\tau}$ bei konstanter Feldkurve ist in Fig. 16 dargestellt. Man sieht, es hat wenig Zweck, über $\frac{h}{\tau} = 0{,}4$ hinauszugehen.

Fig. 16.



Nach Formel (91a) lassen sich auch ohne weiteres die Verluste durch die Oberwellen der Feldkurve berechnen, wenn deren Amplituden B_n, etwa durch eine harmonische Analyse [1]) bekannt sind. Da in einer Polteilung n Halbperioden der Oberwelle enthalten sind, so hat man dann nur statt B_1^2 zu setzen $n \cdot B_n^2$. Die Tangente hat für alle Oberschwingungen genau genug den Wert 1, so daß dieselben eine recht erhebliche Vermehrung der Verluste bewirken können.

Formel (91a) soll noch auf einen Spezialfall angewandt werden, nämlich zur Berechnung der Wirbelstromverluste in den lamellierten

---

[1]) C. Runge, E.T.Z. 1905, S. 247.

Polen von Dynamomaschinen. Die geringste vorkommende Eisentiefe der Bleche liegt meist in der Größenordnung der Nutenteilung, so daß die Tangente gleich 1 ist. Der Verlust in einem Blechpakete von der Breite b und der Länge l ist dann, wenn t_1 wieder die Nutenteilung bezeichnet,

$$W_p = W \frac{b}{\frac{t_1}{2}} \cdot \frac{l}{\lambda},$$

$$W_p = \frac{\pi}{12} \cdot l\, b \cdot \frac{\lambda^2}{t_1} \frac{v^2}{s} B_0^2 \cdot 10^{-7} \text{ Watt.} \quad . \quad . \quad . \quad (92)$$

B_0 bedeutet jetzt die Amplitude der Induktionsschwankung an der Poloberfläche. Ob die Formel Werte liefert, die große Genauigkeit haben, kann kaum vorausgesagt werden, da die Periodenzahl der Wirbelströme hier schon so groß ist (500 bis 2000 pro sec.), daß die Vernachlässigung der Rückwirkung vielleicht nicht mehr zulässig ist[1]). Dicke Bleche anzuwenden, ist allerdings nicht ratsam, da es dann leicht vorkommen kann, daß der Verlust gegenüber massiven Polen vergrößert wird [2]).

Gewöhnlich bezieht man die Wirbelstromverluste auf eine mittlere Ankerinduktion, die in der neutralen Zone herrscht. Führen wir diese ein durch

$$\mathfrak{B}_{mitt} = \frac{\tau}{\pi h} B_1,$$

so wird

$$W = \frac{\pi}{24} \lambda^3 \frac{v^2}{s} \mathfrak{B}^2_{mitt} \frac{\left(\pi \frac{h}{\tau}\right)^2}{\mathfrak{T}g\, \pi \frac{h}{\tau}}.$$

Die Periodenzahl der Ummagnetisierung ist $c = \frac{v}{2\tau}$ und das in Frage kommende Blechvolumen: $\lambda \cdot h \cdot \tau$. Damit ergibt sich der Verlust pro Volumeneinheit

$$W_{sp} = \frac{\pi^2}{6} \frac{1}{s} \lambda^2 c^2 \mathfrak{B}^2_{mitt} \frac{\pi \frac{h}{\tau}}{\mathfrak{T}g\, \pi \frac{h}{\tau}} \cdot 10^{-7} \frac{\text{Watt}}{\text{ccm}}. \quad . \quad (93)$$

---

[1]) Für den Hysteresisverlust in lamellierten Polen läßt sich leicht die Formel herleiten

$$W_h = \frac{\eta}{0{,}0016} \cdot \frac{1}{2\pi} l\, b\, v\, B_0^{1,6} \cdot 10^{-10} \text{ Watt.}$$

[2]) Vergl. M. B. Field, Journal of the Inst. of Electr. Engineers 1904, XXXIII, S. 1137.

Schreibt man den Verlust

$$W_{sp} = \sigma_w \left(\lambda \cdot \frac{c}{100} \cdot \frac{\mathfrak{B}_{mitt}}{1000}\right)^2 \frac{\text{Watt}}{\text{cdm}}$$

und setzt, wie gewöhnlich, für s den Wert 10^4, so erhält man jetzt den Wirbelstromkoeffizienten[1]):

$$\sigma_w = \frac{\pi^2}{6} \frac{\pi \frac{h}{\tau}}{\mathfrak{Tg}\, \pi \frac{h}{\tau}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (93a)$$

Derselbe ist also nicht konstant, sondern stark abhängig von der Bauart des Ankers, seine Größe ist in Fig. 17 als Funktion von $\frac{h}{\tau}$ aufgezeichnet. Für $\frac{h}{\tau} = 0$ ist sie $\frac{\pi^2}{6}$, das ist aber genau derselbe Wert, den man auch sonst für homogene Magnetisierung im reinen Wechselfelde erhält und den man bisher auch für Dynamoanker als gültig angesehen hat.

Durch den zweiten Faktor in Gl. (93a) ist der ungleichförmigen Verteilung der Induktion Rechnung getragen, gleichzeitig aber auch, und das ist die Hauptsache, der völlig anderen Erzeugungsweise und dem anderen Verlaufe der Wirbelströme, als bei homogener Magnetisierung im Wechselfelde.

Gewöhnlich berechnet man die Wirbelstromverluste im lamellierten Eisen, indem man annimmt, der Verlust in jedem Teilchen sei nur durch die dort herrschende maximale Induktion bestimmt, man setzt ihn proportional $\int \mathfrak{B}^2 dv$. Ich habe nach den oben gegebenen Formeln für $\mathfrak{B}$ dies Integral ausgewertet, gebe jedoch, da die übrigens umständliche Rechnung nach dieser Formel nicht einwandfrei ist, nur den so erhaltenen Endwert für den Wirbelstromkoeffizienten an:

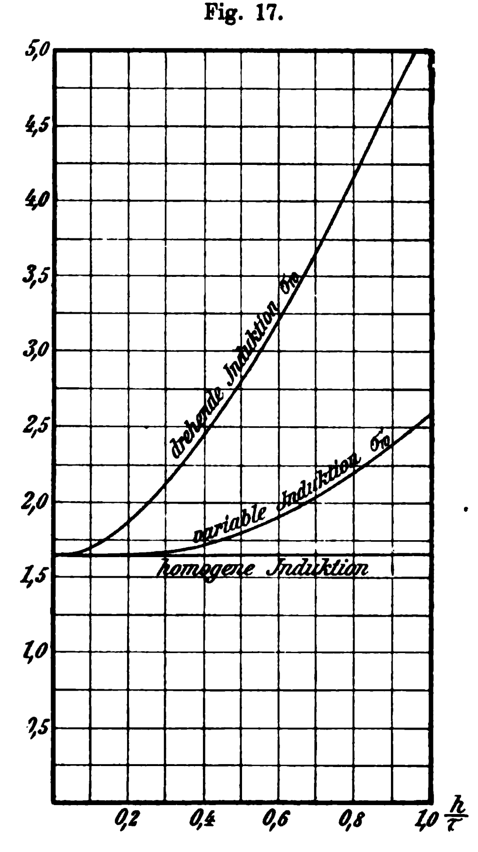
$$\sigma_w' = \frac{\pi^2}{12} \frac{\pi \frac{h}{\tau}}{\mathfrak{Tg}\, \pi \frac{h}{\tau}} \left(1 + \frac{2\pi \frac{h}{\tau}}{\mathfrak{Sin}\, 2\pi \frac{h}{\tau}}\right).$$

Die entsprechende Kurve, die also allein den Einfluß der ungleichen Induktionsverteilung wiedergibt, ist ebenfalls in Fig. 17 eingetragen. Man sieht daran, daß diese letztere Rechnungsweise, besonders bei sehr tiefen Ankern, zu inkorrekten Resultaten führt, daß die Fehler bei praktisch vorkommenden Abmessungen leicht über 50 % betragen können.

[1]) Wenn der spezifische Widerstand der Eisenbleche größer ist, dann wird σ_w natürlich in demselben Maße kleiner.

Zu den Kurven, Fig. 17, ist noch folgendes zu bemerken: Der hier berechnete Wirbelstromkoeffizient bezieht sich auf die mittlere Induktion des Ankers in der neutralen Zone bei sinusförmiger Feldkurve. Nun ist aber die wahre mittlere Induktion des Ankers, der Oberfelder wegen, fast stets kleiner als die der Grundwelle[1]), so daß wir, um den wirklichen Verlust der Grundströmung zu erhalten, $\mathfrak{B}_{mitt}$ größer nehmen müßten, als es der Feldkurve an sich entspricht. Oder auch, wenn wir diesen Einfluß auf den Wirbelstromkoeffizienten schlagen, wir rechnen mit dem wirklichen $\mathfrak{B}_{mitt}$, nehmen aber σ_w etwas größer als nach Gl. (93a). Außerdem haben wir dann noch die Oberströme getrennt zu behandeln, was am besten nach Gl. (91a) geschieht. Schlagen wir auch diese Vermehrung der Verluste zu σ_w, so kann der wahre theoretische Wirbelstromkoeffizient zu etwa 10 bis 30 % größer geschätzt werden, als er sich nach Gl. (93a) ergibt.

Fig. 17.



Bei normalen Dynamoankern ist im Mittel $\frac{h}{\tau} = 0,3$ bis 0,4 (es kommen jedoch Werte bis zu 0,6 vor), man erhält dazu aus Fig. 17: $\sigma_w = 2,3$, und mit einem Aufschlag wegen der Oberfelder 2,75. Dies ist aber erheblich mehr, als der sonst als „theoretisch" angegebene Wert $\frac{\pi^2}{6} = 1,65$, und erklärt zum Teil die bekannte Differenz zwischen Theorie und Versuch. Soll der Einfluß der höheren Harmonischen genau bestimmt werden, so empfiehlt es sich jedenfalls, nach Gl. (91a) zu rechnen, dann ist auch der zusätzliche

[1]) R. Rüdenberg, E.T.Z. 1906, S. 109.

Verlust bei Belastung einer Dynamo und verzerrter Feldkurve sehr leicht zu bestimmen.

Auffällig ist bei dem hier behandelten Probleme der Wirbelströme der außerordentlich schädliche Einfluß der Bearbeitung der Ankeroberfläche. Bei Transformatorkernen, wo homogene Magnetisierung herrscht und daher die Ebenen der Strömung quer zum Bleche stehen, wird der Kurzschluß zweier Bleche erst hervorgerufen, wenn dieselben an beiden Blechkanten metallisch miteinander in Berührung stehen. Dann wird der Verlust auf das 4fache gesteigert. Ein Blick auf Fig. 15 lehrt jedoch, daß bei Dynamoankern schon die metallische Berührung auf einer Blechkante, nämlich an der Außenseite des Ankers, genügt, um die Wirbelströme wie in einem Blech mit doppelter Dicke verlaufen zu lassen, also den Verlust zu vervierfachen. Eine Berührung der inneren Blechkanten schadet fast gar nichts, wenn die äußeren unverbunden sind. Daher kommt es, daß eine Bearbeitung der Oberfläche den Wirbelstromverlust hier in viel stärkerem Maße erhöht als bei Transformatoren.

Da sich nach der hier entwickelten strengeren Theorie der Wirbelströme im Ankereisen ziemlich große Unterschiede gegen die gebräuchliche Rechnungsweise ergeben haben, so ist es von Interesse, die Erscheinung noch weiter zu verfolgen und die Rechnungen auch auf Anker mit geringen Polzahlen auszudehnen. Wir benutzen dazu die Formeln für das induzierende Magnetfeld, die in Gl. (74) und (74a) entwickelt sind. Beziehen wir auch die Strömung auf Zylinderkoordinaten r, φ, y, so haben wir als Differentialgleichungen die vektoranalytischen Formeln anzuwenden[1]):

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{div} \mathfrak{i} &= \frac{1}{r}\frac{\partial (r\,\mathfrak{i}_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \mathfrak{i}_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial \mathfrak{i}_y}{\partial y} = 0 \\ \operatorname{curl}_r \mathfrak{i} &= \frac{1}{r}\left(\frac{\partial \mathfrak{i}_y}{\partial \varphi} - \frac{\partial (r\,\mathfrak{i}_\varphi)}{\partial y}\right) = -\frac{1}{s}\frac{\partial \mathfrak{B}_r}{\partial t} \\ \operatorname{curl}_\varphi \mathfrak{i} &= \left(\frac{\partial \mathfrak{i}_r}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{i}_y}{\partial r}\right) = -\frac{1}{s}\frac{\partial \mathfrak{B}_\varphi}{\partial t} \\ \operatorname{curl}_y \mathfrak{i} &= \frac{1}{r}\left(\frac{\partial (r\,\mathfrak{i}_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial \mathfrak{i}_r}{\partial \varphi}\right) = 0 \end{aligned}\right| \quad . \tag{94}$$

Die zeitliche Differentiation von $\mathfrak{B}$ fassen wir wieder auf als

$$\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \omega \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial \varphi},$$

[1]) R. Gans, Einführung in die Vektoranalysis, Leipzig 1905, S. 54.

wobei ω die Winkelgeschwindigkeit bedeutet, dann haben wir

$$\left.\begin{aligned} -\frac{1}{s}\frac{\partial \mathfrak{B}_r}{\partial t} &= \frac{p\,\omega}{r\,s}(A\,r^p - C\,r^{-p})\sin p\,\varphi \\ -\frac{1}{s}\frac{\partial \mathfrak{B}_\varphi}{d t} &= \frac{p\,\omega}{r\,s}(A\,r^p + C\,r^{-p})\cos p\,\varphi \end{aligned}\right\}$$

Setzt man nun

$$\left.\begin{aligned} i_r &= \frac{p\,\omega}{r\,s}(A\,r^p + C\,r^{-p})\,.\,y\,.\cos p\,\varphi \\ i_\varphi &= -\frac{p\,\omega}{r\,s}(A\,r^p - C\,r^{-p})\,.\,y\,.\sin p\,\varphi \\ i_y &= 0 \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \quad (95)$$

so sieht man unmittelbar, daß sämtliche Gl. (94) erfüllt sind. Auch alle Grenzbedingungen sind erfüllt, bis auf die Blechkanten, an denen wir wieder zusätzliche Ströme anbringen müßten. Das soll jedoch hier nicht geschehen, da deren Effekt außerordentlich klein ist; er verhält sich zum Gesamteffekt etwa wie die Blechdicke zur Polteilung. Durch Vergleich von Gl. (95) mit Gl. (74) erkennt man wieder die merkwürdige Uebereinstimmung der Stromlinien mit den Induktionslinien, die also auch bei runden Ankern mit größerer Eisentiefe Gültigkeit behält. Der Effekt der Strömung ist

$$W = s\int_0^{\frac{\pi}{p}} d\,\varphi \int_{-\frac{\lambda}{2}}^{+\frac{\lambda}{2}} d\,y \int_{R_i}^{R_a} r\,d\,r\,.\,i^2.$$

Die Integrationen liefern hier

$$\left.\begin{aligned} &\int_0^{\frac{\pi}{p}} \cos^2 p\,\varphi\,.\,d\,\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{p}} \sin^2 p\,\varphi\,.\,d\,\varphi = \frac{\pi}{2\,p} \\ &\int_{-\frac{\lambda}{2}}^{+\frac{\lambda}{2}} y^2\,d\,y = \frac{\lambda^3}{12} \\ &\int_{R_i}^{R_a} r^{2p-1}\,.\,d\,r = \frac{R_a^{2p}}{2\,p}\left[1 - \left(\frac{R_i}{R_a}\right)^{2p}\right] \\ &\int_{R_i}^{R_a} r^{-2p-1}\,d\,r = \frac{R_a^{-2p}}{2\,p}\left[\left(\frac{R_a}{R_i}\right)^{2p} - 1\right], \end{aligned}\right\}$$

so daß man erhält:

$$W_r^{(A)} = W_\varphi^{(A)} = \frac{\pi}{48} \lambda^3 \frac{\omega^2}{s} A^2 R_a^{2p} \left[1 - \left(\frac{R_i}{R_a}\right)^{2p}\right],$$

$$W_r^{(C)} = W_\varphi^{(C)} = \frac{\pi}{48} \lambda^3 \frac{\omega^2}{s} C^2 R_a^{-2p} \left[\left(\frac{R_a}{R_i}\right)^{2p} - 1\right].$$

Führt man noch ein $\omega = \frac{v}{R_a}$, und ersetzt man A und C durch ihre Werte nach Gl. (74a), so liefert das

$$W = \frac{\pi}{24} \lambda^3 \frac{v^2}{s} B_1^2 \frac{1 + \left(\frac{R_i}{R_a}\right)^{2p}}{1 - \left(\frac{R_i}{R_a}\right)^{2p}} \quad \ldots \ldots \quad (96)$$

Wenn man, wie früher, statt des Verhältnisses der Ankerradien das Verhältnis von Ankertiefe zur Polteilung einführt, so erhält man

$$W = \frac{\pi}{24} \lambda^3 \frac{v^2}{s} B_1^2 \frac{1 + \left(1 - \frac{\pi}{p} \frac{h}{\tau}\right)^{2p}}{1 - \left(1 - \frac{\pi}{p} \frac{h}{\tau}\right)^{2p}} \quad \ldots \quad (96\text{a})$$

Durch Umrechnung auf die mittlere Ankerinduktion und auf die Periodenzahl wie oben wird der spezifische Verlust

$$W_{sp} = \frac{\pi^2}{6} \frac{1}{s} \lambda^2 c^2 \mathfrak{B}^2_{mitt} \, \pi \frac{h}{\tau} \frac{1 + \left(1 - \frac{\pi}{p} \frac{h}{\tau}\right)^{2p}}{1 - \left(1 - \frac{\pi}{p} \frac{h}{\tau}\right)^{2p}}, \quad (97)$$

so daß man den Wirbelstromkoeffizient für runde Anker bekommt zu

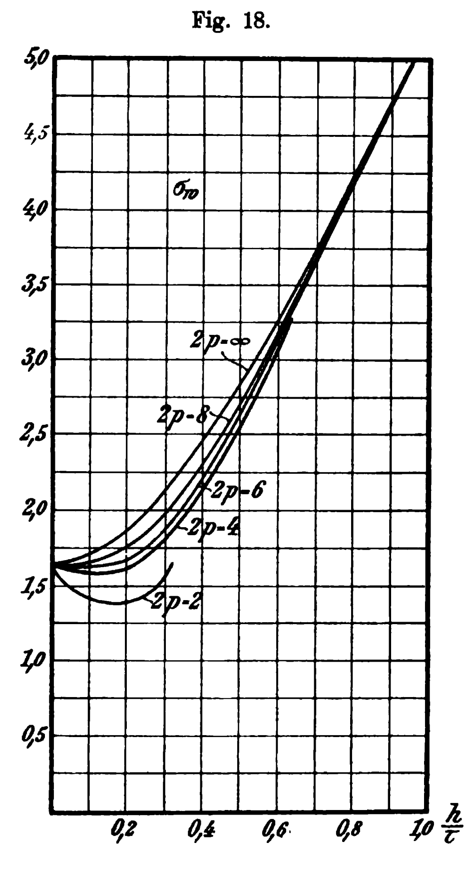
$$\sigma_w = \frac{\pi^2}{6} . \pi \frac{h}{\tau} \frac{1 + \left(1 - \frac{\pi}{p} \frac{h}{\tau}\right)^{2p}}{1 - \left(1 - \frac{\pi}{p} \frac{h}{\tau}\right)^{2p}} \quad \ldots \quad (97\text{a})$$

Die Kurven dieses σ_w für verschiedene Polzahlen sind in Fig. 18 gezeichnet. Für $p = \infty$ gehen die Formeln (96a), (97), (97a) ohne weiteres in die früheren (91a), (93), (93a) über. Für geringe Polzahlen wird der Verlust also etwas kleiner als für große, er kann bei zweipoligen Ankern sogar unter $\frac{\pi^2}{6}$ sinken.

Für Innenpolmaschinen hat man in Gl. (96) R_i und R_a zu vertauschen und die Polteilung muß dann auf R_i bezogen werden. Man

kann sich aber auch denken, bei vermehrter Polzahl wachse der Ankerradius ins Unendliche mit ihr, und für noch größeres, nämlich negatives p, erhält man dann negative Ankerkrümmung, also einen Innen-

Fig. 18.



polanker. Vertauschen wir also p mit $-$p, so erhalten wir ohne weiteres die Formeln für Innenpolmaschinen:

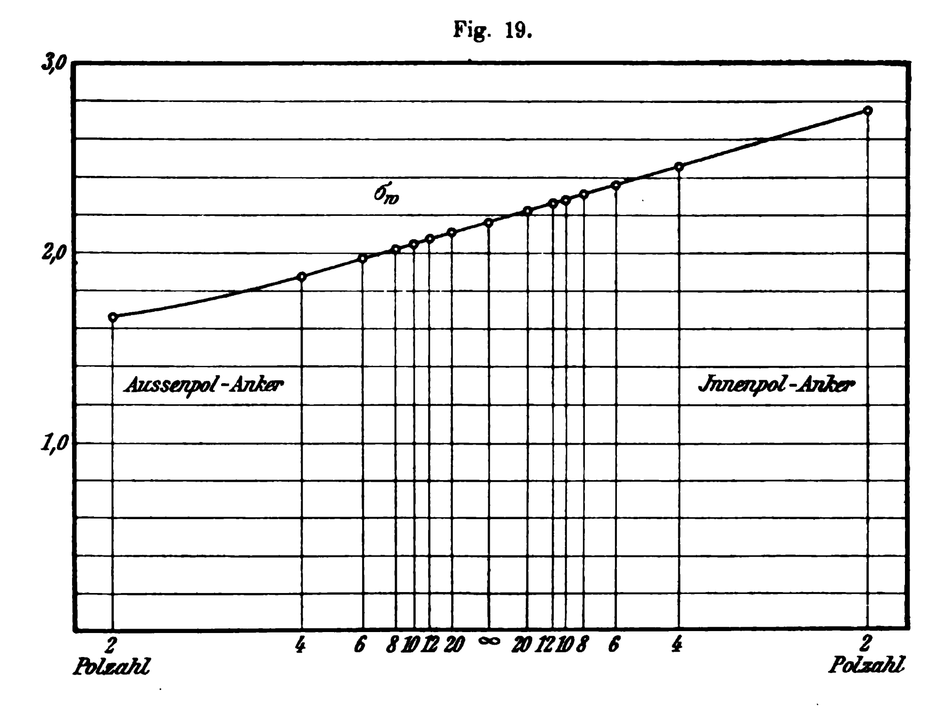
$$W = \frac{\pi}{24}\lambda^3 \frac{v^2}{s} B_1{}^2 \frac{\left(1+\frac{\pi}{p}\frac{h}{\tau}\right)^{2p}+1}{\left(1+\frac{\pi}{p}\frac{h}{\tau}\right)^{2p}-1} \quad . \quad . \quad . \quad (98)$$

$$W_{sp} = \frac{\pi^2}{6}\frac{1}{s}\lambda^2 c^2 \mathfrak{B}^2_{mitt} \cdot \pi \frac{h}{\tau} \frac{\left(1+\frac{\pi}{p}\frac{h}{\tau}\right)^{2p}+1}{\left(1+\frac{\pi}{p}\frac{h}{\tau}\right)^{2p}-1}. \quad (99)$$

$$\sigma_w = \frac{\pi^2}{6} \cdot \pi \frac{h}{\tau} \frac{\left(1 + \frac{\pi}{p} \frac{h}{\tau}\right)^{2p} + 1}{\left(1 + \frac{\pi}{p} \frac{h}{\tau}\right)^{2p} - 1} \quad \ldots \quad (99a)$$

Unter der Voraussetzung $\pi \frac{h}{\tau} = 1$, $\frac{h}{\tau} = 0,318$ ist in Fig. 19 die Abhängigkeit des Wirbelstromkoeffizienten von der Polzahl dargestellt. Für Innenpolmaschinen kann der Verlust viel größer

Fig. 19.

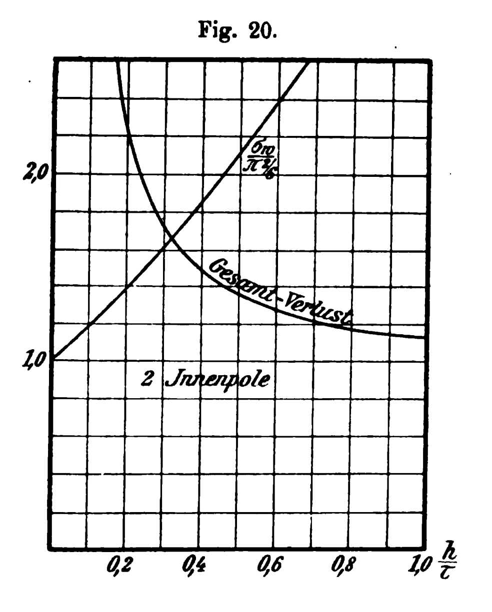


werden als bei Außenpolen. Besonderes Interesse haben die zweipoligen Innenpolanker, die in Dampfturbinendynamos häufig angewandt werden. Die Abhängigkeit des σ_w und auch des Verlustes bei konstant gehaltener Feldkurve, nach Gl. (98), sind dafür in Fig. 20 aufgetragen. Um nicht allzugroße Eisenmassen zu bekommen, begnügt man sich bei diesen Maschinen meist mit $\frac{h}{\tau} = \backsim 0,2$, dafür ist σ_w schon 40 % größer als bei homogener Magnetisierung. Nun liegen bei diesen Maschinen gerade die Hauptverluste im Ankereisen, es scheint daher nach Fig. 20, daß man eine Verbesserung erzielen könnte,

wenn man $\frac{h}{\tau}$ bedeutend vergrößerte, ganz unabhängig davon, welche mittlere Sättigung im Anker herrscht. Die Rechnung mit dem gewöhnlichen σ_w dürfte dann allerdings zu ganz falschen Resultaten führen.

Aus Fig. 18 erkennt man, daß wesentlich in zwei Fällen der Wirbelstromkoeffizient der Ankerbleche ebensogroß ist, wie bei homogener Magnetisierung im Wechselfelde. Das ist einmal der Fall. wenn die Ankertiefe $h = 0$ ist, dann liegt aber tatsächlich reine Wechselmagnetisierung vor. Im anderen Falle muß sich ein voller zweipoliger Anker im homogenen Felde drehen, denn nur dann ist die Feldkurve sinusförmig. Dann ist aber auch das Eisen homogen magnetisiert, wenn auch jetzt ein Drehfeld, nicht ein Wechselfeld vorliegt.

Fig. 20.



Man darf daher schließen, daß nicht nur wie im vorliegenden Falle bei Dynamoankern, sondern ganz allgemein das Rechnen mit einem allgemein gültigen, „theoretischen Wirbelstromkoeffizienten" $= \frac{\pi^2}{6}$ unzulässig ist, daß dieser sich vielmehr, wie bei seiner Ableitung auch immer vorausgesetzt wird, nur auf homogene Felder bezieht, und daß die Wirbelstromverluste in dünnen Blechen für jede andere Art der Magnetisierung anders zu berechnen sind [1]).

[1]) In der E.T.Z. 1905, S. 778 behaupten B. Löwenherz und A. H. van der Hoop, daß die Wirbelstromerzeugung in Transformatoren und drehenden Maschinen sich prinzipiell nicht unterschiede. Das steht im Gegensatze zu dem hier bewiesenen.

Einfluß der variablen Permeabilität auf die Wirbelstromerscheinungen.

Bisher wurde stets bei der Berechnung des Verlaufes der Wirbelströmungen, sowohl bei den Bremsen, als auch bei Dynamoankern, vorausgesetzt, die Permeabilität des Eisens sei zeitlich und auch räumlich konstant. Diese Annahme, die im Interesse der Rechnung geboten ist, läßt sich aber praktisch nur in den wenigsten Fällen realisieren. Es erscheint daher notwendig, um mit den verschiedenen hergeleiteten Formeln mit einigem Vertrauen rechnen zu können, wenigstens zu untersuchen, welche Abweichungen von den Formeln durch die Veränderlichkeit von μ hervorgerufen werden können, und wenn irgend möglich, Korrektionen herzuleiten, die diese unwillkommene Erscheinung zu berücksichtigen gestatten.

Zuerst die zeitliche Variation. Verfolgt man ein Eisenteilchen auf seinem Laufe durch ein beliebig gestaltetes Magnetfeld, so fällt bei derselben magnetisierenden Kraft $\mathfrak{H}$ bekanntlich die Induktion $\mathfrak{B}$ verschieden aus, je nach der magnetischen Vorgeschichte des Teilchens. Zeichnet man sich die $\mathfrak{B}\,\mathfrak{H}$-Kurve des Teilchens auf, so wird dieselbe bei steigender und fallender Magnetisierung die verschiedensten Teile der Ebene durchlaufen; bei geschlossenen Kreisprozessen findet bekanntlich ein Verlust magnetischer Energie statt, der Hysteresisverlust, der durch $\frac{1}{4\pi}\int \mathfrak{H}\,.\,d\,\mathfrak{B}$ ausgedrückt wird. Nimmt man mit Steinmetz an, daß derselbe nur von der maximal vorkommenden Induktion abhängt, so kann er bei sämtlichen Wirbelstromerscheinungen nach bekannten Formeln leicht getrennt berechnet werden. Die komplizierte $\mathfrak{B}\,\mathfrak{H}$-Kurve hat aber auch auf den Verlauf der Wirbelströme selbst einen gewissen Einfluß. Man könnte ihn in zwei Teile trennen, der erste rührt her von den Abweichungen der sogenannten Magnetisierungskurve von der Geraden, die bei konstantem μ vorhanden wäre, der zweite von den Abweichungen der Hysteresiskurve von der mittleren Magnetisierungskurve. Der erstere ließe sich eventuell unter Annahme von Näherungsformeln für die Magnetisierungsfunktion analytisch behandeln, der letztere dürfte der Rechnung jedoch wegen seiner Mehrdeutigkeit außerordentliche Schwierigkeiten bieten. Wenn man von der Rückwirkung der Wirbelströme auf das Magnetfeld absehen darf, dann ist es allerdings in einigen Fällen möglich, beides auf einfache Weise zu berücksichtigen, man bedarf dazu nur

einer Aufnahme der $\mathfrak{B}$-Kurve, von der ja die Strömung dann in erster Linie abhängt. Mit Berücksichtigung der Rückwirkung ist es eigentlich nicht zulässig, die räumliche und zeitliche Variation von μ zu trennen, da beide gegenseitig voneinander abhängen. Nun ist aber bei den in dieser Abhandlung besprochenen Fällen die zeitliche Variation der magnetischen Induktion, wenn auch nicht immer gleich Null, so doch stets sehr klein (vergl. S. 338), so daß wir für die folgenden Betrachtungen $\frac{d\mu}{dt}$ vernachlässigen dürfen. Der Einfluß des räumlich variablen μ soll nun für die verschiedenen Fälle durchgesprochen werden.

Bei den scheibenförmigen Bremsen, die ja aus unmagnetischem Metalle bestehen sollten, laufen die Ströme gänzlich im Material mit konstanter Permeabilität. Die Pole, durch die sich ihr Rückwirkungsfeld schließt, sind zwar ferromagnetisch, doch sollte dort μ so groß sein, daß es ganz aus der Betrachtung verschwindet. Hier bringt also variables μ keinen Unterschied mit der früheren Theorie hervor.

Anders ist das bei den massiven Wirbelstrombremsen. Weil

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{\partial\mu}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} = v\,\frac{\partial\mu}{\partial x} = 0$$

sein soll, so ist nur die Veränderlichkeit in der z-Richtung, also in das Eiseninnere hinein zu berücksichtigen. Wäre μ konstant, so wäre die Abnahme der Induktion und der Stromdichte mit wachsendem z nach unseren früheren Rechnungen festgelegt durch die Größe $e^{-\varkappa z}$, wobei $\varkappa$ nach Gl. (42) und (44) umso größer ist, je größer μ ange-

Fig. 21.

nommen wird. $\mathfrak{B}$ und i als Funktion von z würden dann durch die Kurven (1) und (2) der Fig. 21 wiedergegeben. Weil nun $\mathfrak{B}$ mit wachsendem z kleiner wird, so wird μ für größeres z wachsen — unter der stillschweigenden Voraussetzung, daß wir nicht bei sehr kleinen Induktionen arbeiten —, die magnetisierende Kraft $\mathfrak{H}$ ist aber konstant und hebt daher die $\mathfrak{B}$-Kurve, z. B. bis zur Kurve (3). Das ist

dasselbe, was auch schon analytisch bei der Induktionsverteilung in Dynamoankern bewiesen war. Die größere Induktion der Kurve (3) erzeugt im Innern natürlich auch stärkere Ströme, die z. B. nach Kurve (4) verlaufen würden. Diese Ströme dämpfen aber jetzt das Feld 𝔅 auch stärker, so daß es jedenfalls unter der Kurve (3) bleibt. Dadurch werden sie selbst auch etwas geschwächt, und es wird sich schließlich ein Gleichgewichtszustand herausbilden, so, daß die Induktion etwa nach Kurve (5), die Strömung nach (6) mit wachsendem z abnimmt. Jedenfalls, das erkennen wir deutlich, erstreckt sich mit variablem μ die Erscheinung tiefer in das Eisen hinein. Da die Abweichungen der Kurve (5) und (1) und auch (6) und (2) nicht sehr stark sein können, so dürfen wir ruhig annehmen, daß auch dieses Exponentialkurven seien, nur haben wir statt der Größe $\varkappa$ eine andere, etwas kleinere einzusetzen. Da $\varkappa$ mit μ gleichzeitig abnimmt, so kann man also ein ideelles μ_w für Wirbelströme einführen, das kleiner als das gewöhnliche μ_g für Gleichstrom ist. Unsere Formeln müssen uns dann alle Erscheinungen, die bei variabler Permeabilität eintreten, ziemlich richtig wiedergeben.

Es ist auffallend, daß die in Wirklichkeit wachsende Permeabilität dasselbe Ergebnis hervorruft, wie eine konstante von geringerer Größe, doch wird dies durch den Versuch vollkommen bestätigt. Man kann nämlich die Permeabilität für gewöhnliche Magnetisierung und die ideelle für Wirbelstrommagnetisierung noch auf ganz anderem Wege vergleichen, als er hier vorausgesetzt ist. Es ist bekannt, daß ein dicker eiserner Zylinder wegen des Skineffektes, oder was dasselbe sagt, wegen der Wirbelströme in seinem Innern, einem Wechselstrome einen viel höheren Widerstand entgegensetzt als einem Gleichstrome. Die Abnahme der Stromdichte vom Rande in den Zylinder hinein befolgt fast genau die gleichen Gesetze wie bei den massiven Wirbelstrombremsen, wenn nur der Zylinder dick genug ist. Sein Wechselstromwiderstand ist dann nach den Rechnungen von J. J. Thomson[1]) und Lord Rayleigh[2])

$$r = 2\sqrt{c\,s\,\mu_w}\,\frac{l}{d},$$

wobei, außer dem schon bekannten, l seine Länge, d den Durchmesser bezeichnet. Bei der Ableitung dieser Formel ist ebenfalls die Annahme konstanter Permeabilität gemacht, so daß der Fall dem unsrigen sehr nahezu gleicht. Da außer μ_w alle Größen gemessen werden

[1]) J. J. Thomson, Recent Researches on Electricity and Magnetism. S. 317.
[2]) Lord Rayleigh, Scientific Papers Bd. II, S. 493.

können, die Gleichstrompermeabilität aber auf gewöhnlichem Wege ermittelt werden kann, so ist damit ein einfacher Weg gefunden, die ideelle Permeabilität μ_w mit μ_g zu vergleichen. Es empfiehlt sich, als Probekörper ein dickes Rohr zu benutzen, damit man bei Magnetisierung durch Gleich- und Wechselstrom beide Male ein zirkulares geschlossenes Magnetfeld erhält. Aus sehr zahlreichen Messungen, die im elektrotechnischen Institute der königl. technischen Hochschule zu Hannover ausgeführt wurden, hat sich ergeben, daß bei dem benutzten Probekörper, es war ein schmiedeeisernes Rohr, das Verhältnis $\frac{\mu_w}{\mu_g}$ nahezu konstant war innerhalb des untersuchten Bereiches von $\mathfrak{H} = 10$ bis 40. Bezogen auf gleiche Randinduktion wurde gefunden

$$\mu_w = (0{,}7 \text{ bis } 0{,}8)\, \mu_g,$$

übereinstimmend mit den obigen Betrachtungen.

Man hätte eigentlich beim Bau einer Wirbelstrombremse das Material erst in dieser Weise zu untersuchen, da aber die μ-Kurven immer ziemlich ähnlich verlaufen und der Unterschied gegen μ_g nicht allzu groß ist — er wird umso geringer, als in den meisten Formeln nur $\sqrt{\mu}$ in Frage kommt — so darf man sich wohl meist mit diesen Angaben begnügen.

In den Formeln für die Bremskraft und die Leistung der massiven Bremsen steht bei mäßigen Geschwindigkeiten μ im Nenner, die Wirkungsweise wird daher bei sinkendem μ etwas verbessert, was auch aus den obigen Betrachtungen direkt gefolgert werden könnte.

Um den Einfluß des variablen μ auf die Wirbelströme in Dynamoankern zu bestimmen, haben wir die wichtigste Vorarbeit, nämlich die Berechnung des dann herrschenden Magnetfeldes, schon in einem früheren Kapitel erledigt. Wir können daher jetzt auf Gl. (81) zurückgreifen, aus der wir die zeitliche Variation der Induktion berechnen zu

$$\left.\begin{aligned} -\frac{1}{s}\frac{\partial \mathfrak{B}_x}{\partial t} &= -\alpha\frac{v}{s}\left(C_1 e^{\varrho_1 z} + C_2 e^{\varrho_2 z}\right)\cos\alpha x \\ -\frac{1}{s}\frac{\partial \mathfrak{B}_z}{\partial t} &= -\alpha\frac{v}{s}\left(\frac{\alpha}{\rho_1}C_1 e^{\varrho_1 z} + \frac{\alpha}{\rho_2}C_2 e^{\varrho_2 z}\right)\sin\alpha x \end{aligned}\right\}.$$

Schreibt man die Strömung

$$\left.\begin{aligned} i_x &= \alpha\frac{v}{s}\left(\frac{\alpha}{\rho_1}C_1 e^{\varrho_1 z} + \frac{\alpha}{\rho_2}C_2 e^{\varrho_2 z}\right) y \,.\, \sin\alpha x \\ i_y &= 0 \\ i_z &= -\alpha\frac{v}{s}\left(C_1 e^{\varrho_1 z} + C_2 e^{\varrho_2 z}\right) y \,.\, \cos\alpha x \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (100)$$

so sieht man leicht, daß sie der Differentialgleichung

$$\operatorname{curl} \mathfrak{i} = -\frac{1}{s}\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}$$

genügt, wie es verlangt werden muß.

Durch ähnliche Integrationen wie früher erhält man den Effekt zu

$$W_\mu = \frac{\pi}{48}\lambda^3\frac{v^2}{s}\left\{C_1{}^2\left(e^{2\varrho_1 h}-1\right)\left[\left(\frac{\alpha}{\rho_1}\right)^2+1\right]\left(\frac{\alpha}{\rho_1}\right)\right.$$
$$\left.+\,C_2{}^2\left(e^{2\varrho_2 h}-1\right)\left[\left(\frac{\alpha}{\rho_2}\right)^2+1\right]\left(\frac{\alpha}{\rho_2}\right)\right\}.$$

Führt man die Werte für C_1 und C_2 aus Gl. (81a) ein, so schreibt sich dies

$$W_\mu = \frac{\pi}{48}\lambda^3\frac{v^2}{s}\cdot\frac{\frac{\rho_1-\rho_2}{2\alpha}\left(e^{(\varrho_1-\varrho_2)h}-e^{-(\varrho_1-\varrho_2)h}\right)}{\left(e^{\frac{\varrho_1-\varrho_2}{2}h}-e^{-\frac{\varrho_1-\varrho_2}{2}h}\right)^2}\cdot B_1{}^2$$

und durch Einführung hyperbolischer Funktionen erhält man

$$W_\mu = \frac{\pi}{24}\lambda^3\frac{v^2}{s}B_1{}^2\,\frac{\frac{\rho_1-\rho_2}{2\alpha}}{\mathfrak{Tg}\left(\frac{\rho_1-\rho_2}{2\alpha}\,\alpha h\right)}. \quad . \quad . \quad (101)$$

Beachtet man nun, daß nach Gl. (80)

$$\frac{\rho_1-\rho_2}{2\alpha} = \sqrt{1+\left(\frac{m}{2\pi\mu_m}\right)^2},$$

so erhält man als Korrektionsfaktor, der noch an dem Ausdrucke (91a), der für konstantes μ hergeleitet war, angebracht werden muß

$$\varepsilon = \frac{W_\mu}{W} = \frac{\sqrt{1+\left(\frac{m}{2\pi\mu_m}\right)^2}\cdot\mathfrak{Tg}\,\pi\frac{h}{\tau}}{\mathfrak{Tg}\left[\sqrt{1+\left(\frac{m}{2\pi\mu_m}\right)^2}\cdot\pi\frac{h}{\tau}\right]}. \quad . \quad (102)$$

Wir fanden nun oben S. 341 die Wurzelgröße im Mittel zu 1,007; im extremen Falle bei sehr stark veränderlichem μ zu 1,110. Nehmen wir $\pi\frac{h}{\tau} = 1$ an, was normalen Ausführungen entspricht, so erhalten wir ε zu 1,003 bezw. 1,051. Der Fehler, den man hier bei Vernachlässigung der Permeabilitätsschwankungen macht, ist also meist recht unbedeutend, seine Größenordnung wird

durch Gl. (102) sicher richtig angegeben, wenn auch der absolute Wert etwas differieren kann wegen der Vernachlässigungen, die wir uns zur Berechnung erlaubt hatten.

Sehr auffällig ist es aber, daß wir jetzt bei der richtigen Annahme, wo doch die Ungleichmäßigkeiten der Induktion stark vermindert sind, eine Vergrößerung der Wirbelstromverluste erhalten haben. Das Vorzeichen der Größe m gibt uns an, ob die Veränderlichkeit von μ ausgleichend oder verstärkend auf die Induktionsschwankungen wirkt. Auf den Wirbelstromverlust ist das ohne Einfluß, er wird, weil nur das Quadrat von m in Frage kommt, in jedem Falle verstärkt. Hat man, etwa durch Prüfspulen, die Induktionsverteilung in einem Anker experimentell bestimmt, so ist es nach diesen Entwicklungen nicht erlaubt, die Wirbelstromverluste nach den maximalen Induktionen jedes Eisenteilchens zu berechnen, weil dieselben schon durch das variable μ verändert sind. Man würde sonst die Verluste sicher zu gering erhalten, auch ganz ohne Rücksicht auf das, was oben auf S. 359 über den Wirbelstromkoeffizienten gesagt wurde.

Ich vermutete, daß diese Erscheinung, das Minimum der Wirbelstromverluste bei konstanter Permeabilität, allgemein zuträfe. Das ist auch tatsächlich unter gewissen Einschränkungen der Fall, wie jetzt gezeigt werden soll. Der Beweis möge zunächst in voller Allgemeinheit geführt werden.

Bezeichnet, wie früher, $\mathfrak{B}$ die gesamte Induktion im Eisen, so ist nach Gl. (7) allgemein die Stärke der Wirbelströme bestimmt durch

$$\text{curl}\, i = -\frac{1}{s}\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (103)$$

Bei variabler Permeabilität ist aber

$$\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(\mu\,\mathfrak{H}) = \mu\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} + \mathfrak{H}\frac{\partial \mu}{\partial t} \quad \ldots \quad (104)$$

Gl. (103) erlaubt, wenn i bekannt ist, $\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}$ durch einfache Differentiationen zu berechnen. Wir wollen sie umkehren, so daß wir i durch $\mathfrak{B}$ ausdrücken. Dazu dient das Vektorpotential[1]) des Feldes, definiert durch

$$\mathfrak{A} = \int \frac{dv}{r}\left(-\frac{1}{4\pi s}\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}\right) = -\frac{1}{4\pi s}\,\text{pot}\,\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}. \quad . \quad (105)$$

[1]) M. Abraham, l. c., S. 90.

Dann ist

$$i = \operatorname{curl} \mathfrak{A} = -\frac{1}{4\pi s} \operatorname{curl} \operatorname{pot} \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}. \quad . \quad . \quad (105\,a)$$

Der Effekt der Wirbelströmung ist

$$W = s\int i^2\, dv = \frac{1}{16\pi^2 s}\int dv \left(\operatorname{curl} \operatorname{pot} \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}\right)^2 \quad . \quad (106)$$

Er ist also ausgedrückt durch das erzeugende Magnetfeld, man kann ihn auch schreiben

$$W = \frac{1}{16\pi^2 s}\int dv \left[\operatorname{curl} \operatorname{pot} \frac{\partial}{\partial t} (\mu\, \mathfrak{H})\right]^2.$$

Es soll jetzt die Variation von W gebildet werden. Dazu denkt man sich die Permeabilität μ an jeder Stelle des Raumes um eine beliebige, aber sehr kleine Größe $\delta\mu$ geändert. Dann ist

$$W + \delta W = \frac{1}{16\pi^2 s}\int dv \left[\operatorname{curl} \operatorname{pot} \frac{\partial}{\partial t} (\mu + \delta\mu)\, \mathfrak{H}\right]^2$$

$$= \frac{1}{16\pi^2 s}\int dv \left[\operatorname{curl} \operatorname{pot} \frac{\partial}{\partial t} (\mu\, \mathfrak{H}) + \operatorname{curl} \operatorname{pot} \frac{\partial}{\partial t} (\delta\mu\, \mathfrak{H})\right]^2.$$

Der zweite Ausdruck in der Klammer ist aber ganz willkürlich, da $\delta\mu$ beliebig ist, ich setze ihn gleich $\delta\,\mathfrak{m}$, so daß

$$W + \delta W = \frac{1}{16\pi^2 s}\int dv \left[\operatorname{curl} \operatorname{pot} \frac{\partial}{\partial t} (\mu\, \mathfrak{H}) + \delta\,\mathfrak{m}\right]^2.$$

Quadriert man aus und bedenkt, daß $(\delta\,\mathfrak{m})^2$ eine verschwindend kleine Größe zweiter Ordnung ist, so folgt, wenn man noch W nach Gl. (106) abzieht, für die Variation der Leistung

$$\delta W = \frac{1}{8\pi^2 s}\int dv\,.\,\delta\,\mathfrak{m}\,.\operatorname{curl} \operatorname{pot} \frac{\partial}{\partial t} (\mu\, \mathfrak{H}). \quad . \quad (107)$$

Weil die zeitliche Differentiation ganz unabhängig ist von den räumlichen Differentiationen und Integrationen, so darf man sie vor das Integralzeichen stellen. Integriert man dann Gl. (107) nach der Zeit, so erhält man links

$$\int \delta W\,.\,dt = \delta A,$$

also die Variation der Arbeit der Wirbelströme. Nach einer allgemeinen Rechnungsregel[1]) darf man auf der rechten Seite die Opera-

[1]) O. Heaviside, Electromagnetic Theory Bd. 1, S. 208.

tionen pot und curl in ihrer Reihenfolge vertauschen, so daß man erhält

$$\delta A = \frac{1}{8\pi^2 s} \int dv \,.\, \delta \mathfrak{m} \,.\, \text{pot curl } (\mu \,\mathfrak{H}).$$

Eine andere Rechnungsregel[1]) lautet:

$$\text{curl } (\mu \,\mathfrak{H}) = \mu \,.\, \text{curl } \mathfrak{H} + [\nabla \mu, \mathfrak{H}],$$

wenn mit der eckigen Klammer das Vektorprodukt bezeichnet wird. Man erhält also endgültig

$$\delta A = \frac{1}{8\pi^2 s} \int dv \,.\, \delta \mathfrak{m} \,.\, \text{pot } (\mu \,.\, \text{curl } \mathfrak{H} + [\nabla \mu, \mathfrak{H}]). \qquad (107\text{a})$$

Ganz allgemein ist mit dieser Beziehung nicht sehr viel anzufangen, jedoch führt sie zu einem Resultate, wenn wir jetzt eine Spezialisierung eintreten lassen. Wir wollen uns auf solche Strömungen beschränken, deren Rückwirkung auf das erzeugende Magnetfeld vernachlässigt werden darf, also vorwiegend Wirbelströme in dünnen Blechen. Dann ist $\mathfrak{H}$ gleich der von außen erzeugten Feldstärke, daher ist im Leitermaterial

$$\text{curl } \mathfrak{H} = 0$$

und es bleibt

$$\delta A = \frac{1}{8\pi^2 s} \int dv \,.\, \delta \mathfrak{m} \,.\, \text{pot } [\nabla \mu, \mathfrak{H}]. \quad . \quad . \qquad (107\text{b})$$

Diese Größe muß nun verschwinden, wenn die Arbeit der Wirbelströme zu einem Minimum werden soll. Da $\delta \mathfrak{m}$ ganz beliebig ist, so muß das Potential und daher das Vektorprodukt an jeder Stelle des Raumes gleich Null sein. Es verschwindet aber weder $\mathfrak{H}$, noch ist $\nabla \mu$ gleichgerichtet mit $\mathfrak{H}$, weil μ ja nur von dem Absolutbetrage $|\mathfrak{H}|$ abhängt, so daß als notwendige und hinreichende Bedingung bleibt:

$$\nabla \mu = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (108)$$

Dies ist tatsächlich der analytische Ausdruck für das, was wir beweisen wollten, die räumliche Aenderung der Permeabilität muß verschwinden. Die Bedingung für das Minimum des Wirbelstromverlustes in dünnen magnetisierten Blechen ist also räumlich konstante Permeabilität. Ob die zeitliche Variation von μ von Einfluß auf den Verlust ist, kann nach diesen Rechnungen nicht gesagt werden.

---

[1]) M. Abraham, l. c., S. 110.

Der wahre Wirbelstromverlust in Dynamoankern ist also stets größer, als er sich nach den Rechnungen des vorigen Kapitels ergibt, die Fehlerabschätzung ließ jedoch erkennen, daß die Differenz nur unbedeutend ist; das ist ja auch stets der Fall, wenn man sich in der Nähe eines Maximums oder Minimums befindet. Aber auch bei beliebigen anderen Arten der Magnetisierung erhält man bei der Rechnung mit konstantem μ stets zu geringe Verluste, wenn nicht gerade homogene Magnetisierung vorliegt, bei der μ in Wirklichkeit konstant ist. Bei genauen Vergleichen ist dies wohl zu beachten [1]).

Will man die Bedingung für das Minimum des Verlustes mit Berücksichtigung der Rückwirkung der Wirbelströme aufstellen, so kann man in Gl. (107) schreiben

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mu \mathfrak{H}) = \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t} = -\, s \,.\, \mathrm{curl}\, \mathfrak{i},$$

und erhält, weil $\mathrm{curl}\,(\mathrm{curl}\, \mathfrak{i}) = -\nabla^2 \mathfrak{i}$ ist,

$$\nabla^2 \mathfrak{i} = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (109)$$

Das bedeutet, die Strömung soll so vor sich gehen, wie eine Flüssigkeitsbewegung, die keinen Reibungskräften unterworfen ist [2]), das dürfte aber wohl fast nie wirklich eintreten. Bei den massiven Bremsen ist auch tatsächlich die Leistung bei geringen Geschwindigkeiten größer, bei großen Geschwindigkeiten kleiner, als die Rechnung mit konstantem μ ergibt.

---

[1]) R. Richter findet in der E.T.Z. 1903, S. 712 unter Umständen das Gegenteil. Das liegt daran, daß er mit der inkorrekten Formel $\int \mathfrak{B}^2 \, d\, v$ rechnet.

[2]) Vergl. A. Föppl, Vorlesungen über technische Mechanik, 2. Aufl., 1901, Bd. 4, S. 469.

Bezeichnungen.

A = Amplitude des Feldes $\mathfrak{B}^a$.

$\mathfrak{B}$ = Gesamtinduktion.

$\mathfrak{B}^a$ = von außen erregte Induktion.

$\mathfrak{B}^s$ = Feld der Selbstinduktion.

$\mathfrak{B}_r, \mathfrak{B}_\varphi$ = radiale und tangentiale Komponente von $\mathfrak{B}$.

$\mathfrak{B}_x, \mathfrak{B}_y, \mathfrak{B}_z$ = Komponenten von $\mathfrak{B}$ in x, y und z Richtung.

$\mathfrak{B}_n$ = Induktion in der neutralen Zone.

$\mathfrak{B}_{no}, \mathfrak{B}_{nh}$ = Induktion am äußeren und inneren Ankerrande.

$\mathfrak{B}^s_1$ = Ankerfeldkurve.

$|\mathfrak{B}|$ = Absolutwert der Induktion.

B_1 = Amplitude der Grundwelle der Feldkurve.

B_p, B_q, B_n = Amplituden der höheren Harmonischen der Feldkurve.

B_x, B_z = Amplituden vom Felde $\mathfrak{B}$.

b = Polbreite.

C = Amplitude des Feldes $\mathfrak{B}^a$.

C_1, C_2, C_3, C_4 = Amplituden des Gesamtfeldes $\mathfrak{B}$.

c = Periodenzahl der Magnetisierung.

D = Drehmoment.

D_q = Amplitude von Oberströmen.

d = Abkürzung von $\mu\,\delta$.

$\mathfrak{E}_f$ = freie elektrische Feldstärke.

$\mathfrak{E}_i$ = induzierte elektrische Feldstärke.

e = Basis der natürlichen Logarithmen.

f = Funktionszeichen.

$\mathfrak{H}$ = magnetische Feldstärke.

h = Ankertiefe.

J, J_1, J_2 = Amplituden der Stromdichte.

$\overline{J}$ = Gesamtstrom eines Poles.

i = Stromdichte (mit verschiedenen Indizes).

$i = \sqrt{-1}$.

K = Bremskraft (mit verschiedenen Indizes).

k = Abkürzung für $\frac{\varkappa\,\eta}{\alpha\,(\varkappa^2 + \nu^2)}$.

l = Pollänge.

l = Abkürzung für $4\,\frac{\delta_1}{\delta}\,\lambda$ = äquivalente Selbstinduktion.

m = variables Glied der Permeabilität.

n = Tourenzahl pro Minute.

n = Abkürzung für $\frac{\nu\,\eta}{\alpha\,(\varkappa^2 + \nu^2)}$.

p = Zahl der Polpaare, Ordnungszahl für Oberwellen.

q = Ordnungszahl für Oberwellen.
R_i, R_a = innerer und äußerer Ankerradius.
r = Radius als Koordinate.
s = spezifischer Widerstand.
$d\mathfrak{s}$ = Linienelement.
t = Zeit.
t_1 = Nutenteilung.
V = Potential der freien Elektrizität.
v = Geschwindigkeit.
dv = Volumenelement.
W = Leistung der Wirbelströme (mit verschiedenen Indizes).
w = Abkürzung für $\frac{\tau}{\lambda} + \frac{\lambda}{\tau}$ = äquivalenter Widerstand.
x, y, z = Koordinaten.

α = Abkürzung für $\frac{\pi}{\tau}$.
β = Abkürzung für $\frac{\pi}{\lambda}$.
γ = Abkürzung für $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$.
δ = Länge des Luftspaltes.
δ_1 = Dicke der Bremsscheibe.
ε = Korrektionsfaktor.
η = Abkürzung für $4\pi\mu\frac{v}{s}$.
η = Steinmetzscher Hysteresiskoeffizient.
$\varkappa$ = Abkürzung für $\sqrt{\frac{\alpha}{2}\sqrt{\alpha^2 + \eta^2} + \frac{\alpha^2}{2}}$.
λ = Plattenbreite oder Pollänge oder Blechstärke.
μ = Permeabilität.
ν = Abkürzung für $\sqrt{\frac{\alpha}{2}\sqrt{\alpha^2 + \gamma_1^2} - \frac{\alpha^2}{2}}$.
ξ = Verschiebungswinkel.
χ = Verdrehungswinkel.
ρ = Exponentialfaktor.
σ_w = Wirbelstromkoeffizient.
τ = Polteilung.
φ = Winkel als Koordinate.
Φ = Potentialfunktion.
ψ = Verschiebungswinkel.
Ψ = Potentialfunktion.
Ω = Strömungsfunktion.

Theorie der Kommutation in Gleichstromdynamomaschinen, insbesondere beim Gebrauch von Wendepolen und breiten Kollektorbürsten.

Von

Dr.-Ing. **Reinhold Rüdenberg**, Göttingen.

Mit 85 Abbildungen.

---

1. Kapitel.

Stellung des Problems.

Der Erfolg und die Betriebssicherheit der Kollektordynamomaschinen, sowohl für Gleichstrom, als auch für Wechselstrom, hängt in erster Linie davon ab, inwieweit es gelingt, die Schwierigkeiten der Stromwendung unter den Bürsten zu vermeiden. Um beim Entwurfe einer Maschine geeignete praktische Maßnahmen treffen zu können, ist es erforderlich, die elektrischen und magnetischen Vorgänge bei der Kommutation bis ins einzelne zu kennen, damit nicht an der ausgeführten Maschine Erscheinungen auftreten, die bei der Vorausberechnung nicht vorhergesehen sind.

Um die Theorie der Kommutation in Gleichstromdynamos haben sich eine große Reihe von Forschern verdient gemacht[1]). Die meisten von ihnen wenden ihr Hauptaugenmerk auf die elektrischen Vorgänge am Kommutator, da diese am leichtesten zu Störungen Anlaß geben und sich am deutlichsten bemerkbar machen. Fast gleichzeitig ist es von verschiedenen Seiten gelungen, eine theoretische Lösung des Kommutationsproblems zu liefern für den Fall, daß die Kollektorbürste, die den Kurzschluß der Ankerspulen verursacht, ebenso breit oder schmäler ist wie eine einzige Kollektorlamelle.

Dieser Idealfall, der praktisch allerdings nur selten realisiert ist, liefert bereits einen tiefen Einblick in die mannigfaltigen Erscheinungen, die die Funkengrenze einer Dynamo bestimmen. Dennoch dürfte es Interesse haben, die elektrischen Vorgänge zu verfolgen, die auftreten, wenn eine breite Kollektorbürste eine größere Anzahl von Spulen

---

[1]) Ein ausführlicheres Literaturverzeichnis findet sich im Anhang.



gleichzeitig kurzschließt, umsomehr, als man neuerdings zu immer breiteren Bürsten überzugehen scheint. Dieses Problem, das bisher nur sehr spärlich behandelt ist, findet in der vorliegenden Abhandlung eine ausführlichere Darstellung.

Bis vor kurzem beschäftigte man sich mit den magnetischen Vorgängen während der Stromwendung nur insoweit, als man die Koeffizienten der Selbstinduktion und gegenseitigen Induktion der kurzgeschlossenen Spulen berechnen mußte, deren Kenntnis zur Verfolgung der elektrischen Erscheinungen notwendig war. Diese Koeffizienten pflegt man so auszurechnen, wie sie sich etwa einem Wechselstrome, der die Kurzschlußspulen allein durchfließt, darbieten würden. Als induzierend sieht man außerdem das in der Kommutierungszone vorhandene gemeinsame Anker- und Erregerfeld an, das bei Bewegung des Ankers eine elektromotorische Kraft in den Kurzschlußspulen hervorruft.

Erst in jüngster Zeit ist darauf hingewiesen worden, daß außer den Wirkungen der Selbstinduktion noch andere schädliche magnetische Einflüsse von den Kurzschlußströmen ausgehen können. Insbesondere fanden F. Punga [1]) und R. Pohl [2]), daß dieselben auf den magnetischen Hauptkreis von Gleichstromdynamos magnetisierend oder entmagnetisierend wirken können und zu unvorhergesehenen Spannungs- oder Tourenänderungen Anlaß geben können.

Neben dieser summarischen Wirkung aller in der Stromwendung begriffenen Spulen treten auch magnetische Einwirkungen auf, die die einzelnen Spulen während ihres Kurzschlusses aufeinander und auf das Magnetfeld in der Kommutierungszone ausüben. Man kann dieselben als Rückwirkung der Kurzschlußströme auf das erzeugende Feld deuten.

Alle magnetischen Wirkungen der Kurzschlußströme sollen in dieser Arbeit eine eingehende Behandlung finden. Es scheint mir umso notwendiger zu sein, eine genauere Untersuchung über dies Gebiet durchzuführen, als bei modernen Dynamos Hilfspole zur Kommutation eine ausgedehnte Verwendung finden, die die magnetischen Verhältnisse meist günstig beeinflussen, über deren Wirkungsweise die Ansichten aber weit auseinandergehen. Eine einfache und genaue Methode zur Berechnung derartiger Pole wird sich dabei als Resultat ergeben.

[1]) F. Punga, Das Funken von Kommutatormotoren. Hannover 1905, S. 33.

[2]) R. Pohl, Ueber magnetische Wirkungen der Kurzschlußströme in Gleichstromankern. Samml. elektrotechn. Vorträge von Prof. Voit, Bd. VI, 1905, Heft 10.



I. Teil.

Die Kommutation von vielen gleichzeitig kurzgeschlossenen Spulen.

2. Kapitel.

Zerlegung des Magnetfeldes in der Kommutierungszone.

Um einen Ueberblick über die magnetischen Vorgänge bei der Stromwendung zu erhalten, wollen wir das in der Kommutierungszone vorhandene Feld in zwei Bestandteile zerlegen, und zwar soll der eine Teil im Raume feststehen, es ist einfach der zeitliche Mittelwert der Kraftliniendichte an jeder Stelle, der andere soll sich gemeinsam mit dem Anker bewegen, er stellt die zeitliche Schwankung der Induktion an jedem Orte dar. Diese Zerlegung ist natürlich bis zu einem gewissen Grade willkürlich, da sie sich nicht als exakt gültig nachweisen läßt, sie ist jedoch sehr anschaulich und läßt das, worauf es zunächst ankommt, klar hervortreten. Die Betrachtung ist umso genauer zulässig, je mehr der erste Bestandteil des Feldes überwiegt, besonders also, wenn sich sehr viele Spulen gleichzeitig im Kurzschlusse befinden und sehr viele Lamellen von einer Bürste überdeckt werden, denn dann ist die zeitliche Feldschwankung an jeder Stelle verhältnismäßig gering. Auf solche Fälle wollen wir also fürs erste eingehen.

Die Feldschwankungen in der Kommutierungszone werden einmal hervorgerufen durch die Bewegung der Nuten und Zähne des Ankers, die an sich schon schnelle Wechselströme in den Ankerleitern hervorbringen können. Dies tritt sogar am ganzen Ankerumfange ein, nicht nur in den kurzgeschlossenen Leitern, man könnte es vielleicht in ähnlicher Weise berücksichtigen, wie ich es für den Hauptstromkreis in einer gleichzeitig erscheinenden Arbeit gezeigt habe [1]), würde aber nicht zu sehr übersichtlichen Resultaten gelangen. Anderseits bewegt sich ein Teil der Kraftlinien, die von den Kurzschlußströmen erzeugt werden, gemeinsam mit dem Anker; das sind hauptsächlich diejenigen Linien, die quer durch die Nuten und direkt über den Zähnen verlaufen und die in Stromwendung begriffenen Drähte eng umschließen. Da sie relativ zu diesen keine räumliche Bewegung besitzen, so lassen sie eine Darstellung als Selbstinduktionslinien zu. Als dritte Ursache der

[1]) R. Rüdenberg, Elektrotechn. Zeitschrift 1907.

Feldschwankung ist noch der Umstand anzuführen, daß die wirksamen Ankerdrähte, die *nicht* kurzgeschlossen sind, ihre Lage während der Kurzschlußzeit ändern und somit zu einer räumlichen Verschiebung des eigentlichen Ankerfeldes Anlaß geben. Die hierdurch im Kurzschlußkreise induzierten Spannungen sind jedenfalls sehr klein, falls eine große Zahl von Spulen gleichzeitig kurzgeschlossen ist. Auch die Spannungen, die die Bewegung der Zähne hervorbringt, können dann vernachlässigt werden, *so daß die Wirkung der zeitlichen Feldschwankung allein durch einen richtig berechneten Selbstinduktionskoeffizienten dargestellt werden kann.*

Das im Raume feststehende Magnetfeld besteht aus zwei Teilen, der eine wird durch die Haupt- und Hilfspole, sowie durch den Ankerstrom hervorgerufen und bestände allein für sich bei geradliniger Kommutierung. Der zweite Teil stellt das Feld dar, das die zusätzlichen Kurzschlußströme — d. h. die Abweichungen der Kurzschlußströme vom geradlinigen Verlaufe — erzeugen; mit ihm wollen wir uns genauer beschäftigen. Eine übersichtliche Darstellung der einzelnen Bestandteile des Feldes gibt die nachstehende Tafel.

In der Kommutierungszone vorhandenes Feld.					
Zeitlicher Mittelwert der Induktion am Ort = im Raume feststehendes Feld.			Zeitliche Schwankung der Induktion am Ort = mit dem Anker bewegtes Feld.		
Feld, das bei geradliniger Kommutation vorhanden wäre.		Feld der zusätzlichen Kurzschlußströme.	Deformation des Hauptfeldes durch die Zähne und Nuten.	Mit den Drähten bewegtes Kurzschlußstromfeld.	Bewegung des Ankerstromfeldes.
Feld der Haupt- und Hilfspole.	Feld des Ankerstromes.				

3. Kapitel.

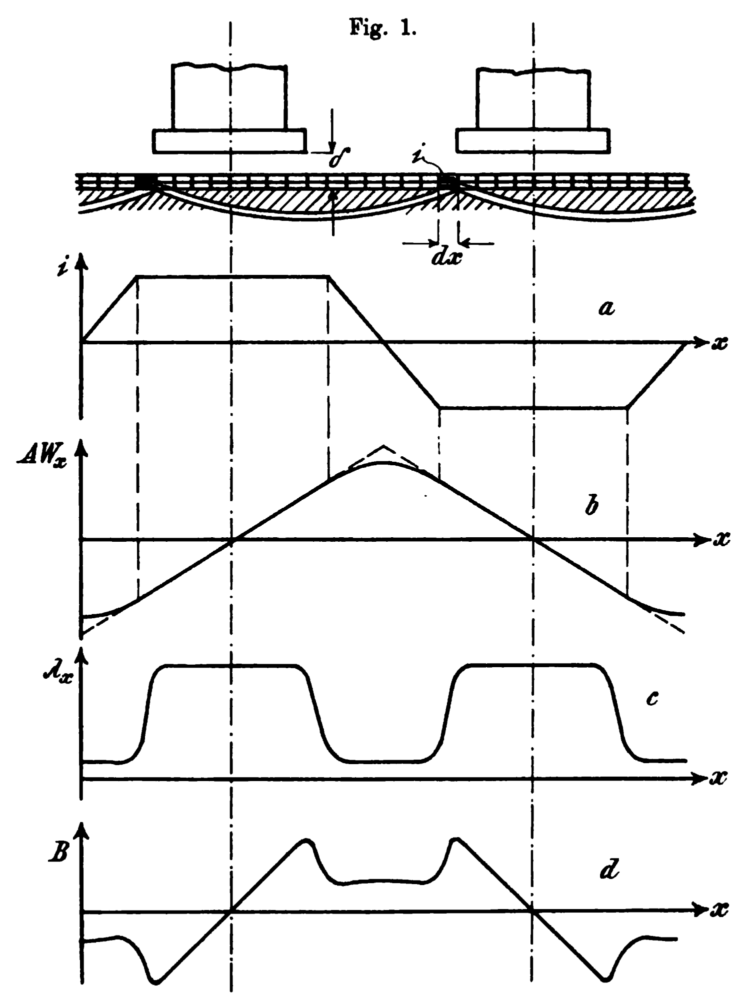
Die Ankerfeldkurve.

Für die Anschauung ist es bequem, sich alle Verhältnisse an einem glatten Anker klarzumachen, da wir jetzt aber überhaupt nur die zeitlichen Mittelwerte aller Größen betrachten, so gelten die Folgerungen ohne weiteres auch für Nutenanker.

Wir können uns die Stromstärke an jeder Stelle des Ankerumfanges x, oder besser die *lineare Stromdichte* i, d. h. die Stromstärke pro Zentimeter Umfang, abhängig von diesem auftragen (Fig. 1a), sie hat unter benachbarten Polen entgegengesetzte Richtung und geht dort, wo sich die Bürsten befinden, von positiven zu negativen Werten über. Da sehr viele Lamellen von den Bürsten bedeckt werden sollen — in der Figur ist die Kommutierungszone der Deut-

lichkeit halber allerdings übertrieben breit gezeichnet —, **so hat die Uebergangskurve genau die Form der Kurzschlußstromkurve**, falls eine Durchmesserwicklung auf dem Anker angewandt ist.

Fig. 1.



Jedes Stromelement i . d x liefert einen Beitrag d AW zu den Amperewindungen des Ankers. Zu jeder Ankerwindung zählen allerdings zwei derartige Stromelemente, dafür wird aber auch jeder magnetische Kreis von zwei Ankerwindungen beeinflußt. Insgesamt hat man also

$$d\,AW = i\,.\,d\,x$$

oder

$$AW_x = \int i\,d\,x \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

als magnetisierende Kraft an jeder Stelle des Ankerumfangs. Die Kurve der magnetisierenden Kraft ist die Integralkurve der räumlichen Verteilung der linearen Stromdichte[1]). Die Integrationskonstante ist gleich fortgelassen, weil die Nulllinie selbstverständlich so gelegt werden muß, daß die positiven und negativen Flächen der AW-Kurve einander gleich werden. Die Ordinaten von dieser Nulllinie ab stellen dann die Amperewindungszahl für einen halben magnetischen Kreis dar. Die Formel (1) gilt übrigens auch für Zahnanker exakt.

Um die Ankerfeldkurve zu berechnen, muß man die magnetische Leitfähigkeit an jeder Stelle des Umfanges ermitteln, am besten aus einem Bilde der Ankerkraftlinien. Wir wollen mit λ_x die relative spezifische Leitfähigkeit bezeichnen, d. h. die Leitfähigkeit pro 1 cm Ankerlänge und pro Längeneinheit des Ankerumfanges, die unter der Polmitte den Zahlenwert 1 haben soll. Dann ist nach einer bekannten Beziehung die Induktion B, die von den Ankerströmen allein hervorgerufen wird, an jeder Stelle des Umfanges

$$B = \frac{4\pi}{10} AW_x \frac{\lambda_x}{\delta}, \qquad (2)$$

wenn mit δ die Größe des Luftspaltes unter den Polen — bei Nutenankern des äquivalenten Luftspaltes — bezeichnet wird. Leitfähigkeits- und Ankerfeldkurve sind in Fig. 1 ebenfalls eingezeichnet, die letztere, Kurve d, geht durch einfache Multiplikation aus b und c hervor. Will man übrigens die Ankerfeldkurve mit der Feldkurve der Haupt- und Hilfspole zusammensetzen, so ist es am zweckmäßigsten, Kurve d nicht als Darstellung für die Induktion aufzufassen, sondern als Maß für die Anker-M.M.K., die aber überall auf konstanten Luftspalt reduziert ist, so daß man ihre Ordinaten ohne weiteres addieren darf.

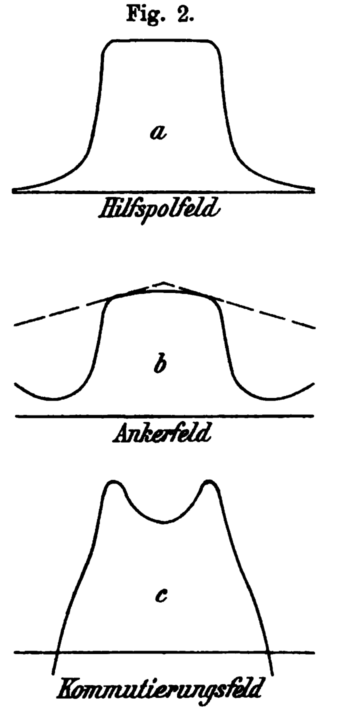
In Fig. 1 ist der Verlauf des Kurzschlußstromes geradlinig vorausgesetzt, trotzdem weicht die Kurve der Amperewindungen von der bisher allgemein als dreieckig angenommenen Verteilung ab. Das liegt daran, daß sich die Kommutation des Stromes nicht momentan vollzieht, sondern innerhalb einer gewissen Zeit; bei geradliniger Kommutation entsteht nicht eine Spitze der AW-Kurve, sondern der aufsteigende und absteigende Ast wird durch eine Parabel von der Breite der Kommutierungszone verbunden. Bei

[1]) Eine ähnliche Formel, wenn auch auf umständlicherem Wege, erhält F. Emde, Zeitschrift für Elektrotechnik 1905, Heft 26/27.



den früher gebräuchlichen Dynamos kam es auf die ganz genaue Kenntnis des Ankerfeldes in der Kommutierungszone nicht so sehr an, als daß durch diese Abweichungen von der in der Literatur meist vertretenen Anschauung erhebliche Aenderungen in der Wirkungsweise möglich gewesen wären. Bei den modernen Maschinen mit Hilfspolen muß man sich jedoch bemühen, das Kommutierungsfeld so genau wie irgend möglich zu berechnen, was umso schwieriger ist, als es nur als Differenzfeld der eigentlichen Anker- und Hilfspolfelder zu stande kommt. Ein geringer Fehler in der Vorausberechnung des Ankerfeldes zieht daher schon einen großen Unterschied beim Kommutierungsfelde nach sich, so daß man möglichst auf alle Feinheiten des ersteren zu achten hat.

Fig. 2.



Wenn die Hilfspole in achsialer Richtung ebenso lang sind wie der Anker, dann kann das Erregerfeld nicht in die Wendezone eindringen, man erhält dann etwa Fig. 2a als reines Hilfspolfeld, sofern der Luftspalt des Hilfspols überall konstant ist. In Fig. 2b ist das reine Ankerfeld gezeichnet, unter vorläufiger Voraussetzung geradliniger Stromwendung. Das wirklich zu stande kommende Kommutierungsfeld c[1]), als Differenz (a — b), zeigt dann einen stark sattelförmigen Verlauf, der es allerdings fraglich erscheinen läßt, ob die Kommutation in Wahrheit so glatt verläuft. Eine günstigere Form des Feldes läßt sich nur durch passende Gestaltung der Wendepole erreichen, wobei man am besten probeweise vorgeht.

4. Kapitel.

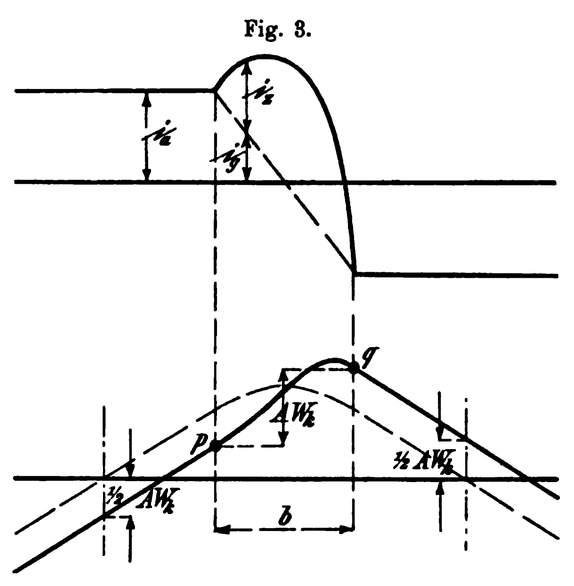
Die Amperewindungen der Kurzschlußströme.

Ein beliebig verlaufender Kurzschlußstrom bringt, wie Fig. 3 zeigt, in der wieder die untere Kurve die Integralkurve der oberen ist, eine starke Verzerrung des Ankerfeldes hervor. Bevor wir auf die Vorgänge in der Kommutierungszone selbst eingehen, bemerken

[1]) Im vergrößerten Maßstabe gezeichnet.

wir, daß der ansteigende Ast der AW-Kurve sich gesenkt, der absteigende sich gehoben hat, daß also die Kurzschlußströme eine Einwirkung auf den magnetischen Hauptkreis besitzen. Die Amperewindungen, die bei geradliniger Kommutierung nur ein reines Querfeld hervorriefen, besitzen jetzt auch eine Komponente, die verstärkend

Fig. 3.



oder schwächend auf das Hauptfeld wirkt. Die Größe dieser Komponente, bezogen auf einen ganzen magnetischen Kreis, ist gegeben durch die Hebung und Senkung der geradlinigen Teile der AW-Kurve unter den Polen, Fig. 3, oder was dasselbe ist, durch die Ordinatendifferenz der Endpunkte der Kurzschlußstrom-Integralkurve, p und q. Die Gegenamperewindungszahl der Kurzschlußströme ist daher

$$AW_k = \int^{(b)} i\,dx, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

wobei das Integral über die auf den Ankerumfang projizierte Bürstenbreite b zu erstrecken ist.

Diesen Ausdruck kann man bequemer schreiben, wenn man die Kurzschlußzeit T einführt und beachtet, daß

$$dx = v \,.\, dt = \frac{b}{T} \,.\, dt = b \,.\, d\vartheta$$

ist, wobei $\vartheta = \frac{t}{T}$ das Verhältnis der variablen Zeit t zur Dauer des Kurzschlusses bezeichnet.

Da ferner nach der Definition der linearen Stromdichte

$$i = \frac{i N}{\pi D} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

ist, wobei N die Drahtzahl, D den Ankerdurchmesser und i den Drahtstrom an der betrachteten Stelle oder zu der betrachteten Zeit bezeichnet, so ist

$$AW_k = \frac{b}{T}\,\frac{N}{\pi D}\int_0^T i\,dt. \quad \ldots\ldots \quad (3a)$$

Die Gegenwindungszahl ist dargestellt durch ein Zeitintegral des Kurzschlußstromes. Nun liefert aber der geradlinige Teil des Kurzschlußstromes: $i_g = i_a\left(1 - 2\,\frac{t}{T}\right)$ keinen Beitrag zu diesem Integral, so daß man nur den zusätzlichen Strom[1]) i_z zu berücksichtigen braucht. Man bezeichnet gewöhnlich mit

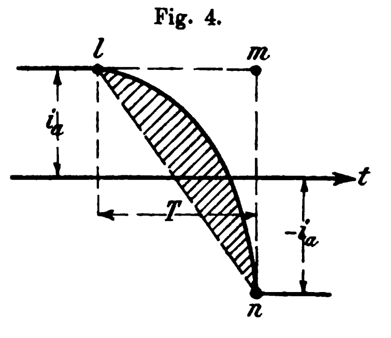
$$AS = \frac{i_a N}{\pi D}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4a)$$

die lineare Ankerbelastung durch den wirksamen Ankerzweigstrom i_a, und erhält damit:

$$AW_k = b\,AS\int_0^1 \frac{i_z}{i_a}\,d\vartheta. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3b)$$

In dieser Form stellt das Integral einen reinen Zahlenwert dar, es ist das Verhältnis der vom zusätzlichen und geradlinigen Strome umschlossenen schraffierten Fläche in Fig. 4 zu dem Rechtecke $i_a \cdot T$ oder dem Dreiecke l m n. Wenn die Bürsten nicht feuern, dann kann das Integral den Wert 1 kaum überschreiten, meist wird es viel kleiner sein. Immerhin erkennt man, daß namentlich bei breiten Bürsten die Kurzschlußamperewindungen leicht ebenso beträchtliche Werte erreichen können wie sonst die gewöhnlichen Ankergegenwindungen

Fig. 4.



$$AW_a = 2\,b_c \cdot AS, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

[1]) Diese überaus zweckmäßige Zerlegung wurde zuerst von W. A. P., Electrical Review 1900, S. 43 eingeführt.

die durch Verschieben der Bürsten um die Strecke b_c aus der neutralen Linie entstehen [1]).

Wenn bei Zahnankern mehrere Spulenseiten, die zu verschiedenen, nicht phasengleichen Kurzschlußkreisen gehören, zusammen in einer Nute liegen, dann ist die Lage des Kurzschlusses an der Ankeroberfläche für jeden Leiter etwas anders. Das Ankerfeld in der Wendezone bekommt dadurch eine kompliziertere Gestalt, jedoch ändert sich die Gegenamperewindungszahl der Kurzschlußströme nicht, da sie ja überhaupt unabhängig von der genauen Lage der Bürsten ist.

Was die Richtung der Magnetisierung anbetrifft, so erkennt man leicht aus Fig. 3, daß eine verzögerte Kommutierung genau so wirkt, wie eine Bürstenverschiebung nach vorne, eine beschleunigte so wie eine Verschiebung nach rückwärts, einerlei ob ein Generator oder Motor vorliegt. Man erhält demnach folgende Tabelle der Feldveränderung durch Kurzschlußströme.

	Generator	Motor
Beschleunigte Kommutierung	Verstärkung	Schwächung
Verzögerte Kommutierung	Schwächung	Verstärkung

5. Kapitel.

Die magnetische Rückwirkung der zusätzlichen Kurzschlußströme.

Um den zeitlichen Verlauf der Kurzschlußströme zu berechnen, muß man beachten, daß ein Teil der treibenden E.M.K. des Kurzschlußkreises durch Bewegung im Ankerfelde induziert wird, daß dieses selbst aber in der Kommutierungszone wesentlich von der Form des Kurzschlußstromes abhängt. Wäre geradlinige Kommutierung vorhanden, dann könnte man in jedem Falle nach den eben gegebenen Regeln das wirklich bestehende Kommutierungsfeld ausrechnen und aufzeichnen, wie in Fig. 1. Anderseits kann man auch das Feld aufzeichnen, das nötig wäre, um eine geradlinige Kommutierung zu erzwingen, es stellt einen in der Bewegungsrichtung schwach ansteigenden Linienzug dar. Die Differenz dieser beiden Felder, wir wollen sie B_z nennen, erzeugt dann in den kurzgeschlossenen Spulen die schädlichen zusätzlichen Ströme i_z, sie ist also maßgebend für die Güte der Kommutation. Anstatt den räumlichen Verlauf von B_z der Rechnung zu Grunde zu

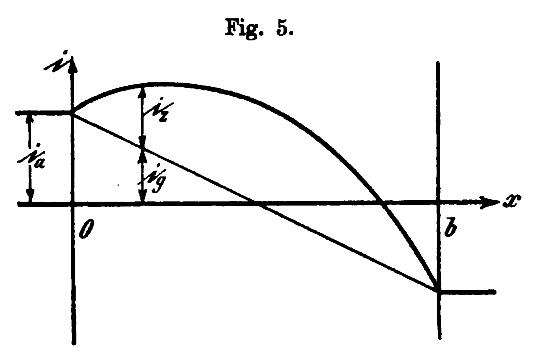
[1]) Vergl. auch R. Pohl, l. c.

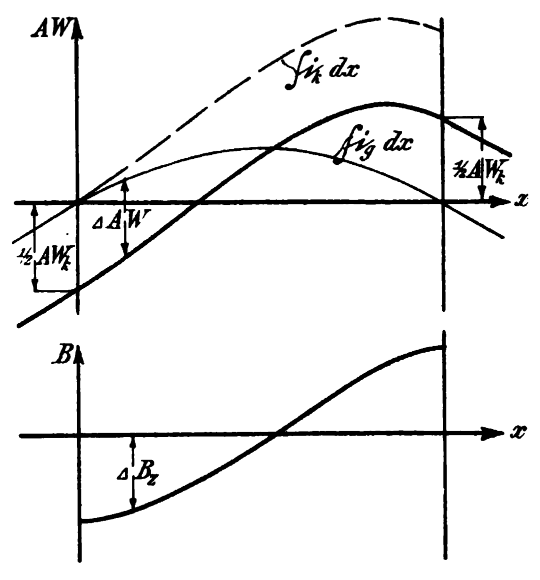
legen, kann man natürlich auch den zeitlichen Verlauf der zusätzlichen E.M.K. in jeder Spule: e_z berechnen, die B_z einfach proportional ist. Es ist

$$e_z = 2\,w\,l\,v\,B_z \,.\, 10^{-8}\ \text{Volt}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

wenn w die Windungszahl einer Spule, l die Ankerlänge in cm und v die Umfangsgeschwindigkeit in cm/sec. bezeichnet.

Fig. 5.





Bei nicht geradliniger Kommutierung bewirkt nun der zusätzliche Strom i_z eine Abweichung der AW-Kurve in der Kurzschlußzone von der parabolischen Form, die wir mit Δ AW bezeichnen wollen. In Fig. 5 ist die Parabel für geradlinigen Strom i_g dünn ausgezogen, für beliebigen Kurzschlußstrom

$$i_k = i_g + i_z$$

ist die reine Integralkurve gestrichelt eingezeichnet. Damit jedoch nach Fig. 3 die positiven und negativen Flächen der gesamten AW-Kurve gleichen Inhalt bekommen, muß diese Integralkurve noch um die Strecke $\frac{1}{2}$ AW_k gesenkt werden, um die wirklich vorhandene AW-Kurve darzustellen. Da der Zusammenhang der Stromdichte mit der Amperewindungszahl durch Gl. (1) gegeben ist, so wird

$$\Delta AW = \int_0^x i_k\,dx - \int_0^x i_g\,dx - \frac{AW_k}{2}$$

$$= \int_0^x i_z\,dx - \frac{AW_k}{2}.$$

Wendet man dieselben Umformungen an, die oben zur Gl. (3a) führten, und setzt den Wert dieser Formel ein, so kann man schreiben:

$$\Delta AW = \frac{b}{T} \frac{N}{\pi D} \left\{ \int_0^t i_z dt - \frac{1}{2} \int_0^T i_z dt \right\} \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Diese Amperewindungen, die also nur von Größe und Verlauf des zusätzlichen Stromes abhängen, rufen natürlich nach Gl. (2) ein Feld hervor

$$\Delta B_z = \frac{4\pi}{10} \Delta AW \frac{\lambda_0}{\delta},$$

das zu dem bereits vorhandenen Felde B_z noch addiert werden muß, um das totale zusätzliche Feld zu erhalten. λ_0 bedeutet dabei die magnetische Leitfähigkeit in der Kommutierungszone. ΔB_z stellt die Rückwirkung der Kurzschlußströme auf das erzeugende Magnetfeld dar, die sehr beträchtlich werden kann, wenn die Leitfähigkeit λ_0 in der Kommutierungszone groß ist, wie z. B. unter Hilfspolen [1]).

Um die gesamte, in der kurzgeschlossenen Spule durch Bewegung induzierte E.M.K. zu erhalten, hat man in Gl. (6) B_z zu ersetzen durch $B_z + \Delta B_z$. Außer der von vornherein erzeugten Spannung e_z tritt dann noch eine selbstinduzierte Spannung

$$\Delta e_z = 2 w l v \Delta B_z . 10^{-8}$$

auf, deren Wert sich durch Verbinden der beiden letzten Gleichungen mit Formel (7) ergibt zu

$$\Delta e_z = \frac{8}{10} w N \frac{1}{D} \frac{\lambda_0}{\delta} v^2 \left\{ \int_0^t i_z dt - \frac{1}{2} \int_0^T i_z dt \right\} . 10^{-8} . \quad . \quad (8)$$

Führt man noch ein

$$v = \frac{b}{T},$$

und setzt:

$$Q = 8 w N \frac{1}{D} b^2 \frac{\lambda_0}{\delta} . 10^{-9}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

---

[1]) Auf diese Art der Rückwirkung ist zuerst von E. Arnold und J. L. la Cour aufmerksam gemacht, sie verfolgten die Erscheinung jedoch nicht weiter. Vergl. The commutation of direct and alternating currents. Internat. elektrotechnischer Kongreß, St. Louis 1904. Deutsche Uebersetzung in Voits Sammlung elektrotechnischer Vorträge 1906, Bd. IX, Heft 9/10.

so wird auch

$$\Delta e_z = \frac{Q}{T}\int_0^{\vartheta} i_z \, d\vartheta - \frac{Q}{2T}\int_0^{1} i_z \, d\vartheta. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Dieses Resultat ist nun außerordentlich beachtenswert. Während man bisher annahm, daß Selbstinduktionsspannungen nur dem zeitlichen Differentialquotienten des elektrischen Stromes proportional sein könnten, zeigt eine genaue Betrachtung der magnetischen Verhältnisse während der Kommutation, daß hier noch eine selbstinduzierte Spannung zweiter Art hinzutritt, die dem Zeitintegral des Stromes proportional ist. Das zweite Glied in Gl. (8) und (10) ist zeitlich konstant, es hat nur die Bedeutung einer bereits ausgewerteten Integrationskonstanten, die mit den Gegenwindungen der Kurzschlußströme in enger Beziehung steht.

Die Größe Q läßt sich auf eine übersichtlichere Form bringen. Es seien u kurzgeschlossene Spulen pro Bürste vorhanden und jede Spulenseite nehme den Raum β in der Kommutierungszone ein, dann ist

$$b = u \,.\, \beta.$$

Weil ferner auf dem normalen Anker zwei Drahtschichten übereinander liegen, die zu zwei verschiedenen Ankerstromzweigen gehören, ist

$$\beta N = 2\pi D w.$$

Daraus folgt

$$\frac{N b}{D} = 2\pi u w$$

und wenn man dies in Gl. (9) einsetzt

$$Q = 16\pi w^2 u \frac{1}{\delta} b \lambda_0 \,.\, 10^{-9}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9a)$$

Außer λ_0 enthält Q lauter Maschinenkonstanten; aber auch diese Leitfähigkeit in der Kurzschlußzone ist bei den meisten Ausführungen längs des Bogens b unveränderlich, sowohl bei gewöhnlichen, wie auch bei Hilfspoldynamos. Q hat die Dimension einer Länge und überhaupt die Form eines Selbstinduktionskoeffizienten, es ist z. B. dem Quadrate der Windungszahl proportional. Die Differentialgleichung des zusätzlichen Kurzschlußstromes schreibt sich, wenn R den Widerstand, L den Selbstinduktionskoeffizienten und M die gegenseitigen Induktionskoeffizienten eines Kurzschlußkreises bedeuten,

$$\frac{L}{T}\frac{d i_z}{d\vartheta} + \Sigma \frac{M}{T}\frac{d i}{d\vartheta} + R i_z - \frac{Q}{T}\int_0^{\vartheta} i_z \, d\vartheta = e_z - \frac{Q}{2T}\int_0^{1} i_z \, d\vartheta. \quad (11)$$

Daraus sieht man, daß Q tatsächlich einem Selbstinduktionskoeffizienten äquivalent ist.

Bei gewöhnlichen Dynamos kommt das vierte Glied wegen des geringen Wertes von λ_0 natürlich dem ersten gegenüber nicht stark in Betracht. Bei Hilfspolmaschinen ist dagegen λ_0 nahezu gleich 1, genau genommen gleich $\frac{\delta}{\delta_H}$, wenn mit dem letzten Zeichen die äquivalente Länge des Hilfspolluftspaltes bezeichnet wird. Man hat daher für Maschinen mit Wendepolen:

$$Q = 8\,w\,N\,\frac{l}{D}\,\frac{b^2}{\delta_H}\,.\,10^{-9}, \qquad \text{(9b)}$$

ein Ausdruck, der leicht ebenso große Werte wie L erreichen kann.

Ein Zahlenbeispiel möge das zeigen. Es sei die Windungszahl der Ankerspulen $w = 1$, die Drahtzahl pro Zentimeter Ankerumfang, d. h. die Größe $\frac{N}{\pi D} = 3$. Ferner sei das Verhältnis $\frac{l}{\delta_H} = 30$, was z. B. 8 mm Luftspalt und 24 cm Ankerlänge entspricht, und die Breite der Kurzschlußzone am Umfange sei 3 cm. Dann wird

$$Q = 8\,.\,1\,.\,3\,.\,\pi\,.\,30\,.\,3^2\,.\,10^{-9} = 20{,}4\,.\,10^{-6}\ \text{Henry}$$

und das liegt durchaus in der Größenordnung des Selbstinduktionskoeffizienten der Windung.

Daß in Gl. (11) die Spannung $\Delta\,e_z$ mit dem richtigen Vorzeichen, nämlich dem positiven auf der rechten Seite, eingesetzt ist, läßt sich leicht nachweisen. In Fig. 5 ist e_z offenbar positiv und bringt einen positiven Kurzschlußstrom i_z hervor. Durch die Wirkung desselben wird das Feld an der Eintrittskante geschwächt, $\Delta\,B_z$ und daher auch $\Delta\,e_z$ ist negativ, an der Austrittskante ist es umgekehrt. Dasselbe ist nun auch der Fall, wenn man nach Gl. (10) $e_z + \Delta\,e_z$ ausrechnet. An der Eintrittskante ist die Spannung:

$$e_{z0} - \frac{Q}{2T}\int_0^1 i_z\,d\vartheta \qquad \text{(12a)}$$

und an der Austrittskante

$$e_{zT} + \frac{Q}{2T}\int_0^1 i_z\,d\vartheta, \qquad \text{(12b)}$$

so daß das Vorzeichen richtig bestimmt ist. Man erkennt auch aus diesen Formeln, daß diese zweite Art der Selbstinduktion nicht entfernt so schädliche Wirkungen ausüben kann wie die gewöhnliche.



Da i_z und e_z dasselbe Vorzeichen haben, wenigstens dann, wenn dauernd Ueber- oder Unterkommutierung herrscht, so wird das zusätzliche Feld an der Eintrittskante stets geschwächt, einerlei, welche Richtung es hat, umgekehrt wird es dann an der Austrittskante stets vergrößert. Wechselt e_z und daher auch i_z während der Stromwendung das Zeichen, dann kann an der Ein- und Austrittskante Schwächung oder Verstärkung eintreten, je nachdem i_z länger positiv oder negativ ist. Es kann dann auch an beiden Kanten zugleich eine Schwächung des Feldes auftreten.

Wirkt also auch diese Induktion bei dauernd verzögerter oder dauernd beschleunigter Kommutation ähnlich wie die gewöhnliche Selbstinduktion, indem sie nämlich die auflaufende Bürstenspitze entlastet, die ablaufende stärker belastet, so kann man doch oft durch Verschiebung der Bürsten diesen Uebelstand vermindern. Jedenfalls wird sie nicht derart starke Steigerungen der Stromdichte hervorbringen können, wie die gewöhnliche Selbstinduktion.

Es fällt auf, daß die Gl. (11) ähnlichen Bau besitzt, wie die Schwingungsgleichung eines Kondensatorkreises, in der auch die Kondensatorspannung durch das Zeitintegral des Stromes gegeben ist. Dennoch können hier keine freien elektrischen Schwingungen auftreten, weil das Vorzeichen des Integrales negativ ist. Es bewirkt ein Nacheilen des Stromes hinter der aufgedrückten Spannung.

6. Kapitel.

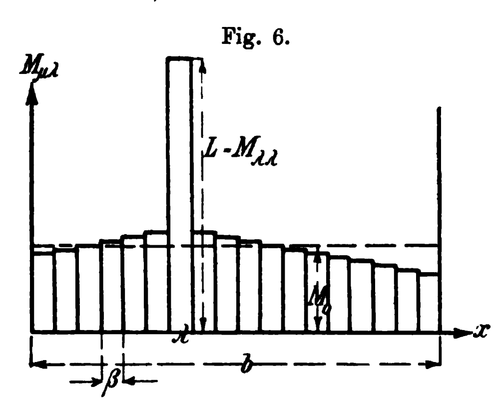
Die magnetische Verkettung der kurzgeschlossenen Spulen.

Wir haben die Wirkungen des Magnetfeldes in der Kommutierungszone selbst vollständig durchgesprochen. Die Kraftlinien, die im Raume feststehen, lassen sich nicht als gewöhnliche Selbstinduktion auffassen, sondern müssen durch ein Integral berücksichtigt werden, diejenigen, die jede Spule direkt umschließen und mit ihr im Raume fortwandern, können durch einen Selbstinduktionskoeffizienten dargestellt werden. Zur Berechnung dieses Koeffizienten pflegt man gewöhnlich von der Anschauung auszugehen, daß sämtliche die kurzgeschlossene Spule umschlingenden Kraftlinien einen Beitrag liefern, man hat dann außerdem noch die gegenseitige Induktion der übrigen kurzgeschlossenen Stromkreise zu betrachten. Außer den Kraftlinien in der Kurzschlußzone selbst kommen also auch die übrigen in Betracht, die z. B. unter den Polen in den Anker ein- und austreten, und deren Wirkung muß noch näher untersucht werden.

Es müßte hier eigentlich erst die Frage gestellt werden, ob man die zeitliche Variation derjenigen Kraftlinien, deren örtliche Veränderung bereits zum Koeffizienten Q einen Beitrag geliefert hat, überhaupt berücksichtigen darf, oder ob man die Feldvariationen dann etwa doppelt in die Rechnung bekäme. Da die Entscheidung aber nicht ganz leicht zu treffen ist, und überdies die folgenden Resultate nur wenig davon beeinflußt werden, weil sich fast alles forthebt, so möge eine genauere Untersuchung auf später verschoben werden.

In unserem Falle, wo sehr viele Spulen gleichzeitig kurzgeschlossen sein sollen, lassen sich Selbstinduktion und gegenseitige Induktion aller Spulen zu einem einfachen Ausdrucke zusammenfassen. In Fig. 6 sind alle Induktionskoeffizienten $M_{\mu\lambda}$ abhängig vom Ankerumfang abgetragen, und zwar als Rechtecke über der Breite des Drahtabstandes. Der Index μ bezeichnet eine beliebige kurzgeschlossene Spule, λ die betrachtete. Der Selbstinduktionskoeffizient $M_{\lambda\lambda}$ ist natürlich bei weitem am größten, da zu ihm auch die eng um den Draht in der Nut verlaufenden Kraftlinien beitragen. Die gegenseitigen Induktionen nehmen nach beiden Seiten hin ab, nach welchem Gesetze, das möge vorläufig dahingestellt sein.

Fig. 6.



Die Spannung, die von sämtlichen Strömen in der Spule λ induziert wird, ist

$$e_\lambda = \Sigma M_{\mu\lambda} \frac{d i_\mu}{d t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Dabei verstehen wir unter i_μ allein den zusätzlichen Kurzschlußstrom der μ^{ten} Spule, weil die Behandlung des geradlinigen Bestandteils für sich geschehen kann. Bezeichnen wir mit M_0 einen konstanten Betrag der gegenseitigen Induktion, der innerhalb der vorkommenden Grenzen liegt, vergl. Fig. 6, dann können wir die induzierte Spannung in zwei Teile zerlegen:

$$e_\lambda = \Sigma (M_{\mu\lambda} - M_0) \frac{d i_\mu}{d t} + \Sigma M_0 \frac{d i_\mu}{d t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13a)$$

Von der letzten Summe läßt sich leicht zeigen, daß sie den Wert Null besitzt. Man darf nämlich, weil die Zahl der Spulen groß, der

Drahtabstand β daher sehr klein ist, mit genügender Annäherung schreiben:

$$\beta = dx = v\,dt,$$

auch darf man dann die Summe als ein Integral betrachten. Es wird also

$$\Sigma M_0 \frac{d\,i_\mu}{d\,t} = \int M_0 \frac{v}{\beta}\, d\,i_\mu = M_0 \frac{v}{\beta} \int d\,i_\mu,$$

denn die Größen M_0, v und β sind konstant. Das Integral ist natürlich über die ganze Kurzschlußperiode zu nehmen, es wird

$$\int_a^e d\,i_\mu = [i_\mu]_e - [i_\mu]_a = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13b)$$

wenn mit a und e Anfang und Ende des Kurzschlusses bezeichnet wird. Zu diesen beiden Zeiten verschwindet nämlich der zusätzliche Strom, da dann der gesamte Kurzschlußstrom identisch mit dem Ankerzweigstrom ist.

Als Spannung der Selbst- und gegenseitigen Induktion bleibt also allein das erste Glied in Gl. (13a) übrig[1]). Nehmen wir einmal an, alle Koeffizienten der gegenseitigen Induktion seien einander gleich, dann berücksichtigt man ihren Einfluß richtig, wenn man einfach ihren Wert von dem Selbstinduktionskoeffizienten L der betrachteten Kurzschlußspule abzieht. Da nämlich dann in Gl. (13a), außer $L = M_{\lambda\lambda}$ selbst, alle Werte $(M_{\mu\lambda} - M_0)$ gleich Null sind, so kommt von den vielen Strömen i_μ nur der eine $i_\lambda = i_z$ in Betracht. Man hat als induzierte Spannung in der betrachteten Spule nur

$$e_\lambda = (L - M_0) \frac{d\,i_z}{d\,t} = L_s \frac{d\,i_z}{d\,t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

in Rechnung zu ziehen. Dieser Koeffizient der Streuinduktion, L_s, hat eine ganz andere Bedeutung als der „scheinbare Selbstinduktionskoeffizient", der sonst in der Kommutationstheorie eine Rolle spielt, er berücksichtigt bereits den Einfluß der benachbarten Kurzschlußströme mit, der in der bisherigen Theorie meist vernachlässigt wurde.

[1]) Daß auch bei geringer Zahl der kurzgeschlossenen Spulen die zusätzlichen Ströme sich gegenseitig dämpfen, ist zuerst von E. Arnold ausgesprochen: Die Gleichstrommaschine, 1. Aufl., Berlin 1902, Bd. I, S. 289; 2. Aufl., 1906, S. 393.

Den klarsten Einblick in die Vorgänge erhalten wir, wenn wir die Kraftlinienverhältnisse betrachten. Fig. 6 gibt uns direkt ein Maß dafür, wieviel Kraftlinien jede Kurzschlußspule durch die beobachtete λte schickt, wenn sie von der Stromeinheit durchflossen wird. Da nun die Größe M_0 den gemeinsamen Kraftfluß aller Spulen darstellt, so folgt aus unseren Betrachtungen, daß dieser unter der Einwirkung sämtlicher Kurzschlußströme unverändert bleibt und keine Induktionswirkungen ausübt. Induzierend wirkt also vor allem der Kraftfluß, der die betrachtete Spule allein umschlingt, das ist hauptsächlich der Streufluß der Drähte durch die Nut und die benachbarten Teile des Luftspaltes. Ein wenig können auch die in Fig. 6 gezeichneten kleinen Seitenberge mitwirken, das sind die Kraftlinien, die nur die benachbarten Drähte umschlingen, doch ist sowohl ihre Größe als auch die Art ihres Einflusses nach diesen Rechnungen schwer zu übersehen.

Der konstante Gesamtkraftfluß sämtlicher Spulen ist natürlich gleichbedeutend mit dem magnetisierenden oder entmagnetisierenden Felde der Kurzschlußströme, das schon oben genauer berechnet war.

Der Ausdruck für den Streuinduktionskoeffizienten

$$L_s = L - M_0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

ist nach den hier durchgeführten Betrachtungen nur genau richtig, wenn M tatsächlich für alle Spulen das gleiche wäre. Es wird aber später ausführlich bewiesen werden, daß das im allgemeinen nicht zutrifft, sondern daß M meist linear mit der Spulenentfernung abnimmt, und des weiteren, daß dann unter M_0 der größte vorkommende Wert der gegenseitigen Induktion zu verstehen ist. Liegen in einer Nut zwei Drähte, die sich in derselben oder nahezu derselben Phase des Kurzschlusses befinden, so hat man L sinngemäß doppelt so groß zu wählen, einerlei ob die Drähte zu Kurzschlußkreisen derselben oder verschiedener Bürsten gehören.

Die Differentialgleichung des zusätzlichen Kurzschlußstromes einer Spule schreibt sich jetzt:

$$\frac{L_s}{T}\frac{d\,i_z}{d\,\vartheta} + R\,i_z - \frac{Q}{T}\int_0^{\vartheta} i_z\,d\,\vartheta = e_z - \frac{Q}{2T}\int_0^1 i_z\,d\,\vartheta, \quad . \quad (11a)$$

natürlich immer unter der Voraussetzung, daß sich zahlreiche Spulen im Kurzschlusse befinden.

7. Kapitel.

Die elektrische Verkettung der kurzgeschlossenen Spulen.

Die genaue Verfolgung der magnetischen Rückwirkung und Verkettung der einzelnen kurzgeschlossenen Spulen hat uns zu einem verhältnismäßig einfachen Endresultate geführt; um das Problem der Stromwendung vollständig lösen zu können, müssen wir auch den Einfluß der elektrischen Verkettung durch den Kollektor und die Bürsten näher untersuchen. Wir müssen auf die Verteilung des Stromes unter der Bürste eingehen, um einen Ausdruck für den Ohmschen Spannungsabfall zu gewinnen. In Fig. 7 ist eine Reihe von Spulen gezeichnet, die gleichzeitig durch eine Bürste kurzgeschlossen werden. Der Strom, der in einer, z. B. der stark gezeichneten Windung fließt, verzweigt sich bei seinem Eintritt in die Kollektorverbindung; ein Teil wählt den direkten Weg durch die Kollektorlamelle in die Bürste, ein anderer Teil durchläuft erst eine oder mehrere der übrigen kurzgeschlossenen Spulen, um durch deren Lamellen in die Bürste zu gelangen. Der Rückweg in die Spule erfolgt entsprechend auf der anderen Seite der Bürste.

Fig. 7.

Während der erste Zweigstrom, mit Ausnahme des Anfanges und Endes der Kurzschlußzeit, einen konstanten Widerstand vorfindet, wechselt dieser beim zweiten Teil fortwährend in einer wenig

übersichtlichen Weise, auch treten hier erhebliche Selbstinduktionsspannungen auf, die nicht leicht zu berücksichtigen sind. Es genügt aber vollständig nur den ersten Teil zu betrachten, da dieser allein uns schon die Spannungsdifferenz zwischen den Enden der betrachteten Spule liefert[1]). Wir wollen wieder allein den zusätzlichen Strom i_z in Rechnung ziehen, der geradlinig verlaufende Teil bewirkt bekanntlich für sich eine konstante Stromdichte unter der Bürste und kann leicht getrennt berücksichtigt werden.

Es soll zuerst eine Spule betrachtet werden, die unter dem mittleren Teile der Bürste liegt, so daß ihre beiden Endlamellen voll bedeckt sind. Der Strom i_c, der die Kollektorlamelle a samt deren Verbinder durchfließt, ist die Differenz der Ströme zweier benachbarter Spulen mit den Abszissen x und $(x + \beta)$,

$$i_c = i_z^{(x+\beta)} - i_z^{(x)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (16)$$

Wenn wir wieder annehmen, daß viele Spulen gleichzeitig kurzgeschlossen sind, dann ist sowohl diese Differenz, als auch die Lamellenbreite β ziemlich klein, so daß man schreiben darf

$$i_c = \beta \frac{d\, i_z}{d\, x} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (16a)$$

Man erkennt die Berechtigung dieses Schrittes am besten, indem man $i_z^{(x+\beta)}$ in eine Taylorsche Reihe nach Potenzen von β entwickelt:

$$i_z^{(x+\beta)} = i_z^{(x)} + \frac{1}{1!} \frac{d\, i_z^{(x)}}{d\, x} \beta + \frac{1}{2!} \frac{d^2 i_z^{(x)}}{d\, x^2} \beta^2 + \ldots, \quad (17)$$

Formel (16a) stellt dann die erste Annäherung dar.

Wir wollen nun den gesamten Ohmschen Spannungsabfall bestimmen, der auf dem in Fig. 7 dick gezeichneten Stromwege auftritt. Man darf diesen Kreis für sich getrennt betrachten, ohne auf die anderen mit ihm verketteten Leitungswege zu achten, weil die elektromotorischen Kräfte, die durch Gl. (11a) gegeben sind, nur in der Spule selbst induziert werden, weil mithin dort, wo die Verkettung stattfindet, nur Ohmsche Spannungsverluste in Frage kommen.

---

[1]) E. Arnold, Die Gleichstrommaschine, 1. Aufl., Bd. I, S. 290, betrachtet die elektrische Verkettung auf Grund der Uebereinanderlagerung der Stromverteilungen sämtlicher Spulen unter der Bürste, er gelangt jedoch auf diesem Wege nicht zu einer klaren Formulierung des Problems. Vergl. auch 2. Aufl., Bd. I, S. 407.



Wenn R_s den Spulenwiderstand bezeichnet, dann ist der Spannungsverlust in der Kurzschlußspule selbst

$$v_1 = i_z R_s. \quad \quad (18a)$$

Der Widerstand einer einzelnen Kollektorverbindung sei R_v, der Uebergangswiderstand einer Lamelle gegen die Bürste $\frac{R_k}{l\beta}$, wenn l die Länge, R_k der spezifische Uebergangswiderstand der Bürsten ist. R_k soll als unabhängig von der Stromdichte angenommen werden [1]), auch ist der Widerstand des Bürstenmaterials selber in ihm berücksichtigt gedacht. Dann ist der Verlust an der Lamelle a nebst deren Verbindungsdrahte:

$$- i_c^{(x)} \left(R_v + \frac{R_k}{l\beta}\right),$$

der entsprechende an der Lamelle b:

$$+ i_c^{(x-\beta)} \left(R_v + \frac{R_k}{l\beta}\right).$$

Der erste Spannungsabfall ist negativ zu rechnen, weil der zusätzliche Strom hier die entgegengesetzte Richtung hat wie im übrigen Stromkreise. Der gesamte Abfall außerhalb der Spule ist daher:

$$v_2 = - \left(i_c^{(x)} - i_c^{(x-\beta)}\right) \left(R_v + \frac{R_k}{l\beta}\right). \quad . \quad . \quad . \quad (18b)$$

Die hier auftretende Differenz der Kollektorströme kann man nach Gl. (16) ausrechnen und erhält

$$i_c^{(x)} - i_c^{(x-\beta)} = i_z^{(x+\beta)} - 2\, i_z^{(x)} + i_z^{(x-\beta)} = \Delta^2 i_z, \quad . \quad . \quad (19)$$

das ist die zweite Differenz der zusätzlichen Kurzschlußströme. Das Problem der elektrischen Verkettung der kurzgeschlossenen Spulen führt also zu einer Aufgabe der Differenzenrechnung [2]). Die strenge Lösung desselben dürfte allerdings nicht einfach sein, immerhin erscheint sie nicht gänzlich ausgeschlossen, wie man bisher meist angenommen hat.

Zu einer angenäherten Lösung gelangt man leicht, wenn man den vorhin begonnenen Gedanken wieder aufnimmt, und die Differenzen in

[1]) Nach neueren Untersuchungen ist das tatsächlich auch der Fall. E. Arnold, Die Kommutation bei Gleichstrom- und Wechselstromkommutatormaschinen. Sammlung elektrotechn. Vorträge von Prof. Voit Bd. IX, Heft 9/10, S. 9.

[2]) Ueber Differenzengleichungen vergl. D. Seliwanoff, Lehrbuch der Differenzenrechnung, Leipzig 1904, und E. J. Routh, Die Dynamik der Systeme starrer Körper, Leipzig 1898, Bd. II, S. 297.

Differentiale übergehen läßt, was bei kleinem Verhältnis von Lamellenbreite zu Bürstenbreite gestattet ist. Setzt man die Reihe (17) in Gl. (19) ein, so folgt

$$\Delta^2 i_z = \beta^2 \frac{d^2 i_z^{(x)}}{d x^2} + \frac{1}{12} \beta^4 \frac{d^4 i_z^{(x)}}{d x^4} + \ldots, \quad . \quad . \quad (19a)$$

wovon wir nur das erste Glied beibehalten wollen, weil die folgenden meist sehr klein sind. Wir wollen übrigens, um an Bezeichnungen zu sparen, annehmen, der Kollektor habe denselben Durchmesser wie der Anker; dadurch tritt kein Unterschied in den Endformeln auf, weil man sich alle Größen auf den Ankerumfang projiziert denken kann.

Wenn alle Spulen gleichartige Lage zueinander haben, dann gilt wie früher die Beziehung

$$\frac{d}{d x} = \frac{T}{b} \frac{d}{d t} = \frac{1}{b} \frac{d}{d \vartheta},$$

so daß sich nach Gl. (18b) der Spannungsverlust am Kollektor schreibt:

$$v_2 = -\left(\frac{\beta}{b}\right)^2 \left(R_v + \frac{R_k}{l \beta}\right) \frac{d^2 i_z}{d \vartheta^2}. \quad . \quad . \quad . \quad (18c)$$

Setzt man noch den äquivalenten Widerstand der Bürsten und Verbindungsleiter

$$R_b = \left(\frac{\beta}{b}\right)^2 \left(R_v + \frac{R_k}{l \beta}\right), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

dann erhält man für den gesamten Spannungsverlust eines Kurzschlußkreises unter der Bürstenmitte

$$v_m = R_s i_z - R_b \frac{d^2 i_z}{d \vartheta^2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Während der Spulenwiderstand selbst einen Spannungsverlust hervorruft, der einfach der Stromstärke proportional ist, bewirkt der Uebergangswiderstand einen Verlust, der dem zweiten Differentialquotienten der Stromstärke nach der Zeit proportional ist.

Würde man die genaue Reihe (19a) ganz berücksichtigen, und nicht bei der ersten Annäherung stehen bleiben, dann kämen zur Formel (21) noch die Glieder hinzu

$$-R_b \left[\frac{1}{12} \left(\frac{\beta}{b}\right)^2 \frac{d^4 i_z}{d \vartheta^4} + \frac{1}{360} \left(\frac{\beta}{b}\right)^4 \frac{d^6 i_z}{d \vartheta^6} + \ldots\right]. \quad (21a)$$

Wie einige Zeilen weiter unten bewiesen wird, beträgt in normalen Fällen das Verhältnis jedes der hier auftretenden Differentialquotienten

zu dem vorhergehenden etwa 10. Man begeht daher bereits bei 5 Kollektorlamellen pro Bürste nur einen Fehler von etwa

$$\frac{1}{12} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 10 = \frac{1}{30} = 3{,}3\,\%,$$

wenn man bei der Genauigkeit der Formel (21) stehen bleibt.

Sollen die Kurzschlußströme sich nicht stark ausbilden, auch bei ungünstigem kommutierendem Felde, dann muß man die Widerstände möglichst groß machen. Führt man den gesamten Uebergangswiderstand R_u einer Bürste ein:

$$R_u = \frac{R_k}{l\,b},$$

und den Gesamtwiderstand R_w aller parallel geschalteten Verbindungsleitungen unter einer Bürste:

$$R_w = \frac{\beta}{b} R_v,$$

dann sind diese beiden Widerstände maßgebend für den Spannungsverlust des Hauptstromes beim Austritt aus dem Anker. Für die Kurzschlußströme erhält man dann aus Gl. (20)

$$R_b = \frac{\beta}{b} (R_u + R_w). \qquad (20a)$$

Die Wirksamkeit der Widerstände nimmt ab, wenn man die Zahl der Lamellen pro Bürste vergrößert.

Um auch die beiden Bestandteile des Ohmschen Spannungsverlustes (21) miteinander vergleichen zu können, müssen wir das Verhältnis von i_z zu seinem zweiten Differentialquotienten kennen. In Wirklichkeit wird sich dasselbe nach der genauen Form der zusätzlichen Kurzschlußstromkurve richten, zum Zwecke des Vergleichs wollen wir aber als solche eine einfache Sinuskurve annehmen. Setzt man

$$i_z = C \sin \pi \frac{t}{T},$$

so hat diese Kurve mit der Halbperiode T ähnlichen Verlauf wie die der Fig. 7. Weil dann

$$\frac{d^2 i_z}{d\vartheta^2} = -\pi^2 i_z$$

ist, so wird der Spannungsverlust annähernd:

$$v_m = i_z \left[R_s + \pi^2 \frac{\beta}{b} (R_u + R_w)\right]. \qquad (22)$$

Aus dieser Formel erkennt man am besten den verschiedenartigen Einfluß der 3 Klassen von Widerständen bei veränderlicher Bürstenbedeckung. Selbst bei 10 bedeckten Lamellen rufen $R_ü$ und R_w noch eine verhältnismäßig ebenso große Stromverminderung hervor, wie der Spulenwiderstand R_s.

Wir können jetzt die vollständige Differentialgleichung aufstellen, der der zeitliche Verlauf des zusätzlichen Kurzschlußstromes zu genügen hat. Sie gilt allerdings nur für die mittleren Teile der Kurzschlußzeit, solange nämlich noch beide Lamellen der betrachteten Spule von der Bürste voll bedeckt sind. Statt des allgemeinen Ausdruckes $R\,i_z$ für den Ohmschen Spannungsverlust in Gl. (11a) haben wir v_m nach Gl. (21) einzusetzen und erhalten

$$-R_b \frac{d^2 i_z}{d\vartheta^2} + \frac{L_s}{T}\frac{d\,i_z}{d\vartheta} + R_s i_z - \frac{Q}{T}\int_0^\vartheta i_z\,d\vartheta = e_z - \frac{Q}{2T}\int_0^1 i_z\,d\vartheta. \qquad (23)$$

Wollte man die elektrische Verkettung der Kurzschlußstromkreise streng berücksichtigen, dann hätte man entweder in dem ersten Gliede statt des zweiten Differentialquotienten den Differenzenquotienten zu setzen und erhielte eine gemischte Differentialgleichung, oder man müßte nach Gl. (21a) die ganze Reihe der geradzahligen Differentialquotienten noch hinzunehmen, die allerdings meistens sehr stark konvergiert, und erhielte eine Differentialgleichung von unendlich hoher Ordnung.

Da die Differentialgleichung (23) linear ist und konstante Koeffizienten besitzt, so läßt sich ihr Integral leicht angeben. Um zu einer Lösung zu gelangen, differenzieren wir sie einmal nach ϑ, dann fallen die Integrale fort und man erhält in

$$-R_b \frac{d^3 i_z}{d\vartheta^3} + \frac{L_s}{T}\frac{d^2 i_z}{d\vartheta^2} + R_s\frac{d\,i_z}{d\vartheta} - \frac{Q}{T} i_z = \frac{d\,e_z}{d\vartheta} \qquad (23\text{a})$$

eine gewöhnliche Differentialgleichung dritter Ordnung mit der bekannten Störungsfunktion $\frac{d\,e_z}{d\vartheta}$.

Die Lösung dieser Gleichung bei beliebig gegebenem e_z ist durch Quadraturen ausführbar [1]). Um nicht zu weitschweifig zu werden, wollen wir nur den einfachen Fall betrachten, daß die zusätzliche Kurzschlußspannung e_z konstant ist gleich E_0, daß daher $\frac{d\,e_z}{d\vartheta} = 0$ ist.

---

[1]) Vergl. z. B. L. Kiepert, Grundriß der Differential- und Integralrechnung, Hannover 1903, Teil II, S. 588.

Dann lautet das allgemeine Integral der homogenen Gl. (23a):

$$i_z = C_1 e^{\alpha_1 \vartheta} + C_2 e^{\alpha_2 \vartheta} + C_3 e^{\alpha_3 \vartheta}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

wobei die Werte von α als die drei Wurzeln der charakteristischen Gleichung

$$\alpha^3 - \frac{L_s}{T R_b} \alpha^2 - \frac{R_s}{R_b} \alpha + \frac{Q}{T R_b} = 0 \quad . \quad . \quad (24a)$$

zu berechnen sind, was sich numerisch leicht ausführen läßt.

Setzt man die Lösung für i_z in Gl. (23) ein, dann heben sich auf der linken Seite alle Glieder fort bis auf eins, das der unteren Integralgrenze entspricht. Man erhält dann als Bedingung, der die Integrationskonstanten zu genügen haben:

$$\frac{C_1}{\alpha_1}(1 + e^{\alpha_1}) + \frac{C_2}{\alpha_2}(1 + e^{\alpha_2}) + \frac{C_3}{\alpha_3}(1 + e^{\alpha_3}) = \frac{2T}{Q} E_0, \quad (25)$$

so daß nur noch zwei willkürliche Konstanten übrig bleiben, wie es ja auch bei einer Differentialgleichung zweiter Ordnung sein muß.

Um diese beiden Konstanten zu bestimmen, müssen wir auf die Grenzbedingungen des Stromes am Anfang und Ende der Kommutierungszeit achten. Der zusätzliche Strom muß für $\vartheta = 0$ und $\vartheta = 1$ jedenfalls verschwinden, wir dürfen aber i_z nach Gl. (24) nicht ohne weiteres diese Bedingungen auferlegen, weil die Differentialgleichung (23) unter der Voraussetzung abgeleitet war, daß beide Lamellen der betrachteten Spule von der Bürste voll bedeckt sind. Das ist nur der Fall in dem Intervalle

$$\frac{\beta}{b} < \vartheta < 1 - \frac{\beta}{b},$$

wir haben also streng genommen die Grenzbedingungen für i_z an den Grenzen *dieses* Intervalles aufzustellen.

Bei sehr breiten Kollektorbürsten und nicht allzuschlechter Kommutation sind allerdings die zusätzlichen Ströme in der ersten und letzten Spule des Kurzschlusses so schwach, daß es auf ihren genauen Wert gar nicht sehr ankommt; dann darf man mit großer Annäherung die Gültigkeitsdauer der Gl. (23) auf die ganze Kommutierungszeit ausdehnen. Zur Bestimmung der Konstanten erhält man dann noch:

$$\left.\begin{aligned} C_1 + C_2 + C_3 &= 0 \\ C_1 e^{\alpha_1} + C_2 e^{\alpha_2} + C_3 e^{\alpha_3} &= 0 \end{aligned}\right\}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25a)$$

so daß der Verlauf von i_z vollständig berechnet werden kann.

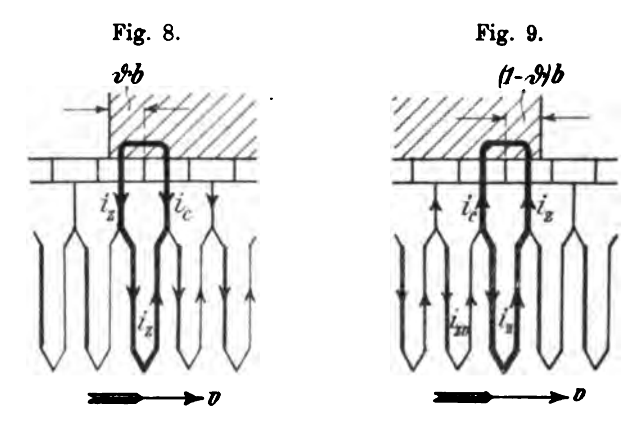
Man erhält natürlich nach dieser leicht durchzuführenden Rechnung nur für die mittleren Teile der Bürste richtige Werte der Kurzschlußströme und auch der Stromdichte unter der Bürste. Die Vorgänge, die am Anfang und Ende der Stromwendung unter den Kanten der Bürste eintreten, können durch dies Verfahren nicht ermittelt werden.

8. Kapitel.

Die vollständigen Differentialgleichungen des Kommutierungsproblems.

Um das Problem der Kommutation bei geringeren Bürstenbedeckungen lösen zu können, müssen wir auch am Anfang und Ende der Kurzschlußzeit den Einfluß der Verkettung der Spulen durch den

Fig. 8. Fig. 9.



Kollektor untersuchen. In Fig. 8 ist die auflaufende Bürstenspitze gezeichnet, während gerade eine Lamelle unter ihr hinwegstreicht.

Summieren wir die Spannungsverluste auf dem stark gezeichneten Stromwege, so erhalten wir, ausgehend von der Spule selbst, im einzelnen

$$v_a = R_s i_z + R_v i_z + \frac{R_k}{l \cdot \frac{t}{T} b} i_z - \frac{R_k}{l \beta} i_c - R_v i_c.$$

Führt man wieder den Gesamtwiderstand der Bürste, R_u, und der Verbinder, R_w, ein und zieht die einzelnen Glieder zusammen, dann wird der Spannungsverlust an der Auflaufseite

$$v_a = \left(R_s + R_v + \frac{R_u}{\vartheta}\right) i_z - \frac{b}{\beta} (R_u + R_w) i_c. \quad . \quad . \quad (26a)$$

Genau die gleiche Betrachtung gilt auch für die Ablaufseite, man braucht dafür nur ϑ mit $1 - \vartheta$ zu vertauschen und erhält hier nach Fig. 9:

$$v_e = \left(R_s + R_v + \frac{R_u}{1 - \vartheta}\right) i_z + \frac{b}{\beta} (R_u + R_w)\, i_c. \quad . \quad (26b)$$

Diese Formeln sind nun an Stelle von $R\, i_z$ in Gl. (11a) einzusetzen, um die Differentialgleichung für den Anfang und das Ende des Kurzschlusses zu erhalten. Die Gültigkeitsdauer der Gl. (26a) ist die des Auflaufens einer Lamelle, also das Intervall

$$0 < \vartheta < \frac{\beta}{b},$$

während Gl. (26b) für die ablaufende Lamelle gilt in dem Intervalle

$$1 - \frac{\beta}{b} < \vartheta < 1.$$

Zu den dazwischenliegenden Zeiten gilt wie früher die Gleichung für die Bürstenmitte (23).

Die Differentialgleichungen für den Kurzschlußstrom lauten also in diesen drei Intervallen:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{L_s}{T}\frac{d\, i_z}{d\, \vartheta} + \left[(R_s + R_v) + \frac{R_u}{\vartheta}\right] i_z - \frac{Q}{T}\int_0^{\vartheta} i_z\, d\, \vartheta \\
&\qquad = e_z - \frac{Q}{2\,T}\int_0^1 i_z\, d\, \vartheta + \frac{b}{\beta}(R_u + R_w)\, i_c \\
&- R_b \frac{d^2 i_z}{d\, \vartheta^2} + \frac{L_s}{T}\frac{d\, i_z}{d\, \vartheta} + R_s i_z - \frac{Q}{T}\int_0^{\vartheta} i_z\, d\, \vartheta = e_z - \frac{Q}{2\,T}\int_0^1 i_z\, d\, \vartheta \\
&\frac{L_s}{T}\frac{d\, i_z}{d\, \vartheta} + \left[(R_s + R_v) + \frac{R_u}{1 - \vartheta}\right] i_z - \frac{Q}{T}\int_0^{\vartheta} i_z\, d\, \vartheta \\
&\qquad = e_z - \frac{Q}{2\,T}\int_0^1 i_z\, d\, \vartheta - \frac{b}{\beta}(R_u + R_w)\, i_c
\end{aligned}\right\} \quad (27)$$

Man erkennt daraus das nicht sehr erfreuliche Resultat, das ja schon aus der Kommutationstheorie für schmale Bürsten bekannt ist, daß nämlich die Differentialgleichungen für Anfang und Ende des Kurzschlusses in dem Gliede mit i_z einen

variablen Koeffizienten besitzen, der ihre Lösung außerordentlich erschwert.

Von den Differentialgleichungen (27) ist die eine von dritter, die beiden anderen von zweiter Ordnung, wenn man sie differenziert, um die Integrale fortzuschaffen. Ihre allgemeine Lösung besitzt daher im ganzen 7 Integrationskonstanten, von denen allerdings sofort 3 durch Einsetzen in die ursprünglichen Integralgleichungen bestimmt werden können. Die übrigen 4 Konstanten kann man auswerten durch die Ueberlegung, daß der Strom i_z stets stetig bleiben muß. Man erhält dadurch die folgenden Bedingungen an den Gültigkeitsgrenzen der Differentialgleichungen:

1. Für $\vartheta = 0 : i_z = 0$,
2. für $\vartheta = \frac{\beta}{b} : i_z$ stetig,
3. für $\vartheta = 1 - \frac{\beta}{b} : i_z$ stetig,
4. für $\vartheta = 1 : i_z = 0$,

und diese liefern die 4 noch ausstehenden Gleichungen zur Bestimmung der Konstanten.

Der Kollektorstrom i_c auf den rechten Seiten der Gleichungen für Anfang und Ende der Kurzschlußzeit ist für diese als bekannt anzusehen, da er sich in erster Linie nach den Vorgängen unter der Bürstenmitte richtet. Man erhält ihn nach Gl. (16a) näherungsweise durch Differentiation des Stromes i_z für das mittlere Zeitintervall, wenn man für ϑ die Werte an den Grenzen desselben einsetzt.

9. Kapitel.

Die Vorgänge unter den Bürstenspitzen.

Zur Aufstellung der Differentialgleichung des Kurzschlußstromes für die Bürstenmitte haben wir in Gl. (21) angenommen, daß das Verhältnis $\frac{\beta}{b}$ ziemlich klein ist. Machen wir dieselbe Voraussetzung konsequenterweise auch für die Bürstenspitzen, dann können wir die erste und letzte der Gl. (27) ebenfalls auf eine bequemere Form bringen. Mit einiger Genauigkeit ist das allerdings erst zulässig, wenn man vielleicht 8 oder 10 Lamellen von einer Bürste überdecken läßt. Weil dann beide Gleichungen überhaupt nur für ein kleines Intervall der

ganzen Kurzschlußzeit gültig sind, kann man i_z in eine Mac-Laurinsche Reihe entwickeln:

$$i_z^{(\vartheta)} = i_z^{(0)} + \frac{1}{1!}\left(\frac{d\,i_z}{d\,\vartheta}\right)_0 \vartheta + \frac{1}{2!}\left(\frac{d^2 i_z}{d\,\vartheta^2}\right)_0 \vartheta^2 + \ldots$$

Der zusätzliche Strom muß nun am Anfange — und ebenso auch am Ende — der Kurzschlußzeit unbedingt verschwinden, man erhält also für i_z die Potenzreihe

$$i_z = a\,\vartheta + b\,\vartheta^2 + c\,\vartheta^3 + \ldots,$$

deren konstante Koeffizienten die der Mac-Laurinschen Entwicklung sind. Diese Reihe kann man einerseits schreiben

$$\frac{i_z}{\vartheta} = a + b\,\vartheta + c\,\vartheta^2 + \ldots,$$

anderseits kann man auch ihre zeitliche Ableitung bilden:

$$\frac{d\,i_z}{d\,\vartheta} = a + 2b\,\vartheta + 3c\,\vartheta^2 + \ldots$$

Subtrahiert man beide Ausdrücke voneinander, so entsteht:

$$\frac{d\,i_z}{d\,\vartheta} - \frac{i_z}{\vartheta} = b\,\vartheta + 2c\,\vartheta^2 + 3d\,\vartheta^3 + \ldots,$$

und wenn man für die Koeffizienten ihre Werte einsetzt,

$$\frac{i_z}{\vartheta} = \frac{d\,i_z}{d\,\vartheta} - \frac{1}{2}\left(\frac{d^2 i_z}{d\,\vartheta^2}\right)_0 \vartheta + \frac{1}{3}\left(\frac{d^3 i_z}{d\,\vartheta^3}\right)_0 \vartheta^2 - + \ldots$$

Vernachlässigt man nun für die sehr kleinen Zeiten die höheren Glieder dieser Reihe, dann darf man schreiben:

$$\frac{i_z}{\vartheta} = \frac{d\,i_z}{d\,\vartheta} \qquad \text{(28a)}$$

für den Anfang, und ganz ebenso auch

$$\frac{i_z}{1 - \vartheta} = -\frac{d\,i_z}{d\,\vartheta} \qquad \text{(28b)}$$

für das Ende der Kurzschlußperiode.

Hierdurch sind die Differentialgleichungen der Kommutation näherungsweise auf solche mit konstanten Koeffizienten zurückgeführt, deren Lösung keine Schwierigkeiten mehr bietet. Sie gehen über in:

$$\left.\begin{array}{l}
\left(\frac{L_s}{T} + R_u\right) \frac{d\,i_z}{d\,\vartheta} + (R_s + R_v)\,i_z - \frac{Q}{T} \int\limits_0^{\vartheta} i_z\,d\,\vartheta \\
\qquad = e_z - \frac{Q}{2\,T} \int\limits_0^1 i_z\,d\,\vartheta + \frac{b}{\beta}\,(R_u + R_w)\,i_c \\
- R_b \frac{d^2 i_z}{d\,\vartheta^2} + \frac{L_s}{T} \frac{d\,i_z}{d\,\vartheta} + R_s\,i_z - \frac{Q}{T} \int\limits_0^{\vartheta} i_z\,d\,\vartheta = e_z - \frac{Q}{2\,T} \int\limits_0^1 i_z\,d\,\vartheta \\
\left(\frac{L_s}{T} - R_u\right) \frac{d\,i_z}{d\,\vartheta} + (R_s + R_v)\,i_z - \frac{Q}{T} \int\limits_0^{\vartheta} i_z\,d\,\vartheta \\
\qquad = e_z - \frac{Q}{2\,T} \int\limits_0^1 i_z\,d\,\vartheta - \frac{b}{\beta}\,(R_u + R_w)\,i_c
\end{array}\right\} \quad (27\,a)$$

Dabei ist aber zu bemerken, daß die Entwicklung von i_z in eine Potenzreihe nur statthaft ist, solange der Strom keine Singularitäten aufweist. Am Kurzschlußende kann das unter Umständen eintreten, dort verliert dann diese Formulierung natürlich ihren Sinn.

Der Fehler der Potenzentwicklung beträgt etwa:

$$\frac{1}{2}\,\vartheta \frac{\left(\frac{d^2 i_z}{d\,\vartheta^2}\right)_0}{\frac{d\,i_z}{d\,\vartheta}}, \text{ bezw. } \frac{1}{2}\,(1 - \vartheta) \frac{\left(\frac{d^2 i_z}{d\,\vartheta^2}\right)_T}{\frac{d\,i_z}{d\,\vartheta}}.$$

Weil ϑ im höchsten Falle den Wert $\frac{\beta}{b}$ erreichen kann, und das Verhältnis der Differentialquotienten eine niedrige Zahl, höchstens etwa 3 oder 4, ist, so sieht man, daß doch schon eine recht große Bürstenüberdeckung stattfinden muß, um die Beziehungen (27 a) mit einiger Genauigkeit gelten zu lassen. Die Näherung ist umso besser, je weniger der betrachtete Moment vom Anfang oder Ende der Kurzschlußperiode entfernt ist, für diese Zeiten selbst gelten die Gl. (27 a) sogar strenge, weil dann ϑ bezw. $1 - \vartheta$ gleich Null ist.

Wir wollen uns nun nicht damit abgeben, das Problem der Kommutation unter der Voraussetzung großer Bürstenüberdeckung vollständig zu lösen, sondern es mögen die bereits gemachten Angaben genügen, da die weitere Rechnung nur langwierig, nicht schwierig ist. Dagegen wollen wir auf die Verhältnisse am Ende des Kurzschlusses

doch etwas genauer eingehen, weil diese des Funkens wegen ein erhöhtes Interesse beanspruchen, und weil die hier entwickelte Theorie zu etwas anderen Ergebnissen führt wie die bisherige.

Im letzten Momente des Kurzschlusses ist die Endgleichung (27a) in aller Strenge gültig. Weil auch das Integral auf der linken Seite über die ganze Kurzschlußzeit, also von 0 bis 1, zu nehmen ist, geht sie über in

$$\left(\frac{L_s}{T} - R_u\right) \frac{d\,i_z}{d\,\vartheta} + (R_s + R_v)\,i_z + \frac{b}{\beta}\,(R_u + R_w)\,i_c = e_z + \frac{Q}{2\,T}\int_0^1 i_z\,d\,\vartheta.$$

Der Ausdruck auf der rechten Seite ist nach Gl. (12b) die Gesamtspannung, die im letzten Augenblicke des Kurzschlusses wirkt, eingerechnet der magnetischen Rückwirkung aller Ströme. Da man den Wert des Integrals nach früheren Ueberlegungen wenigstens schätzen kann, auch wenn der genaue Verlauf von i_z nicht bekannt ist, so kennt man den ungefähren Wert der rechten Seite.

Für $\vartheta = 1$ ist der Strom $i_z = 0$, daher verschwindet sein Beitrag zum Spannungsabfall. Aus Fig. 9 kann man erkennen, daß der Kollektorstrom i_c für das Kurzschlußende gleich dem negativen zusätzlichen Strom der vorletzten Kurzschlußspule ist, den wir mit i_{zv} bezeichnen wollen.

Es ist ferner

$$s = \frac{1}{F}\,\frac{d\,i_z}{d\,\vartheta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (29)$$

die zusätzliche Stromdichte unter der Bürste, wenn mit F die gesamte Auflagefläche derselben gemeint ist. Man erkennt das leicht aus Gl. (16a). Für die Bürstenmitte gibt diese Formel natürlich den zeitlichen Mittelwert der Stromdichte [1]), für Anfang und Ende der Kurzschlußzeit jedoch die maximalen unter der an- und ablaufenden Lamelle herrschenden Werte; das geht aus Gl. (28) hervor.

Man hat dann für das Kurzschlußende

$$\left(\frac{L_s}{T} - R_u\right) F\,s_T - \frac{b}{\beta}\,(R_u + R_w)\,i_{zv} = e_{zT} + \frac{Q}{2\,T}\int_0^1 i_z\,d\,\vartheta.$$

Führt man noch den spezifischen Bürstenwiderstand ein, dann erhält

---

[1]) Diese Formel wurde zuerst von E. Arnold abgeleitet. Vergl. Die Gleichstrommaschine, 1. Aufl., 1902, Bd. I, S. 370.

man die Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenkante am Ende der Stromwendung zu

$$s_T = - \frac{e_{zT} + \frac{Q}{2T} \int_0^1 i_z \, d\vartheta + \frac{b}{\beta} (R_u + R_w) i_{zv}}{R_k \left(1 - \frac{L_s}{R_u T}\right)} . \qquad (30)$$

Wie aus Fig. 7 hervorgeht, entspricht das negative Vorzeichen der Stromdichte einer positiven Stromstärke i_{zT} und daher auch einer positiven E.M.K. e_{zT}, so daß die Formel einen physikalischen Sinn behält, solange die Bedingung erfüllt ist:

$$\frac{R_u T}{L_s} > 1 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (31)$$

Wird diese Größe dagegen gleich oder kleiner als 1, dann würde die Stromdichte unendlich groß oder gar positiv, d. h. entgegen der erzeugenden E.M.K. gerichtet, was beides physikalisch unmöglich ist. Dann werden Erscheinungen eintreten, die außerhalb des Gültigkeitsbereichs unserer Ansätze liegen. Die Bedingung (31) ist dieselbe, die bereits von Girault[1]) und Arnold[2]) als notwendig für eine gute Kommutierung aufgestellt wurde, sie ist für beliebig große Bürstenüberdeckungen gültig.

Für die Stromdichte an der Ablaufkante erhalten wir dagegen eine Formel, die von der bei kleinen Bürstenbreiten herrschenden in mehrfacher Hinsicht abweicht. Der Einfluß der magnetischen Rückwirkung der Kurzschlußströme, der durch das Integral widergespiegelt wird, ist schon oben besprochen. Man erkennt jetzt, daß auch die elektrische Verkettung der Spulen im allgemeinen eine stärkere Belastung des Kurzschlußendes herbeiführt. Es tritt zur kommutierenden E.M.K. noch die Spannung hinzu, die dem Ohmschen Verluste des Stromes der vorletzten Spule auf seinem Wege durch Uebergangsschicht und Kollektorverbindung entspricht, denn die letzte Spule liegt im Nebenschluß zu diesem Zweige (Fig. 9).

Wenn der zusätzliche Kurzschlußstrom, und damit auch das zusätzliche kommutierende Feld, seine Richtung während der Kurzschlußzeit wechselt, dann kann die Stromdichte nach Gl. (30) unter Umständen einen günstigen, sehr geringen Betrag annehmen. Es kann dann

---

[1]) Girault, Bulletin de la Société Int. des Electr. XV, 1898. S. 183.

[2]) E. Arnold und G. Mie, E.T.Z. 1899, S. 97.

nämlich eintreten, daß i_{zv} und ebenso das Integral noch das entgegengesetzte Vorzeichen besitzen, wie e_{zT} im letzten Augenblick, so daß nur die Differenz ihrer Beträge in Frage kommt. Lassen sich also die zusätzlichen Kurzschlußströme nicht überhaupt vermeiden, dann ist es jedenfalls besser, im Laufe der Stromwendung teils beschleunigte, teils verzögerte Kommutierung zu haben, als während der ganzen Dauer nur eine Richtung[1]).

II. Teil.

Strenge Theorie der magnetischen Wirkung der Anker- und Kurzschlußströme.

10. Kapitel.

Das Induktionsgesetz für bewegte Körper.

Die Betrachtungen, die bisher über die magnetische Rückwirkung und gegenseitige magnetische Verkettung der kurzgeschlossenen Ankerspulen angestellt sind, beruhten auf einer Voraussetzung, die sich wohl bis zu einem gewissen Grade plausibel machen läßt, die jedoch nicht streng mathematisch bewiesen ist, nämlich auf der Möglichkeit, das Magnetfeld des Dynamoankers in einen ruhenden und einen bewegten Bestandteil zu zerlegen. Der erstere sollte den zeitlich konstanten, der zweite den zeitlich variablen Teil des Feldes liefern.

Es ist nun von Interesse, daß man die magnetischen Vorgänge bei der Kommutation wenigstens für Anker mit glatter Bewicklung nach den strengen Methoden der Elektrodynamik verfolgen kann. Es ergeben sich aus diesen genaueren Untersuchungen einerseits verschiedene Tatsachen, die auch auf die Kommutation in Nutenankern einiges neue Licht werfen, anderseits sind sie geeignet, eine Bestätigung der bisher erhaltenen Resultate auf exaktem Wege zu liefern.

Da wir die elektrischen Erscheinungen in einer bewegten kurzgeschlossenen Ankerspule betrachten wollen, die sich in einem

[1]) Dies ist ein ähnliches Resultat, wie es G. Mie für eine bedeckte Lamelle erhält auf Grund der Betrachtung der Energieverluste unter der Bürste. Zeitschrift für Mathematik und Physik Bd. 53, 1906, S. 58.

räumlich und zeitlich variablen Magnetfelde befindet, so müssen wir zunächst einen Ausdruck gewinnen, der die Beziehung der induzierten elektromotorischen Kraft zu den Augenblickswerten der magnetischen Induktion darstellt. In einwandfreier Weise ist diese Verknüpfung der elektrischen und magnetischen Kräfte zuerst von H. Hertz[1]) formuliert. Wir gewinnen sie am einfachsten durch die folgende Ueberlegung.

Nach dem Faradayschen Induktionsgesetze, das für ruhende und bewegte Körper gültig ist, entsteht in einer Drahtwindung, die die gesamte Kraftlinienzahl Z umschlingt, eine elektromotorische Kraft

$$E = -\frac{dZ}{dt}\, 10^{-8}. \qquad (32)$$

Die Aenderung der Kraftlinienmenge, d Z, entsteht nun auf zweierlei Weise; einmal durch eine zeitliche Variation der Gesamtzahl bei fester Spulenlage, und dann auch durch die Bewegung der Spule längs des Ankerumfanges x. Es ist also

$$dZ = \frac{\partial Z}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial Z}{\partial t} \cdot dt,$$

oder, weil

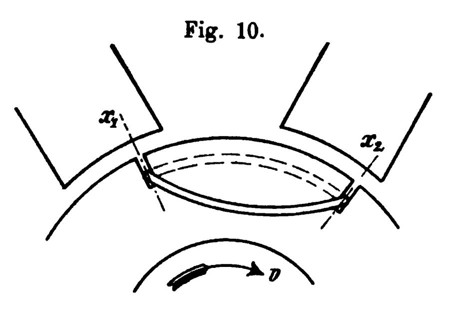
$$v = \frac{dx}{dt}$$

die Umfangsgeschwindigkeit der Spule ist,

$$\frac{dZ}{dt} = v\,\frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{\partial Z}{\partial t}. \qquad (33)$$

Besteht die Spule aus w Windungen, deren Drähte achsial auf

Fig. 10.



einem Anker von der Länge l liegen, und zwar die hin- und zurückführenden Spulenseiten an den Stellen x_1 und x_2 des Umfanges (Fig. 10),

---

[1]) H. Hertz, Ueber die Grundgleichungen der Elektrodynamik für bewegte Körper. Gesammelte Werke Bd. II, S. 269.

dann ist bei Vernachlässigung der Wirkung der Stirnverbindungen die gesamte umschlossene Kraftlinienzahl

$$Z = w\,l \int_{x_1}^{x_2} B\,d\,x.$$

Setzt man dies in Gl. (33) und (32) ein, so entsteht

$$E = -\left\{ w\,l\,v \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial B}{\partial x}\,d\,x + w\,l \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial B}{\partial t}\,d\,x \right\} 10^{-8}.$$

Das erste Glied läßt sich integrieren, es liefert:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial B}{\partial x}\,d\,x = \int_{x_1}^{x_2} d\,B = B_{x_2} - B_{x_1},$$

so daß die induzierte E.M.K. der Spule ist:

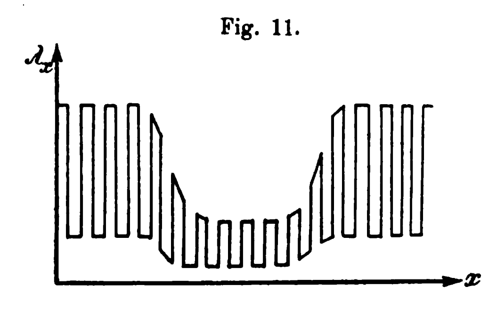
$$E = \left\{ w\,l\,v\,(B_{x\,1} - B_{x\,2}) - w\,l \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial B}{\partial t}\,d\,x \right\} 10^{-8}. \quad . \quad (34)$$

Diese wichtige Formel werden wir in allen folgenden Betrachtungen anwenden. Wir brauchen nur den zeitlichen und räumlichen Verlauf der Induktion B am Ankerumfange in seiner Abhängigkeit von den Anker- und Kurzschlußströmen darzustellen, um sofort die in der Kommutierungsspule erzeugte elektromotorische Kraft zu erhalten, einschließlich aller Selbstinduktionsspannungen und Rückwirkungen.

Die Formel (34) ist genau so für Nutenanker, wie auch für solche mit glatter Oberfläche brauchbar; für letztere wird ihre Anwendung relativ einfach. Bei Nutenankern hat man aber zu beachten, daß eine zeitliche Feldänderung, $\frac{\partial B}{\partial t}$, bereits an jeder Stelle der äußeren Ankerschichten dadurch hervorgerufen wird, daß die betrachtete Stelle des Raumes sich einmal innerhalb einer Nute befindet, dann aber in einem kurz darauffolgenden Momente innerhalb eines Zahnes, daß also die Induktion beim Hinwegstreichen der Zähne und Nuten über das Raumteilchen sich im schnellen Wechsel, und sogar unstetig, ändert. Man könnte dies in der Rechnung dadurch berücksichtigen, daß man die

magnetische Leitfähigkeit für das Ankerfeld als zeitlich und räumlich veränderlich betrachtete, sie würde dargestellt durch eine Kurve wie in Fig. 11, deren einzelne Zacken sich mit dem Anker mitbewegten. Die Ankerströme muß man dann natürlich ebenfalls als unstetig am Umfange verteilt ansehen, wie sie es ja in Wirklichkeit sind, da sie nur in den Nuten fließen. Zu all diesem kommt dann noch die zeitliche Feldänderung infolge der Kurzschlußströme hinzu.

Fig. 11.



Derartig unstetig verlaufende Funktionen lassen sich analytisch nicht einfach behandeln. Das beste ist noch, man entwickelt sie in Fouriersche Reihen, die nach Kreisfunktionen des Ankerumfanges fortschreiten. Dann werden aber die Rechnungen so außerordentlich umfangreich und undurchsichtig, weil lauter Produkte solcher Reihen und ihrer Differentialquotienten vorkommen, daß es nicht viel Zweck hat, sie hier anzuführen. Wir begnügen uns also mit der Formulierung für einen glatten Anker.

11. Kapitel.

Die Kurzschluß-E.M.K. bei einer bedeckten Lamelle und geradlinigem Verlaufe des Kurzschlußstromes.

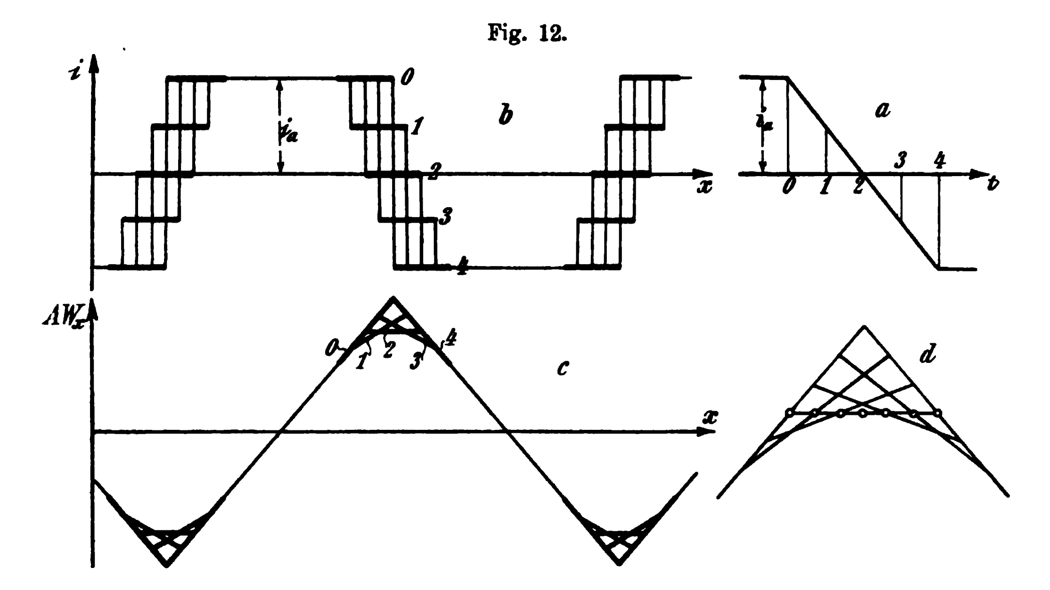
Da wir im 3. Kapitel den allgemeinen Zusammenhang kennen gelernt haben, in dem die Ankerfeldkurve mit der räumlichen Verteilung der sie erzeugenden Ströme steht, so können wir, bei Voraussetzung eines geradlinig von positiven zu negativen Werten übergehenden gesamten Kurzschlußstromes, die Kurve der magnetisierenden Kraft und der Induktion vollständig aufzeichnen. Wenn die Bürste ebenso breit ist wie eine Lamelle, dann hat natürlich, entsprechend den verschiedenen Zeitmomenten des Kurzschlusses, die Kurve der gesamten Anker-M.M.K. eine variable Gestalt; es verändert sich sowohl die zeitliche Stärke der Kurzschlußströme (Fig. 12a), als auch die räumliche Lage der Anker- und Kurzschlußströme. Für fünf verschiedene Momente der Kurzschlußzeit, die mit den Zahlen 0 bis 4 bezeichnet sind, ist in Fig. 12b die Kurve der Stromverteilung am Ankerumfang dargestellt, die stark gezeichneten Strecken stellen die jeweilige Größe und Lage des Kurzschlußstromes dar, wobei die zeitlich nacheinander folgenden

Vorgänge im Bilde aufeinander gelegt sind, um sie besser vergleichen zu können.

Weil die Kurve der Stromstärke nur aus horizontalen geraden Stücken besteht, die sich allerdings unstetig aneinanderreihen, so kann die Kurve der magnetisierenden Kraft, die ja nach Gl. (1) die Integralkurve jener ist, ebenfalls nur aus geraden Linien bestehen, die aber verschiedene Neigung gegen die Abszissenachse haben, sie ist in Fig. 12c für dieselben Zeitmomente gezeichnet.

Zur Zeit 0 ist keine Spule durch die Bürsten kurzgeschlossen, es fließen daher in beiden vollen Ankerhälften die entgegengesetzten

Fig. 12.



Ströme, die M.M.K.-Kurve ist genau dreieckförmig. Zur Zeit 1 sind alle Ankerspulen um eine Viertelstabbreite nach rechts gerückt, gleichzeitig hat sich aber der Strom in den kurzgeschlossenen Stäben auf die Hälfte vermindert, so daß das ihm entsprechende Stück der Integralkurve nur noch die Hälfte der Steigung hat wie vorher. Wie man aus Fig. 12c unmittelbar erkennt, ist das aber nur möglich, wenn sich Anfangs- und Endpunkte dieser kleinen Strecke bei ihrem Fortschreiten in der Umfangsrichtung um gleiche Stücke gehoben bezw. gesenkt haben, sie gleiten also auf der dreieckigen Kurve. Am besten übersieht man diese Verhältnisse, wenn man sie sich selbst einmal mit ein paar Strichen aufzeichnet.

Für die Mitte der Kurzschlußzeit 2 ist der Stab stromlos, so daß

die M.M.K.-Kurve in der Kurzschlußzone horizontal läuft, die Enden der beweglichen Strecke sind weitergeglitten. In der zweiten Hälfte der Kurzschlußzeit herrscht natürlich das gleiche Spiel.

Insgesamt hat man also in der Kurzschlußzone den folgenden Verlauf der magnetischen Erscheinungen: Streicht eine Lamelle unter der Kollektorbürste hinweg, dann löst sich gleichzeitig in der Kurve der magnetisierenden Kraft, und ebenso natürlich in der Feldkurve, von der ursprünglich dreieckigen Spitze die eine Seite ab, es gleitet diese Strecke, von der Abszissenlänge gleich der Stabbreite β, mit ihren Endpunkten auf der ursprünglichen dreieckigen Kurve mit konstanter Geschwindigkeit fort, bis sie den Anschluß an die andere Seite der Dreieckskurve erreicht hat. Dann ist die Kommutierung des Stabes gerade beendet, und es beginnt mit dem nächsten Stabe das Spiel von neuem. In Fig. 12d ist das Feld in der Kurzschlußzone für eine größere Anzahl von Einzelmomenten gezeichnet. Außerhalb des Bereiches der doppelten Stabbreite bleibt es zeitlich konstant.

Maßgebend für die in jedem Stabe des Ankers durch Bewegung induzierte elektromotorische Kraft ist die mittlere Feldstärke, die in ihm herrscht, oder, weil dieselbe geradlinig verläuft, die Feldstärke, die in seiner Mitte herrscht. Die seitlichen Abweichungen von diesem Mittelwerte bewirken innere Wirbelströme in den Ankerleitern, die übrigens unter Umständen eine merkbare Rückwirkung auf das erzeugende Magnetfeld ausüben können, durch die sie natürlich geschwächt werden. Bei Nutenankern treten derartige Wirbelströme selbstredend nur in verschwindend geringem Maße auf, weil die Feldstärke in der Nute an sich gering ist. Auch wenn man statt eines Stabes viele hintereinandergeschaltete Drähte einer Spulenseite hat, sind die Wirbelströme sehr gering, während die Nutzspannung ebenfalls durch die Induktion in der Mitte der Spulenseite gegeben ist.

Man erkennt nun aus Fig. 12d, daß die Mitte jedes Stabes während der Kommutierung stets von derselben Induktion durchsetzt wird, sie ist durch kleine Kreise angedeutet. Man sollte daher denken, daß die E.M.K., die im Stabe vom Ankerfelde bei der Bewegung induziert wird, konstant und dieser Induktion proportional sei. Ersteres ist tatsächlich der Fall, jedoch kommt für die Größe der E.M.K. noch ein anderer Punkt in Betracht.

Beim Hindurchstreifen der Stabmitte durch das Kommutierungsfeld ist allerdings $\frac{dB}{dt}$, d. h. die totale Aenderung der Induktion gleich Null. Auf diese kommt es aber nach unserer Formel (34) für die

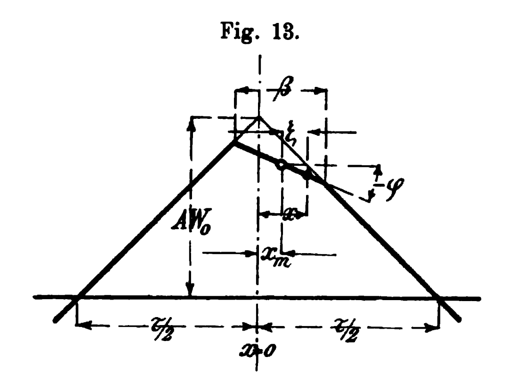
induzierte E.M.K. gar nicht an, es ist nicht die Aenderung von B, vom bewegten Leiter aus beurteilt, maßgebend für die Spannung, sondern $\frac{\partial B}{\partial t}$, d. h. die zeitliche Aenderung an einer bestimmten Stelle des ruhenden Systems. Eine solche ist aber tatsächlich vorhanden, wie Fig. 12d zeigt. Der Unterschied, der sich ergeben wird, ist im allgemeinen nicht groß, bei der Vorausberechnung von Hilfspolen kann er immerhin in Betracht kommen, jedenfalls aber ist er von prinzipieller Wichtigkeit und zeigt, daß man das gewöhnliche Induktionsgesetz

$$E = B l v \cdot 10^{-8}$$

niemals ohne vorherige genaue Ueberlegung anwenden sollte.

Um die gesamten Veränderungen zu formulieren, die die Feldkurve während der Kommutation eines Stabes erleidet, betrachten wir

Fig. 13.



die AW-Kurve, Fig. 13, die einer bestimmten Zeit t des Kurzschlusses entspricht. Der Mittelpunkt des kommutierenden Stabes, dessen Abszisse x_m ist, hat sich dann von der Anfangslage $-\frac{\beta}{2}$, die der Zeit $t = 0$ entspricht, um das Stück $v t$ nach rechts bewegt. Seine Lage zur Zeit t ist also

$$x_m = -\frac{\beta}{2} + v t = -\frac{\beta}{2} + \frac{\beta}{T} t$$

oder

$$x_m = -\frac{\beta}{2}(1 - 2\vartheta) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (35)$$

Die Spitze der dreieckigen Feldkurve der Fig. 13 besitzt die Ordinate AW_0, deren Größe nach Formel (1) und (4a) ist:

$$AW_0 = A S \frac{\tau}{2},$$

denn die lineare Stromdichte ist für die wirklich dreieckige Kurve konstant, und die Abszissenlänge, über die zu integrieren ist, beträgt eine halbe Polteilung. Dem entspricht in der Feldkurve, die für die induzierte Spannung in Betracht kommt, nach Gl. (2) der Wert

$$B_0 = \frac{2\pi}{10} A S \tau \frac{\lambda_0}{\delta} = \overline{B}_0 \lambda_0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

wobei unter

$$\overline{B}_0 = \frac{2\pi}{10} A S \frac{\tau}{\delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36a)$$

der maximale Wert des Ankerfeldes zu verstehen ist, der auftreten würde, wenn längs des ganzen Umfanges $\lambda_x = 1$ wäre, wenn also kontinuierliches Eisen der Ankeroberfläche gegenüberstände.

Die Leitfähigkeit des Ankerfeldes in der Kommutierungszone ist fast völlig konstant $\doteq \lambda_0$. Wir wollen sie als unveränderlich ansehen, was bei gewöhnlichen Maschinen sicher erlaubt ist. Sind Hilfspole vorhanden, so ist sie so lange konstant, wie der Hilfspolluftspalt sich während der Kommutierung nicht ändert.

Die Induktion im Mittelpunkte x_m ist dann konstant während des Kurzschlusses, und zwar

$$B_m = \overline{B}_0 \left(1 - \frac{\beta}{\tau}\right) \lambda_0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

was man aus Fig. 13 z. B. für $t = 0$ ohne weiteres abliest. Die Neigung der sich bewegenden geraden Strecke ist dem Kurzschlußstrome i proportional, und zwar ist sie

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{i_k}{i_a} \frac{B_0}{\tau/_2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38)$$

oder weil bei geradliniger Kommutierung

$$i_k = i_a (1 - 2\vartheta)$$

ist,

$$\operatorname{tg} \varphi = 2 \overline{B}_0 \frac{\lambda_0}{\tau} (1 - 2\vartheta). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38a)$$

Man erkennt die Richtigkeit von (38) am besten für $t = 0$, wo $i_k = i_a$ ist, wenn man die Fig. 13 betrachtet.

Ein beliebiger Punkt der bewegten Strecke, dessen Entfernung vom Mittelpunkte

$$\xi = x - x_m$$

beträgt, besitzt die Induktion

$$B = B_m + \xi \operatorname{tg} \varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (39)$$

oder wenn man die Werte von (35), (37) und (38a) einsetzt

$$B = \overline{B}_0 \lambda_0 \left(1 - \frac{\beta}{\tau}\right) + \left[x + \frac{\beta}{2}(1 - 2\vartheta)\right] . 2 \overline{B}_0 \frac{\lambda_0}{\tau}(1 - 2\vartheta).$$

Multipliziert man aus, so erhält man

$$B = \overline{B}_0 \lambda_0 \left\{\left(1 - \frac{\beta}{\tau}\right) + \frac{2x}{\tau}(1 - 2\vartheta) + \frac{\beta}{\tau}(1 - 2\vartheta)^2\right\}. \quad . \quad (40)$$

Hierdurch ist die gewünschte Abhängigkeit der Induktion in der Kurzschlußzone von Ort und Zeit dargestellt. Entsprechend den Endpunkten der bewegten Strecke der B-Kurve ist diese Gleichung natürlich nur in dem Intervalle

$$-\beta(1 - \vartheta) < x < +\beta\vartheta$$

gültig, außerhalb desselben ist die Induktion unabhängig von der Zeit und zwar

$$B = \overline{B}_0 \lambda_x \left(1 \pm \frac{2x}{\tau}\right), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

wobei das obere Vorzeichen für negative, das untere für positive Werte von x gilt. Hier ist die Leitfähigkeit des Ankerfeldes, λ_x, natürlich mit dem Ort veränderlich anzunehmen, wie es in Fig. 1 bereits gezeigt ist.

Um jetzt die in den kurzgeschlossenen Windungen induzierte E.M.K. zu erhalten, müssen wir mit den Ausdrücken für die Kraftliniendichte in die Formel (34) eingehen. Das erste Glied derselben

$$e_I = w\,l\,v\,(B_{x1} - B_{x2}) . 10^{-8}$$

ist leicht zu berechnen. Es ist nämlich nach Fig. 14

$$B_{x2} = - B_{x1},$$

weil die Spule eine ganze Polteilung umfassen soll, und wenn man beachtet, daß nach Gl. (36) und (37)

$$B_{x1} = B_m = \left(1 - \frac{\beta}{\tau}\right) \overline{B}_0 \lambda_0 = \left(1 - \frac{\beta}{\tau}\right) B_0$$

während der Kommutation konstant ist, dann wird die durch Drehung induzierte Spannung

$$e_I = 2\,w\,l\,v\,B_0 \left(1 - \frac{\beta}{\tau}\right) . 10^{-8}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

Abgesehen vom Gliede $\frac{\beta}{\tau}$ ist das dieselbe Formel, die man bisher

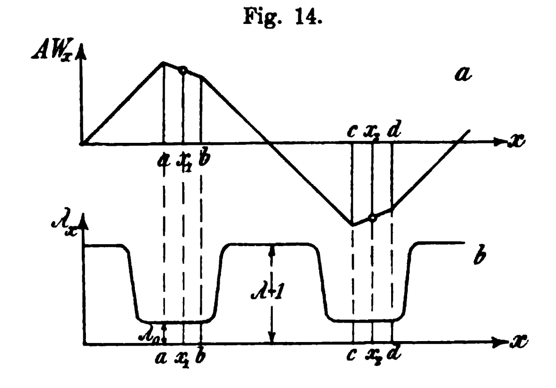
immer als vom reinen Ankerfelde — ohne Kurzschlußströme — induziert angesehen hat.

Um den zweiten Bestandteil von (34) auszurechnen, müssen wir Gl. (40) nach t, oder nach $T \cdot \vartheta$ differentiieren. Das liefert

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{4}{\tau T} \bar{B}_0 \lambda_0 \left[x + \beta (1 - 2\vartheta)\right].$$

Die Gl. (41) liefert keinen Beitrag zu $\frac{\partial B}{\partial t}$, weil außerhalb der Kommutierungszone das Feld zeitlich konstant bleibt. Das Integral von x_1 bis x_2 braucht also in Fig. 14 nur von x_1 bis b und von c bis x_2 er-

Fig. 14.



streckt zu werden, statt des letzten Stückes kann man aber auch das negative Integral von a bis x_1 nehmen. Es wird also durch die Feldänderung in der Kommutierungszone induziert:

$$e_{II} = -w\,l\left\{\int_{x_1}^{b} \frac{\partial B}{\partial t}\,dx - \int_{a}^{x_1} \frac{\partial B}{\partial t}\,dx\right\} 10^{-8}$$

$$= w\,l\left\{\int_{a}^{x_1} \frac{\partial B}{\partial t}\,dx + \int_{b}^{x_1} \frac{\partial B}{\partial t}\,dx\right\} 10^{-8}.$$

Die Grenzen a und b des Kommutierungsintervalles waren schon oben bestimmt, $x_1 = x_m$ folgt aus Gl. (35). Es ist also:

$$\left.\begin{aligned} a &= -\beta + \beta\vartheta, \\ x_1 &= -\frac{\beta}{2} + \beta\vartheta, \\ b &= +\beta\vartheta. \end{aligned}\right\} \qquad (43)$$

Die Integration liefert

$$\int \frac{\partial B}{\partial t} d x = - \frac{4}{\tau T} \overline{B}_0 \lambda_0 \left[\frac{x^2}{2} + \beta x (1 - 2 \vartheta) \right].$$

Weil nun x_1 in der Mitte zwischen a und b der Fig. 14 liegt, und daher

$$2 x_1 = a + b$$

ist, so erkennt man leicht, daß die in x linearen Glieder sich beim Einsetzen der Grenzen gegenseitig fortheben. Es bleibt nur das quadratische Glied und das liefert mit einigen Kürzungen

$$[x^2] = 2 x_1^2 - a^2 - b^2 = - \frac{\beta^2}{2}.$$

Hiermit berechnet sich

$$e_{II} = w l \frac{4}{\tau T} \overline{B}_0 \lambda_0 \frac{\beta^2}{4} . 10^{-8}$$

oder auch

$$e_{II} = w l v B_0 \frac{\beta}{\tau} . 10^{-8}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

Dieser Betrag, der unabhängig von der Zeit ist, muß noch zu Gl. (42) hinzugefügt werden, um die gesamte Spannung in der Spule zu erhalten, diese wird dann

$$E = 2 w l v B_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\beta}{\tau}\right) 10^{-8}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44a)$$

sie wird also durch e_{II} vergrößert.

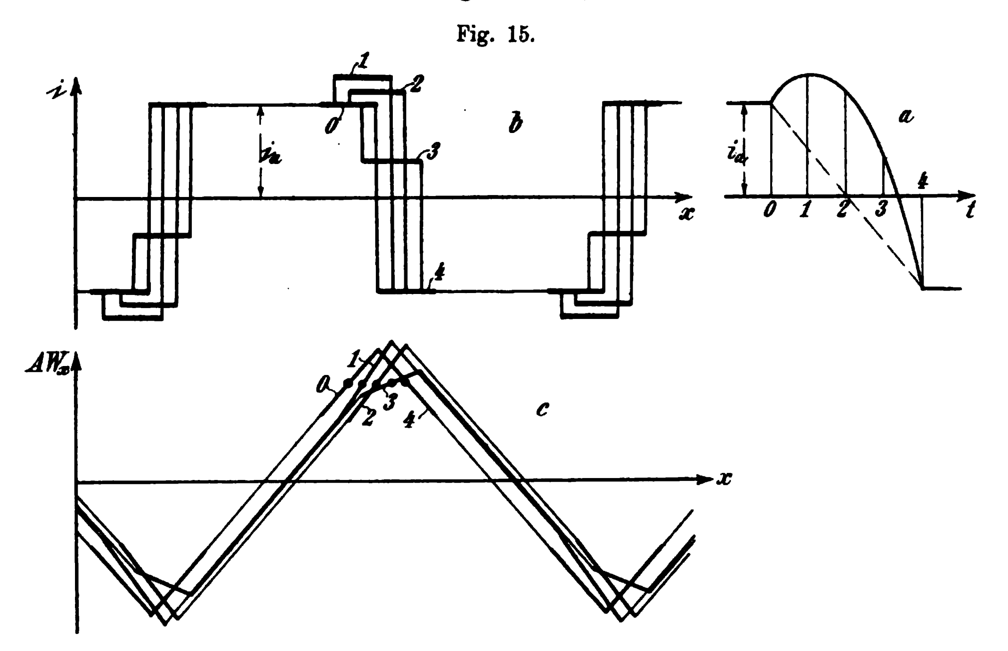
Außer diesen beiden E.M.K.en und der von den Haupt- und Hilfspolen erzeugten E.M.K. wird in der kurzgeschlossenen Spule, bei geradlinig verlaufendem Kurzschlußstrom und bei höchstens zwei gleichzeitig von der Bürste bedeckten Kollektorlamellen, überhaupt keine Spannung induziert. Ein Selbstinduktionskoeffizient, wie man ihn etwa durch Hindurchleiten von Wechselstrom durch die Spule messen könnte, tritt in der Rechnung gar nicht auf, ein solcher darf daher in der Kommutationstheorie nicht ohne weitere Begründung eingeführt werden. Durch die folgenden Betrachtungen wird jedoch klar werden, daß die Spannung e_{II} einem „Streuinduktionskoeffizienten“ entspricht, dessen Kraftlinien allein das Innere des kurzgeschlossenen Stabes durchsetzen.

12. Kapitel.

Die Kurzschluß-E.M.K. bei einer bedeckten Lamelle und beliebigem Verlaufe des Kurzschlußstromes.

Wenn der Kurzschlußstrom sich nicht linear ändert, sondern eine ganz beliebige Uebergangskurve beschreibt, wie z. B. in Fig. 15a, dann erhält man eine Verteilung der linearen Stromdichte am Anker-

Fig. 15.



umfange, wie sie Fig. 15b wieder für fünf verschiedene Momente der Kurzschlußzeit darstellt.

Zur Zeit 0 und 4 hat man, weil dann der Kurzschlußstrom vom Ankerstrome nicht abweicht, genau dasselbe Verhalten wie früher, dann ist die Kurve der magnetisierenden Kraft, Fig. 15c, ganz dreieckförmig. Weil nun beim Fortschreiten des kurzgeschlossenen Stabes in jedem Momente die Flächen der M.M.K.-Kurve über und unter der Abszissenachse stets einander gleich sein müssen, so erkennt man ohne weiteres, daß die magnetisierende Kraft im Mittelpunkte des Stabes während der Kurzschlußdauer auch jetzt noch konstant bleiben muß. Die Uebergangsstrecke der M.M.K.-Kurve in der Kommutierungszone, deren Neigung wieder dem gesamten Kurzschlußstrome proportional ist, kann sich nur so bewegen, daß die positiven und negativen Teile der ganzen

Kurve symmetrisch bleiben; das ist aber nur möglich, wenn ihr Mittelpunkt auf einer Horizontalen fortschreitet.

Die Endpunkte der Uebergangsstrecke heben und senken sich dann über die ursprünglich dreieckige Kurve hinaus, wie das in Fig. 15c gezeichnet ist. Außerhalb der Kommutierungszone muß die M.M.K.-Kurve stets dieselbe konstante Neigung haben, weil die Ströme sich dort nicht ändern, durch deren Stärke die Neigung der Integralkurve gegeben ist. Die magnetisierende Kraft schwankt daher unter den Polen zeitlich dauernd auf und ab im Tempo der Kommutierung, da sie aber im allgemeinen mehr nach einer Seite von der Dreieckskurve aus abweicht, so erkennt man, daß die jetzt vorhandenen zusätzlichen Kurzschlußströme eine Einwirkung auf das magnetische Hauptfeld besitzen, genau entsprechend, wie das auch früher schon geschildert ist.

In jedem Momente ist die Ordinatenabweichung der M.M.K.-Kurve unter den Polen von der Dreieckskurve gegeben durch die Hebung und Senkung der Endpunkte der Uebergangsstrecke, die durch die zusätzlichen Kurzschlußströme allein bewirkt wird, also durch

$$\frac{\beta}{2} \cdot i_z.$$

Für einen vollen magnetischen Kreis kommt das Doppelte hiervon in Betracht. Die magnetische Wirkung schwankt nun während einer Kommutierungsperiode im schnellen Wechsel auf und ab; der Mittelwert, der allein für die Stärke der Wirkung auf die Hauptpole in Frage kommt, ist

$$AW_k = \frac{1}{T}\int_0^T \beta\, i_z \,.\, dt = \frac{\beta}{T}\int_0^T i_z\, dt.$$

Dies ist aber genau derselbe Wert, der bereits früher in Gl. (3a) für die magnetische Einwirkung der Kurzschlußströme auf das Hauptfeld hergeleitet ist, die frühere Formel hat daher allgemeine Gültigkeit für beliebig große Bürstenüberdeckung.

Wir wollen jetzt den zeitlichen und räumlichen Verlauf des gesamten Ankerfeldes bei beliebigem Kurzschlußstrome formulieren, um die induzierten Spannungen berechnen zu können. Innerhalb der Kommutierungszone ändert sich gegenüber der Rechnung bei geradlinigem Verlaufe nur die Neigung der Uebergangsstrecke in der M.M.K.-Kurve, es gilt Gl. (38) mit unbestimmt gelassenem i_k. Weil sich die linearen

Stromdichten genau so verhalten, wie die Ströme selbst, so kann man auch schreiben

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\dot{i}_k}{\dot{i}_a} \cdot 2\frac{B_0}{\tau}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38b)$$

Die Gl. (35), (36), (36a), (37) und (39) bleiben genau wie früher gültig, so daß man jetzt für die Induktion der Kommutierungszone erhält

$$B = \overline{B}_0 \lambda_0 \left(1 - \frac{\beta}{\tau}\right) + \left[x + \frac{\beta}{2}(1 - 2\vartheta)\right] \cdot 2\overline{B}_0 \frac{\lambda_0}{\tau}\frac{\dot{i}_k}{\dot{i}_a}$$

oder ausmultipliziert

$$B = \overline{B}_0 \lambda_0 \left[\left(1 - \frac{\beta}{\tau}\right) + \frac{2x}{\tau\, \dot{i}_a} \dot{i}_k + \frac{\beta}{\tau\, \dot{i}_a}(1 - 2\vartheta)\, \dot{i}_k\right]. \quad . \quad (45)$$

Das Wegintervall, in dem dieser Ausdruck gültig ist, ist genau dasselbe wie früher nach Gl. (43).

Außerhalb der Kommutierungszone hat man für positive Werte von x, die wir allein für die folgende Rechnung gebrauchen, zu dem früheren Werte (41) nach Fig. 15 noch den Betrag zu addieren, der der Schwankung der Amperewindungszahl entspricht, die durch die zusätzlichen Ströme hervorgerufen werden. Diese zusätzliche Induktion beträgt nach Gl. (2)

$$\frac{4\pi}{10}\frac{\lambda_x}{\delta} \cdot \frac{\beta}{2}\dot{i}_z,$$

oder, wenn man Gl. (4) und (36a) beachtet,

$$\overline{B}_0 \lambda_x \frac{\beta}{\tau}\frac{\dot{i}_z}{\dot{i}_a}.$$

Die Induktion außerhalb der Kommutierungszone ist also

$$B = \overline{B}_0 \lambda_x \left[\left(1 - \frac{2x}{\tau}\right) + \frac{\beta}{\tau\, \dot{i}_a}\dot{i}_z\right], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

gültig in dem Intervalle

$$\beta\vartheta < x < \tau - \beta(1 - \vartheta).$$

Für die Grenze $x = \beta\vartheta$ müssen natürlich die Formeln (45) und (46) denselben Wert liefern, wovon man sich leicht überzeugt, wenn man berücksichtigt, daß allgemein gilt:

$$\dot{i}_k = \dot{i}_a(1 - 2\vartheta) + \dot{i}_z. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

Jetzt können wir die elektromotorischen Kräfte in der Kurz-

schlußspule bestimmen. Weil die Kraftliniendichte für x_m konstant bleibt, ist die durch reine Bewegung induzierte Spannung wie vorhin

$$e_I = 2\,w\,l\,v\,B_0\left(1 - \frac{\beta}{\tau}\right).10^{-8} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

Die zeitliche Differentiation der Gl. (45) und (46) liefert

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\overline{B}_0 \lambda_0}{\tau\, i_a}\left[(2x + \beta - 2\beta\vartheta)\frac{d\,i_k}{d\,t} - 2\frac{\beta}{T}\,i_k\right] \quad . \quad . \quad (45a)$$

und

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\overline{B}_0 \beta}{\tau\, i_a}\lambda_x \frac{d\,i_z}{d\,t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46a)$$

für die beiden Abszissenintervalle.

Die räumlichen Integrale können wir für die Kurzschlußzone genau wie oben umformen in:

$$e_{II}' = w\,l\left\{\int_a^{x_1}\frac{\partial B}{\partial t}\,d\,x + \int_b^{x_1}\frac{\partial B}{\partial t}\,d\,x\right\}10^{-8}$$

und weil x_1 in der Mitte zwischen a und b liegt, Fig. 14, fallen beim Einsetzen der Grenzen wieder alle in x linearen Glieder der Integrale fort, das sind also alle die Glieder von $\frac{\partial B}{\partial t}$, die x nicht enthalten. Es liefert demnach nur das erste Glied von Gl. (45a) einen Beitrag zu e_{II}', und zwar, weil nach Gl. (43)

$$\int_a^{x_1} x\,d\,x + \int_b^{x_1} x\,d\,x = \frac{1}{2}(2\,x_1^2 - a^2 - b^2) = -\frac{\beta^2}{4}$$

ist:

$$e_{II}' = -\,w\,l\,\frac{\overline{B}_0 \lambda_0}{\tau\, i_a}\,.\,2\,\frac{d\,i_k}{d\,t}\,\frac{\beta^2}{4}\,.\,10^{-8}$$

oder auch

$$e_{II}' = -\,\frac{1}{2}\,w\,l\,v\,B_0\,\frac{\beta}{\tau}\,\frac{T}{i_a}\,\frac{d\,i_k}{d\,t}\,.\,10^{-8} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (49)$$

Man zerlegt den Kurzschlußstrom am zweckmäßigsten wieder in den geradlinigen Teil i_g und die Abweichung hiervon i_z, und erhält dann

$$e_{II}' = -\,w\,l\,\frac{\overline{B}_0 \beta}{i_a \tau}\,\frac{\beta \lambda_0}{2}\left(\frac{d\,i_g}{d\,t} + \frac{d\,i_z}{d\,t}\right)10^{-8} \quad . \quad . \quad (49a)$$

Aus Gl. (49) sieht man am besten, daß sie in die frühere Gl. (44) übergeht, wenn i_z gleich Null ist, wie das ja sein muß.

Um den dritten Bestandteil der elektromotorischen Kraft zu finden, haben wir Gl. (46a) zwischen den Grenzen b und c der Fig. 14 zu integrieren. Weil λ_x die einzige räumlich variable Größe ist, liefert das:

$$e_{II}'' = - w\, l\, \frac{\overline{B}_0 \beta}{i_a \tau} \frac{d i_z}{d t} \int_b^c \lambda_x\, d x \,.\, 10^{-8}. \quad . \quad . \quad . \qquad (50)$$

Den Ausdruck vor dem Integralzeichen kann man noch umformen. Nach Gl. (36a) ist

$$\overline{B}_0 = \frac{2\pi}{10} \frac{i_a N}{\pi D} \frac{\tau}{\delta}$$

und daher

$$\frac{\overline{B}_0 \beta}{i_a \tau} = \frac{2\pi}{10} \frac{\beta N}{\pi D} \frac{1}{\delta}.$$

Weil auf dem normalen Anker zwei Drahtschichten übereinander liegen, und weil jede Spulenseite von der Breite β aus w einzelnen Drähten besteht, so ist

$$\beta N = 2 \pi D w,$$

und daher

$$\frac{\overline{B}_0 \beta}{i_a \tau} = \frac{4\pi}{10} \frac{w}{\delta}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (50a)$$

Fassen wir Gl. (49a) und (50) zusammen, dann erhalten wir für die gesamte durch zeitliche Feldänderung induzierte E.M.K.:

$$e_{II} = e_{II}' + e_{II}'' = - \frac{4\pi}{10} w^2 \frac{l}{\delta} \left[\frac{\beta \lambda_0}{2} \frac{d i_g}{d t} + \left(\frac{\beta \lambda_0}{2} + \int_b^c \lambda_x\, d x \right) \frac{d i_z}{d t} \right] 10^{-8}. (51)$$

Würde man nun den Ausdruck bilden

$$\frac{4\pi}{10} l \int_{x_1}^{x_2} \frac{\lambda_x}{\delta} d x,$$

dann sähe man mit Hilfe von Fig. 14b und Gl. (2) ohne weiteres ein, daß dies die Kraftlinienzahl wäre, die durch einen Strom von der Stärke 1 Amp. in einer Drahtwindung erzeugt würde, deren Hin- und Rückleitung an den Stellen x_1 und x_2 liegt, deren Drahtdicke aber verschwindend klein wäre. Bei endlicher Breite der Spulenseite wird nur auf die Kraftlinien, die ganz innerhalb der Windung laufen, ohne das Leitermaterial zu durchdringen, die volle magnetisierende Kraft wirken, das ist also auf der Strecke b bis c. Im Innern der Leiter sinkt

die M.M.K. von ihrem Randwerte, wie in Fig. 16, geradlinig auf Null bis zur Mitte, so daß auf beiden Spulenseiten zusammengenommen nur $\frac{1}{2}\beta\lambda_0$ Kraftlinien entstehen. Der Ausdruck

$$L = 4\pi w^2 \frac{1}{\delta}\left(\frac{\beta\lambda_0}{2} + \int_b^c \lambda_x \, dx\right) 10^{-9} \quad . \; . \; . \; . \quad (52)$$

stellt uns demnach den Selbstinduktionskoeffizienten einer Spule von w Windungen dar, deren Wicklungsbreite auf dem Ankerumfange gleich β ist. Der Wert

Fig. 16.

$$L_s = 4\pi w^2 \frac{1}{\delta} \frac{\beta\lambda_0}{2} 10^{-9} \quad . \quad (53)$$

gibt den Streuinduktionskoeffizienten wieder, bei dem nur die Kraftlinien in Rechnung zu ziehen sind, die die eigene Spule durchdringen, ohne irgend eine Seite einer fremden Spule zu durchsetzen.

Die Formel (51) läßt sich demnach schreiben:

$$e_{II} = - L_s \frac{d i_g}{d t} - L \frac{d i_z}{d t}, \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (51a)$$

und die gesamte in der kurzgeschlossenen Spule induzierte E.M.K. wird endgültig:

$$E = 2 w l v B_0 \left(1 - \frac{\beta}{\tau}\right) 10^{-8} - L_s \frac{d i_g}{d t} - L \frac{d i_z}{d t}. \quad . \; . \quad (54)$$

Man erhält also auf Grund der Anwendung des strengen elektrodynamischen Induktionsgesetzes das auffällige Resultat, daß der Selbstinduktionskoeffizient der geradlinigen und zusätzlichen Kurzschlußströme verschieden ist. Die Variation des geradlinigen Bestandteiles des Kurzschlußstromes liefert nur insoweit eine der Aenderung entgegenwirkende E.M.K., als sich Kraftlinien ausbilden können, die allein die Kurzschlußspule durchsetzen.

Bei glatten Ankern ist diese Streuinduktion direkt durch Gl. (53) gegeben, man kann das erhaltene Resultat aber auch sehr angenähert auf Nutenanker übertragen und muß dann unter L_s diejenigen Kraftlinien verstehen, die quer durch die Nuten und direkt über den Zahnköpfen verlaufen, ohne andere Leiter zu umschlingen als die eigenen, von denen sie erzeugt sind. Der Grund, weshalb für den geradlinigen Bestandteil des Kurzschlußstromes nur diese geringe Streuinduktion in Betracht kommt, ist die gleichzeitige Be-

wegung aller nicht kurzgeschlossener Ankerleiter, die dadurch gerade die Feldänderung kompensieren, die i_s für sich allein hervorbringen würde. Diese Erscheinung ist bisher stets vernachlässigt worden, man sieht aber, daß das zu erheblichen Fehlern führen kann[1]).

Die Grenzen des Integrales in Gl. (52) ändern sich etwas mit der Zeit, da sie mit der kommutierenden Spule fortschreiten; weil aber die Leitfähigkeit λ_0 in der ganzen Kommutierungszone als konstant betrachtet wird, so hat dies auf den Wert des gesamten Integrals keinen Einfluß, es kommt auf der einen Seite gerade das neu hinzu, was auf der anderen verschwindet.

Sobald die λ_x-Kurve vorliegt, läßt sich der Wert des Integrals durch Planimetrieren leicht numerisch bestimmen.

Da aus den durchgeführten Rechnungen klar hervorgeht, daß eine Selbstinduktionsspannung nur auftreten kann, wenn sich innerhalb der Spule die Induktion zeitlich ändert, so erkennt man, daß man nicht in allen Fällen für λ_x den Wert nehmen darf, der aus dem Bilde für die Ankerkraftlinien hervorgeht. Besitzt die Maschine in ihrem magnetischen Kreise massive Eisenteile, dann wird durch die in ihnen auftretenden Wirbelströme jede zeitliche Schwankung der Kraftlinienzahl stark vermindert, umsomehr als die Feldänderung der Kurzschlußströme außerordentlich rasch erfolgt. Man muß dann die relative Leitfähigkeit λ_x im Bereiche unter den Polen fast gleich Null setzen, weil in (52) nur die Leitfähigkeit für diese schnellen Schwankungen in Frage kommt.

13. Kapitel.

Die Kurzschluß-E.M.K. bei zwei von der Bürste bedeckten Lamellen.

Weit komplizierter als in dem einfachen Falle einer einzigen kurzgeschlossenen Spule liegen die magnetischen Verhältnisse, wenn die Kollektorbürsten zwei Lamellen breit sind, so daß stets mindestens zwei Spulen kurzgeschlossen sind. Wir wollen hier sofort den Fall eines beliebig verlaufenden Kurzschlußstromes behandeln, weil sich die Erscheinungen bei geradliniger Kommutierung ohne weiteres daraus ableiten lassen.

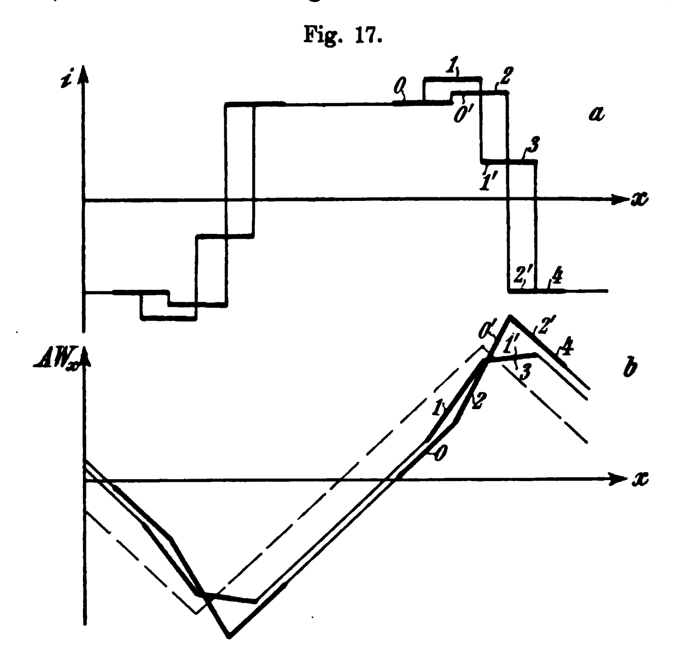
---

[1]) E. Arnold, Die Gleichstrommaschine, 2. Aufl., Bd. I, S. 386 und 393, unterscheidet ebenfalls die Selbstinduktion der geradlinigen und zusätzlichen Kurzschlußströme. Das hat aber dort eine völlig andere Bedeutung wie der hier und im folgenden auftretende Unterschied.



In Fig. 17 ist die lineare Stromdichte und auch die Amperewindungszahl für verschiedene Zeitmomente abhängig vom Ankerumfang aufgezeichnet. Wir untersuchen zunächst die erste Hälfte der Kurzschlußzeit. Die betrachtete Spule führe den Strom i_k, die ihr vorhergehende, die auch noch kurzgeschlossen ist, den Strom i_{k1}. Dann

Fig. 17.



sind die Neigungswinkel der Strecken der Feldkurve über den beiden Stäben analog der Gl. (38b)

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\varphi &= \frac{i_k}{i_a} \cdot 2\,\frac{\overline{B}_0\lambda_0}{\tau} \\ \operatorname{tg}\varphi_1 &= \frac{i_{k1}}{i_a} \cdot 2\,\frac{\overline{B}_0\lambda_0}{\tau} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (55)$$

Der Feldverlauf für die Kommutierungszone ist in Fig. 18 genauer gezeichnet. Der ansteigende und absteigende Ast der Kurve unter den Polen erscheint wieder um gleiche Strecken gegenüber der dünngezeichneten Dreieckskurve verschoben — die hier natürlich nur fiktive Bedeutung als Symmetrielinie hat —, weil die gesamten Flächen über und unter der Abszissenachse der Fig. 17b einander gleich sein müssen.

Die Abszisse des Mittelpunktes des betrachteten Stabes ist

$$x_m = -\beta + v\,t = -\beta + \frac{2\beta}{T}\,t,$$

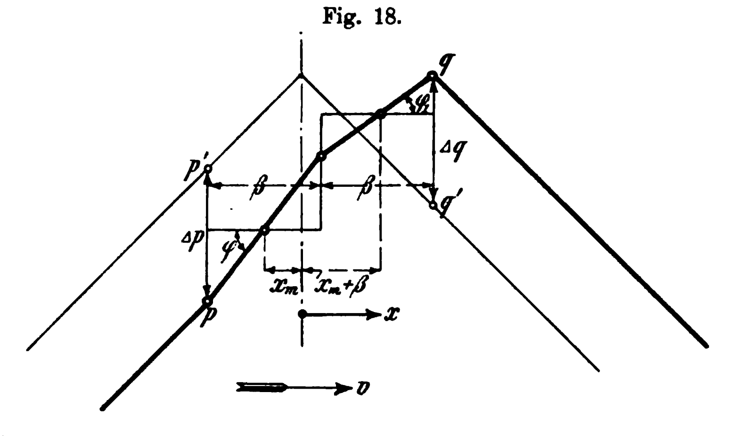
denn die Kurzschlußzeit wird jetzt durch das Hindurchstreichen von zwei Lamellen unter der Bürste bestimmt. Man kann auch schreiben:

$$x_m = -\beta(1 - 2\vartheta). \quad \ldots \ldots \quad (56)$$

Die Ordinatendifferenz der Anfangs- und Endpunkte der beiden Uebergangsstrecken, also der Punkte p und q in Fig. 18, ist gegeben durch

$$\overline{pq} = \beta\,(\operatorname{tg}\varphi + \operatorname{tg}\varphi_1) = 2\,\frac{\beta}{\tau}\,\overline{B}_0\lambda_0\,\frac{i_k + i_{k1}}{i_a}.$$

Fig. 18.



Die Abszissen dieser beiden Punkte sind

$$\text{für } p: \; x_m - \frac{\beta}{2},$$

$$\text{für } q: \; x_m + \frac{3\beta}{2}.$$

Da die beiden Schenkel der Dreieckskurve wie früher durch die Gleichungen gegeben sind

$$B = \overline{B}_0\lambda_x\left(1 \pm 2\,\frac{x}{\tau}\right), \quad \ldots \ldots \quad (57)$$

so sind die Ordinaten der Punkte p' und q', die auf diesen Schenkeln senkrecht unter p und q liegen

$$\text{für } p'\colon\; \overline{B}_0\lambda_x\left[1 + \frac{2}{\tau}\left(x_m - \frac{\beta}{2}\right)\right] = \overline{B}_0\lambda_x\left(1 - \frac{\beta}{\tau} + 2\,\frac{x_m}{\tau}\right),$$

$$\text{für } q'\colon\; \overline{B}_0\lambda_x\left[1 - \frac{2}{\tau}\left(x_m + \frac{3\beta}{2}\right)\right] = \overline{B}_0\lambda_x\left(1 - 3\,\frac{\beta}{\tau} - 2\,\frac{x_m}{\tau}\right).$$

Ihre Differenz ist demnach

$$\overline{p'q'} = 2\,\frac{\beta}{\tau}\,\overline{B}_0\lambda_x\left(1 + 2\,\frac{x_m}{\beta}\right).$$

Nach Fig. 18 ist nun die Hebung des linken Zweiges und die Senkung des rechten

$$\Delta p = \Delta q = \frac{\overline{p'p} + \overline{qq'}}{2} = \frac{\overline{qp} + \overline{p'q'}}{2},$$

oder, wenn man die Werte einsetzt:

$$\Delta p = \Delta q = \frac{\beta}{\tau} \overline{B}_0 \lambda_x \left(1 + 2 \frac{x_m}{\beta} + \frac{i_k}{i_a} + \frac{i_{k1}}{i_a}\right). \quad . \quad (58)$$

Für Abszissen, die rechts von der Kommutierungszone liegen, also für

$$x > \beta \left(\frac{1}{2} + 2\vartheta\right)$$

wird jetzt die Induktion aus Gl. (57) und (58) erhalten zu

$$B = \overline{B}_0 \lambda_x \left(1 - 2 \frac{x}{\tau}\right) + \frac{\beta}{\tau} \overline{B}_0 \lambda_x \left(1 + 2 \frac{x_m}{\beta} + \frac{i_k}{i_a} + \frac{i_{k1}}{i_a}\right)$$

oder, wenn wir x_m nach Gl. (56) einsetzen:

$$B = \overline{B}_0 \lambda_x \left[\left(1 - 2 \frac{x}{\tau}\right) + \frac{\beta}{\tau} \left(- 1 + 4\vartheta + \frac{i_k}{i_a} + \frac{i_{k1}}{i_a}\right)\right].$$

Für geradlinige Kommutation ist

$$i_k = i_a (1 - 2\vartheta),$$

$$i_{k1} = i_a \left[1 - 2 \left(\vartheta + \frac{1}{2}\right)\right] = - i_a \,.\, 2\vartheta,$$

so daß dann die zweite Klammer verschwindet, und die Induktion unter den Polen zeitlich konstant bleibt.

Führt man die zusätzlichen Kurzschlußströme ein, dann kann man allgemein schreiben:

$$\frac{i_k}{i_a} = (1 - 2\vartheta) + \frac{i_z}{i_a},$$

$$\frac{i_{k1}}{i_a} = - 2\vartheta + \frac{i_{z1}}{i_a},$$

und wenn man dies einsetzt, erhält man für die Induktion rechts von der Kommutierungszone:

$$B = \overline{B}_0 \lambda_x \left[1 - 2 \frac{x}{\tau} + \frac{\beta}{\tau i_a} i_z + \frac{\beta}{\tau i_a} i_{z1}\right]. \quad . \quad . \quad (59)$$

Die Induktion im Mittelpunkte des betrachteten Stabes können wir aus Fig. 18 ableiten als

$$B_m = \overline{p'} - \Delta p + \frac{\beta}{2} \operatorname{tg} \varphi,$$

oder mit Beachtung von Gl. (55) und (58)

$$B_m = \overline{B}_0 \lambda_0 \left[1 - 2\frac{\beta}{\tau} - \frac{\beta}{\tau}\frac{i_{k1}}{i_a}\right], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (60)$$

weil sich sämtliche anderen Glieder fortheben. Es ist hier auch wieder λ_0 für λ_x gesetzt, weil innerhalb der Kommutierungszone die Leitfähigkeit konstant sein soll. Aus Gl. (60) sieht man, daß die mittlere Kraftliniendichte in einem Stabe gar nicht von der Stromstärke abhängt, die der Stab selbst führt, sondern nur von dem Strome des anderen Stabes. Das kann man aus der Darstellung in Fig. 17 auch unmittelbar erkennen, der eigene Strom verzerrt dort, wo er fließt, das Kraftlinienbild, eine Verstärkung der mittleren Dichte kann er jedoch nicht hervorbringen.

Wir müssen jetzt noch die Abhängigkeit der Induktion von Weg und Zeit formulieren, wie sie direkt über den kurzgeschlossenen Stäben herrscht. Ueber dem betrachteten linken Stabe ist wie früher

$$B = B_m + \xi \operatorname{tg} \varphi,$$

wobei nach Gl. (56)

$$\xi = x - x_m = x + \beta(1 - 2\vartheta)$$

ist. Das liefert mit Gl. (55) und (60):

$$B = \overline{B}_0 \lambda_0 \left[1 - 2\frac{\beta}{\tau} - \frac{\beta}{\tau}\frac{i_{k1}}{i_a} + 2\frac{x}{\tau}\frac{i_k}{i_a} + 2\frac{\beta}{\tau}(1 - 2\vartheta)\frac{i_k}{i_a}\right]. \quad (61)$$

Im Mittelpunkte des rechten Stabes herrscht die Induktion

$$B_{m1} = B_m + \frac{\overline{q\,p}}{2}$$

oder nach Einsetzen der Werte

$$B_{m1} = \overline{B}_0 \lambda_0 \left[1 - 2\frac{\beta}{\tau} + \frac{\beta}{\tau}\frac{i_k}{i_a}\right]. \quad . \quad . \quad . \quad (62)$$

Außerhalb der Mitte nimmt die Dichte linear zu, es ist dort

$$B = B_{m1} + \xi_1 \operatorname{tg} \varphi_1,$$

wobei jetzt

$$\xi_1 = x - x_m - \beta = x - 2\beta\vartheta$$

ist. Die Induktion über dem rechten Stab ist also

$$B = \overline{B}_0 \lambda_0 \left[1 - 2\frac{\beta}{\tau} + \frac{\beta}{\tau}\frac{i_k}{i_a} + 2\frac{x}{\tau}\frac{i_{k1}}{i_a} - 4\frac{\beta}{\tau}\vartheta\frac{i_{k1}}{i_a}\right]. \quad (63)$$

Nachdem wir die analytischen Ausdrücke für das Ankerfeld aufgestellt haben, können wir jetzt die in den Stäben induzierten Spannungen für die erste Hälfte der Kurzschlußzeit berechnen. Nach Gl. (34) wird durch Bewegung induziert

$$e_I = 2\,w\,l\,v\,B_m \,.\, 10^{-8}\,,$$

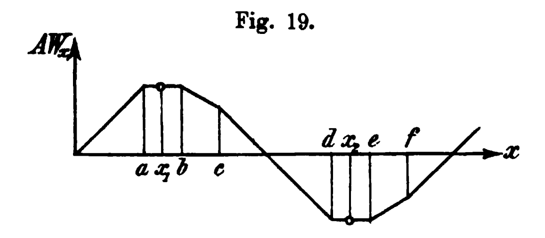
oder wenn man den Wert von Gl. (60) einsetzt:

$$e_I = 2\,w\,l\,v\,B_0\left(1 - 2\,\frac{\beta}{\tau}\right)10^{-8} - 2\,w\,l\,v\,\frac{\overline{B}_0\,\beta}{\tau\, i_a}\,\lambda_0\, i_{k1} \,.\, 10^{-8}\,. \quad (64)$$

Man erkennt aus dieser Gleichung, daß auch bei geradliniger Kommutierung die durch reine Bewegung induzierte Spannung nicht konstant ist, sie wächst während der ersten Hälfte der Kurzschlußdauer an, und würde in der zweiten Hälfte ebenso wieder sinken. Das rührt her von der magnetischen Rückwirkung der anderen im Kurzschlusse befindlichen Spule.

Zur Berechnung der Spannungen, die durch zeitliche Feldänderung induziert werden, müssen wir die Gleichungen (59), (61) und (63)

Fig. 19.



nach der Zeit differenzieren. Das liefert für die drei Intervalle: über dem linken Stab, über dem rechten Stab, und rechts außerhalb der Kommutierungszone, die Werte:

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\overline{B}_0\lambda_0}{\tau\, i_a}\left[-\beta\frac{d\,i_{k1}}{d\,t} + 2\,x\,\frac{d\,i_k}{d\,t} + 2\,\beta\,\frac{d\,i_k}{d\,t} - 4\,\beta\,\vartheta\,\frac{d\,i_k}{d\,t} - 4\,\frac{\beta}{T}\,i_k\right], \quad (61a)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\overline{B}_0\lambda_0}{\tau\, i_a}\left[+\beta\,\frac{d\,i_k}{d\,t} + 2x\frac{d\,i_{k1}}{d\,t} - 4\,\beta\,\vartheta\,\frac{d\,i_{k1}}{d\,t} - 4\,\frac{\beta}{T}\,i_{k1}\right], \quad \ldots \quad (63a)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\overline{B}_0\,\beta}{\tau\, i_a}\,\lambda_x\left[\frac{d\,i_z}{d\,t} + \frac{d\,i_{z1}}{d\,t}\right]. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (59a)$$

Diese drei Ausdrücke müssen nun nach x integriert werden und zwar zwischen den in Fig. 19 angegebenen Grenzen, für die man aus Formel (56) leicht herleitet

$$\left.\begin{aligned} a &= -\frac{3}{2}\beta + 2\beta\vartheta \\ x_1 &= -\beta + 2\beta\vartheta \\ b &= -\frac{1}{2}\beta + 2\beta\vartheta \\ c &= +\frac{1}{2}\beta + 2\beta\vartheta \end{aligned}\right| \quad \ldots\ldots \quad (65)$$

Man hätte eigentlich, statt von a bis x_1, von d bis x_2 zu integrieren, kann aber hier genau dieselben Umformungen anwenden, wie früher vor Gl. (43). Weil wieder

$$x_1 = \frac{a+b}{2}$$

ist, so heben sich nach Ausführung der Integration von Gl. (61a) alle Glieder dieser Gleichung, die x nicht enthalten, fort. Es bleibt daher nur

$$\int_a^{x_1} \frac{\partial B}{\partial t}\, dx + \int_b^{x_1} \frac{\partial B}{\partial t}\, dx = \frac{\overline{B}_0 \lambda_0}{\tau i_a}\left[2x_1^2 - a^2 - b^2\right]\frac{d i_k}{dt}$$

$$= -\frac{\overline{B}_0 \lambda_0}{\tau i_a}\, \frac{\beta^2}{2}\, \frac{d i_k}{dt}$$

oder

$$e_{II}' = -w\, l\, \frac{\overline{B}_0 \beta}{i_a \tau}\, \frac{\beta \lambda_0}{2}\, \frac{d i_k}{dt} \cdot 10^{-8} \quad \ldots\ldots \quad (66)$$

Die Gl. (63a) muß zwischen den Grenzen b und c integriert werden; man erhält:

$$\int_b^c \frac{\partial B}{\partial t}\, dx = \frac{\overline{B}_0 \lambda_0}{\tau i_a}\left[\left(\beta \frac{d i_k}{dt} - 4\beta\vartheta \frac{d i_{k1}}{dt} - 4\frac{\beta}{T} i_{k1}\right)[x]_b^c + \frac{d i_{k1}}{dt}[x^2]_b^c\right],$$

und weil mit Gl. (65):

$$[x]_b^c = c - b = \beta$$

$$[x^2]_b^c = c^2 - b^2 = 4\beta^2\vartheta$$

ist, so heben sich die Glieder mit $\frac{d i_{k1}}{dt}$ fort. Es bleibt nur

$$\int_b^c \frac{\partial B}{\partial t}\, dx = \frac{\overline{B}_0 \lambda_0}{\tau i_a}\, \beta^2 \left(\frac{d i_k}{dt} - \frac{4}{T} i_{k1}\right),$$

so daß die entsprechende E.M.K. nach Gl. (43) wird:

$$e_{II}'' = - w\, l \frac{\overline{B}_0 \beta}{i_a \tau} \beta \lambda_0 \left(\frac{d\, i_k}{d\, t} - \frac{4}{T} i_{k1}\right) 10^{-8} \quad . \quad . \quad . \quad (67)$$

Berücksichtigt man, daß die Beziehung gilt:

$$v = \frac{2\beta}{T},$$

dann erkennt man, daß sich das letzte Glied in dieser Klammer gegen das zweite Glied der Gl. (64) hebt. Ein Teil der durch reine Bewegung induzierten Spannung wird also durch die Feldänderung gerade aufgehoben, so daß bei geradlinigem Kurzschlußstrome eine konstante Gesamtspannung in der Spule induziert wird.

Die letzte Teilspannung ist am leichtesten zu berechnen. Weil in Gl. (59a) nur λ_x mit x variabel ist, so wird sie

$$e_{II}''' = - w\, l \frac{\overline{B}_0 \beta}{i_a \tau} \left(\frac{d\, i_z}{d\, t} + \frac{d\, i_{z1}}{d\, t}\right) \int_c^d \lambda_x\, d\, x \,.\, 10^{-8} \quad . \quad . \quad (68)$$

Alle Ausdrücke für die induzierte Spannung wollen wir zusammenfassen, die konstanten Faktoren sollen aber vorher einheitlich bezeichnet werden. Es bedeute:

$$L_{aus} = 4 \pi w^2 \frac{l}{\delta} \int_c^d \lambda_x\, d\, x \,.\, 10^{-9} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (69)$$

den Induktionskoeffizienten, der denjenigen Kraftlinien entspricht, die alle kurzgeschlossenen Windungen gemeinsam umschlingen. Diese Kraftlinien durchsetzen also die nicht kurzgeschlossenen Drähte, in denen der normale Ankerstrom fließt, sie laufen außerhalb der Kommutierungszone.

Ferner bedeute

$$L_{in} = 4 \pi w^2 \frac{l}{\delta} \,.\, \frac{3}{2} \lambda_0 \beta \,.\, 10^{-9} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (70)$$

den Induktionskoeffizienten, der den Kraftlinien entspricht, die die kurzgeschlossenen Drähte direkt durchsetzen. Das sind die noch übrig gebliebenen Kraftlinien, die also alle nicht kurzgeschlossenen Drähte zusammen umschlingen, sie verlaufen innerhalb der Kommutierungszone.

Zieht man die Glieder der Spannungen e zusammen, die mit denselben Koeffizienten multipliziert sind und berücksichtigt noch die allgemein gültige Gl. (50a), dann erhält man für die *gesamte in der kurzgeschlossenen Spule induzierte* E.M.K.:

$$E = 2\,w\,l\,v\,B_0 \left(1 - 2\,\frac{\beta}{\tau}\right) 10^{-8} - L_{in}\,\frac{d\,i_k}{d\,t} - L_{aus}\left(\frac{d\,i_z}{d\,t} + \frac{d\,i_{z1}}{d\,t}\right). \quad (71)$$

Ein ganz entsprechender Ausdruck ergibt sich für die zweite Kurzschlußhälfte, nur hat man dort statt i_{z1} den Strom der zeitlich folgenden Spule zu setzen.

Wie im vorigen Kapitel, kann man natürlich auch hier die geradlinigen Bestandteile der Kurzschlußströme abtrennen, jedoch ergibt sich dadurch keine größere Uebersichtlichkeit.

Die gesamte Kurzschlußspannung zerfällt in drei wesentlich verschiedene Teile. Das erste Glied in Gl. (71) ist durch reine Bewegung induziert und zwar *von einem Felde, das die normalen Ankerströme in der Kommutierungszone hervorbringen würden, falls gar keine Kurzschlußströme vorhanden wären.* In dem Falle wäre nämlich die Stromdichte in der Kommutierungszone gleich Null, und die Feldkurve als Integralkurve liefe dort horizontal. Dieses Feld steht relativ zu den Ankerdrähten still.

Das dritte Glied der E.M.K. rührt von einem *im Raume feststehenden Felde her, das aber zeitlich schwankt.* Es stellt die Variation aller Kraftlinien dar, die außerhalb der Kommutierungszone in den Anker münden und die sich zum Teil durch die Hauptpole schließen. Bestehen diese, oder auch nur ein Teil des magnetischen Hauptkreises aus massivem Eisen, dann hat man für λ_x in Gl. (69) unter den Polen wieder einen auf schnelle Schwingungen reduzierten Betrag einzuführen. Für diese Feldschwankung kommen nur die zusätzlichen Ströme in Betracht, weil die geradlinigen außerhalb der Kommutierungszone keine Schwankung hervorbringen können.

Natürlich werden durch dieses Feld auch in den nicht kurzgeschlossenen Ankerleitern Spannungen induziert, die mindestens die hohe Periodenzahl der Kommutierung besitzen.

Das zweite Glied in Gl. (71) entspricht denjenigen Kraftlinien, die innerhalb der Kurzschlußzone in den Anker münden; *dieses Feld wandert mit dem Anker fort, verändert sich dabei aber auch zeitlich.* Bei Nutenankern hat man zu L_{in} noch die Kraftlinien hinzuzufügen, die quer durch die Nut laufen. In diesem Gliede tritt der gesamte Kurzschlußstrom der *betrachteten* Spule

auf; ein entsprechendes, das die Variation des Gesamtstromes der anderen kurzgeschlossenen Spule enthält, fehlt merkwürdigerweise. Der Grund hierfür wird im nächsten Kapitel klar werden.

Man sieht hiernach, daß alle Bemerkungen, die im vorigen Kapitel bei einer Bürstenbedeckung von einer Lamelle über Selbstinduktion und Streuinduktion gemacht wurden, in erweiterter Form auch bei zwei bedeckten Lamellen gelten.

14. Kapitel.

Beliebig viele gleichzeitig kurzgeschlossene Spulen.

Will man die magnetischen Verhältnisse bei drei und noch mehr kurzgeschlossenen Spulen verfolgen, dann werden die Rechnungen, die man genau ebenso wie bisher durchführen kann, sehr umfangreich. Es ist bequemer, die bis jetzt erhaltenen Resultate für eine und zwei gleichzeitig im Kurzschlusse befindliche Spulen zu vergleichen, und sie mit Hilfe von Analogieschlüssen zu erweitern.

Wir wollen zu dem Zwecke in Gl. (54) bei dem inneren Streuinduktionskoeffizienten $L_s = L_{in}$ die Variation des totalen Kurzschlußstromes stehen lassen, dann erhalten wir bei einer einzigen kurzgeschlossenen Spule

$$E = 2\,w\,l\,v\,B_0 \left(1 - \frac{\beta}{\tau}\right) 10^{-8} - L_{in} \frac{d\,i_k}{d\,t} - L_{aus} \frac{d\,i_z}{d\,t}. \qquad (72)$$

Es soll jetzt ganz allgemein bei beliebig vielen gleichzeitig kurzgeschlossenen Spulen

$$L_{aus} = 4\pi\,w^2 \frac{l}{\delta} \int \lambda_x\,d\,x \,.\, 10^{-9} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (73)$$

den äußeren Induktionskoeffizienten bedeuten, dessen Kraftlinien sämtlich außerhalb der Kommutierungszone in den Anker münden. Dann hat man in Uebereinstimmung mit Gl. (52) und (69) als Grenzen des Integrals die räumlichen Grenzen aufeinanderfolgender Kurzschlußzonen zu nehmen.

Vergleicht man nun die Gl. (71) und (72), dann erkennt man ohne weiteres, daß das letzte Glied der Kurzschluß-E.M.K. bei beliebig vielen Spulen lauten muß

$$- L_{aus} \Sigma \frac{d\,i_z}{d\,t}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (73\,a)$$

wobei die Summe über alle von einer Bürste gleichzeitig kurz-

geschlossenen Spulen zu erstrecken ist. Bei sehr großer Bürstenüberdeckung wird dies Glied außerordentlich klein, wie früher im Kap. 6 bewiesen ist.

Das erste Glied der Gl. (71) und (72) geht bei u bedeckten Lamellen einfach über in

$$2 w l v B_0 \left(1 - u \frac{\beta}{\tau}\right) 10^{-8} = 2 w l v B_0 \left(1 - \frac{b}{\tau}\right) 10^{-8}, \qquad (74$$

wobei

$$b = u \beta$$

wieder die auf den Ankerumfang projizierte Bürstenbreite bedeutet es entspricht der Induktion, die in der Kommutierungszone ohne Kurzschlußströme vorhanden wäre.

Um auch das zweite Glied in Gl. (71), die Streuinduktion in der Kurzschlußzone, richtig zu verallgemeinern, können wir jetzt von allen anderen Erscheinungen abstrahieren und allein die Kraftlinien betrachten, die innerhalb der Kommutierungszone im Anker münden und von den Kurzschlußströmen allein erzeugt werden. Da die Grenzen des Integrals für L_{in} die Grenzen der Kommutierungszone sind, die gemeinsam mit dem Anker wandern, so tritt eine Bewegung dieser Kraftlinien relativ zu den Ankerleitern nicht ein, so daß wir das ganze System als in Ruhe befindlich betrachten dürfen.

Fig. 20.

In Fig. 20 ist für einen einzigen kurzgeschlossenen Stab das von ihm erzeugte Feld in seiner Größe dargestellt. Wir sahen früher, daß wir nur die in der Mittellinie des Stabes induzierte E.M.K. zu berechnen brauchen. Die Kraftlinienzahl, die auf der rechten Stabseite noch innerhalb der Kommutierungszone verläuft, ist proportional:

$$\frac{\beta \lambda_0}{4}.$$

Statt nun für den um eine Polteilung nach rechts verschobenen Stab, der zur Rückleitung des Stromes dient, die diesen Stab einseitig durchsetzende Kraftlinienzahl zu berechnen, können wir dasselbe auch auf der linken Seite des ersten Stabes machen, da ja alles symmetrisch ist. Wir haben dann in Fig. 20 alle rechts von der Stabmitte gelegenen Flächen über der Abszissenachse als positiv zu rechnen, alle links von der Stabmitte unter der Achse als positiv.

Die gesamte Zahl der Kraftlinienverkettungen ist dann

$$4\pi \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \frac{\beta \lambda_0}{2}.$$

Das ist aber genau derselbe Wert, der in Gl. (53) für den inneren Induktionskoeffizienten in Frage kam.

Bei zwei kurzgeschlossenen Spulen zählt man aus Fig. 21a ab, daß die innerhalb der Kommutierungszone umschlungene Kraftlinienzahl proportional ist:

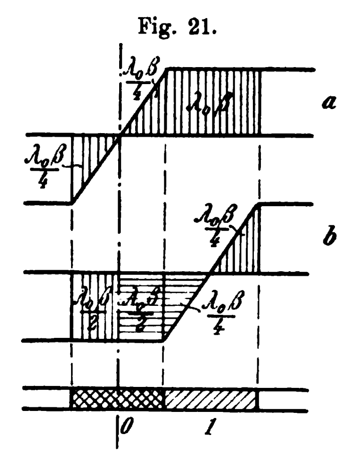
$$+\frac{\lambda_0 \beta}{4} + \frac{\lambda_0 \beta}{4} + \lambda_0 \beta = \frac{3}{2} \lambda_0 \beta,$$

das ist derselbe Wert, der auch früher in Gl. (70) schon gefunden wurde. Außer diesem Stabe 0 erzeugt aber auch der Stab 1 ein Feld, das die Kurzschlußzone durchdringt. Der gegenseitige innere Induktionskoeffizient der Stäbe 0 und 1 ist dann nach Fig. 21b proportional

$$+\frac{\lambda_0 \beta}{2} - \frac{\lambda_0 \beta}{2} - \frac{\lambda_0 \beta}{4} + \frac{\lambda_0 \beta}{4} = 0.$$

Das heißt aber, daß bei nur zwei gleichzeitig kurzgeschlossenen Spulen innerhalb der Kommutierungszone, und daher überhaupt für die geradlinigen Bestandteile der Kurzschlußströme keine gegenseitige Induktion auftritt. Diese Tatsache sollte beim Aufstellen der Kommutationsgleichungen wohl beachtet werden, wenn man richtige Resultate erzielen will.

Fig. 21.



Für eine und zwei bedeckte Kollektorlamellen stehen die zuletzt erzielten Ergebnisse in voller Uebereinstimmung mit den ausführlichen Rechnungen des vorigen Kapitels; die Richtigkeit der verwandten Methode ist damit einer Prüfung unterzogen, so daß sie nun auch für größere Bürstenbedeckungen angewandt werden darf. Dabei werden sich natürlich im allgemeinen die gegenseitigen Induktionskoeffizienten nicht als Null ergeben.

Fig. 22 zeigt die Verhältnisse bei drei kurzgeschlossenen Spulen. Man erhält für das erste Drittel der Kurzschlußzeit die Streuinduktionsspannungen

$$4\pi \frac{1}{\delta} \lambda_0 \beta \left[\frac{5}{2} \frac{d i_{k0}}{d t} + \frac{d i_{k1}}{d t} - \frac{d i_{k2}}{d t}\right] \cdot 10^{-9}$$

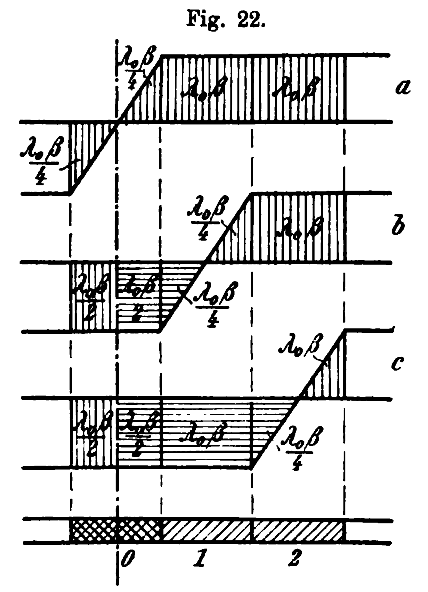
und auf genau dieselbe Weise für die beiden folgenden Zeitdrittel

$$4\pi \frac{1}{\delta} \lambda_0 \beta \left[\frac{d\,i'_{k1}}{d\,t} + \frac{5}{2} \frac{d\,i_{k0}}{d\,t} + \frac{d\,i_{k1}}{d\,t}\right] . 10^{-9},$$

und

$$4\pi \frac{1}{\delta} \lambda_0 \beta \left[- \frac{d\,i'_{k2}}{d\,t} + \frac{d\,i'_{k1}}{d\,t} + \frac{5}{2} \frac{d\,i_{k0}}{d\,t}\right] . 10^{-9}.$$

Fig. 22.



Der Strom der betrachteten Spule ist dabei mit dem Index 0 bezeichnet, die Spulen rechts und links erhalten fortlaufende Numerierung, diejenigen an der linken Seite außerdem ein Häkchen zur Unterscheidung.

Die reine Selbstinduktionsspannung hat den natürlich konstanten Faktor $2^1/_2$, weil das Feld über zwei Stäben, und noch dem eigenen dazu, in Rechnung zu ziehen ist. Bei u von einer Bürste bedeckten Lamellen wird daher die Selbstinduktion proportional

$$u - \frac{1}{2} = u\left(1 - \frac{1}{2\,u}\right),$$

so daß der innere Selbstinduktionskoeffizient allgemein lautet:

$$L_{in} = 4\pi w^2 \frac{1}{\delta} u \lambda_0 \beta \left(1 - \frac{1}{2\,u}\right) 10^{-9} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (75)$$

Daß in den obigen Formeln einige der Koeffizienten der gegenseitigen Induktion negativ sind, liegt daran, daß die gegenseitige Induktion schon zum Teil in L_{aus} nach Gl. (72) berücksichtigt ist. Dieser Teil ist eben etwas größer als es der Wirklichkeit entspricht und daher muß der Restbetrag bei den ganz entfernt liegenden Spulen negativ erscheinen. Immerhin ist das nur in Bezug auf die zusätzlichen Ströme der Fall, die geradlinigen Bestandteile sind tatsächlich zum Teil durch einen negativen Induktionskoeffizienten verknüpft.

Um den allgemeinen Ausdruck für die gegenseitige Induktion zu finden, betrachten wir die Fig. 23, in der z. B. sechs gleichzeitig kurz-

geschlossene Stäbe dargestellt sind. Für einen direkt benachbarten Stab mit der Ordnungszahl 1 kommen in Frage:

$$u - 2 + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = u - 2$$

über den Stäben gelegene Feldabschnitte; für den nächsten Stab mit der Ordnungszahl 2:

$$u - 3 + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = u - 4$$

Feldabschnitte. Für einen um μ Stabbreiten entfernten Leiter daher

$$u - 2\mu = u\left(1 - 2\frac{\mu}{u}\right)$$

Feldabschnitte, wobei μ stets positiv zu zählen ist.

Fig. 23.

Der innere gegenseitige Induktionskoeffizient zwischen zwei um μ Stabbreiten auseinander liegenden Spulen ist demnach allgemein:

$$M = 4\pi w^2 \frac{1}{\delta} u \lambda_0 \beta \left(1 - 2\frac{\mu}{u}\right) 10^{-9} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (76)$$

Für $u = 10$ kurzgeschlossene Spulen sind innere Selbstinduktion und gegenseitige Induktion in Fig. 24 aufgetragen, und zwar für verschiedene Lagen der betrachteten Spule. Man sieht, die gegenseitige Induktion nimmt linear mit der Entfernung ab.

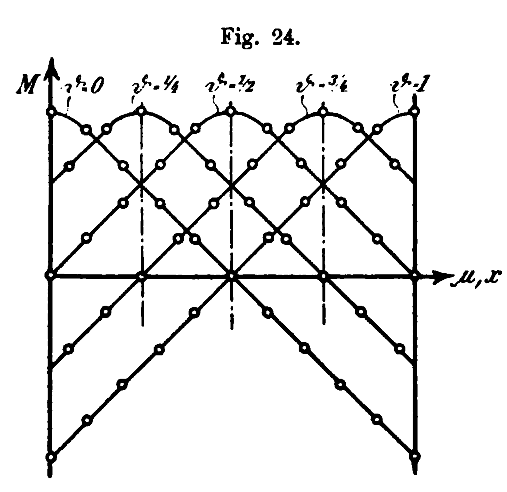
Wir können jetzt den vollständigen Ausdruck für die Spannung aufstellen, die in jeder kurzgeschlossenen Spule induziert wird. Sie ist:

$$E = 2 w l v B_0 \left(1 - \frac{b}{\tau}\right) 10^{-8} - L_{in} \frac{d i_k}{d t} - \Sigma M \frac{d i_k}{d t} - L_{aus} \Sigma \frac{d i_z}{d t}, \quad (77)$$

wobei die Induktionskoeffizienten durch die Gleichungen (73), (75) und (76) bestimmt sind und jederzeit berechnet werden können.

Diese Formel hat man zu benutzen, wenn man eine streng richtige Kommutationstheorie aufstellen will für Bürsten, die eine beliebige Zahl von Kollektorlamellen bedecken. Sie ist, wie nochmals betont sein mag, unter der Voraussetzung hergeleitet, daß zwei Ankerstäbe, die in derselben Phase der Kommutation befindlich sind, aber zu verschiedenen Bürsten gehören, direkt übereinander liegen. Sind die Stäbe am Umfange gegeneinander versetzt, so daß sich gerade die Mitte eines Stabes über der Trennfuge zweier darunter liegender befindet, dann liegen die magnetischen Verhältnisse etwa so, als ob gerade die doppelte Anzahl Stäbe von einer einzigen Bürste kurzgeschlossen wäre, aber nur die Hälfte des Stromes führte. Wir können dann also Formel (77) ungeändert lassen und haben nur für u den doppelten Wert, für M, L_{in}, L_{aus} die Hälfte zu setzen. Der Gesamtwert E ändert sich dadurch nicht stark.

Fig. 24.



Genau wie bei zwei gleichzeitig kurzgeschlossenen Spulen in Kapitel 13, haben wir auch hier wieder die Spannungen zu unterscheiden, die von den verschiedenen räumlich und zeitlich variablen Magnetfeldern herrühren. *Es tritt im allgemeinen Falle jedoch auch eine innere gegenseitige Induktion zwischen den einzelnen Kurzschlußspulen auf, die, genau wie die Selbstinduktion des geradlinigen Kurzschlußstromes, nur von denjenigen Kraftlinien hervorgerufen wird, die die Kommutierungszone durchsetzen.*

Für Nutenanker gilt dieselbe Gleichung, nur ist L_{in} und M mit Berücksichtigung der durch die Nuten sich schließenden Kraftlinien zu berechnen. Liegen in jeder Nute nur zwei Stäbe, die sich in derselben Kurzschlußphase befinden, dann hat man zu L_{in} nur noch L_n, entsprechend dem Kraftflusse quer durch die Nut, zu addieren, während M fast ungeändert bleibt. Bei mehr Spulenseiten in einer

Nut, die sich auch in verschiedenen Kurzschlußphasen befinden können, werden die Verhältnisse allerdings sehr kompliziert.

Die Stirnverbindungen der Spulen bewirken während der Kommutation auch magnetische Veränderungen. In Anbetracht der Schwierigkeit einer genauen Untersuchung dieser sich kreuzenden stromführenden Drähte, und weil ihre Wirkung überhaupt nicht sehr groß ist, wird man sich wohl in den meisten Fällen damit begnügen können, den Einfluß durch einen Zuschlag, z. B. zu L_{in} und M, zu berücksichtigen.

15. Kapitel.

Grenzübergang bei großer Zahl der kurzgeschlossenen Spulen.

Bei verhältnismäßig wenig gleichzeitig kurzgeschlossenen Spulen wird die Rechnung mit Berücksichtigung aller Glieder der Formel (77) nicht sehr einfach, macht man aber den Grenzübergang zu unendlich vielen Spulen, was erlaubt ist, wenn eine Bürste sehr viele Kollektorlamellen bedeckt, dann kann man die Summen so umformen, daß ein brauchbares Endergebnis entsteht. Wie früher im Kapitel 6 ausführlich bewiesen wurde, ist dann

$$\Sigma \frac{d i_z}{d t} = 0, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (78)$$

so daß das letzte Glied überhaupt fortfällt. Das erste Glied in Gl. (77) ändert sich nicht, weil es ganz unabhängig von der Zahl der bedeckten Lamellen ist, es bleibt

$$2 w l v B_0 \left(1 - \frac{b}{\tau}\right) 10^{-8}. \quad \ldots \ldots \quad (79)$$

Das zweite und dritte Glied der Gl. (77) kann man zusammenfassen. Bei sehr großem u unterscheidet sich nämlich L_{in} nach Gl (75) nicht mehr von M nach Gl. (76) für $\mu = 0$, denn $\frac{1}{2u}$ ist dann klein gegen 1. Man darf dann also in der Summe der gegenseitigen Induktionen über sämtliche Spulen summieren und braucht die Selbstinduktion nicht gesondert zu berücksichtigen. Das gibt

$$-\Sigma M \frac{d i_k}{d t} = -\Sigma 4 \pi w^2 \frac{l}{\delta} u \lambda_0 \beta \left(1 - 2\frac{\mu}{u}\right) \cdot 10^{-9} \cdot \frac{d i_k}{d t}$$

und wenn man zur Abkürzung schreibt

$$\left.\begin{aligned} K &= 4\pi w^2 \frac{1}{\delta} u \lambda_0 \beta . 10^{-9}, \\ \text{dann wird dies} & \\ -\Sigma M \frac{d i_k}{d t} &= -K \Sigma \frac{d i_k}{d t} + \frac{2}{u} K \Sigma \mu \frac{d i_k}{d t} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (80)$$

Die Zahl μ gibt die Entfernung der verschiedenen Spulen von der gerade betrachteten an, sie ist veränderlich und muß daher unter dem Summenzeichen stehen bleiben. Die erste Summe läßt sich leicht ausrechnen, sie ist mit Beachtung von Gl. (78)

$$-K\Sigma \frac{d i_g}{d t} - K\Sigma \frac{d i_z}{d t} = -K u \frac{d i_g}{d t},$$

denn die zeitliche Variation der geradlinigen Bestandteile i_g ist für alle Spulen dieselbe. Mit

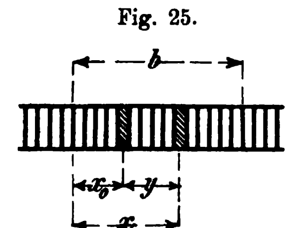
$$i_g = i_a(1 - 2\vartheta)$$

gibt das

$$+2 \frac{K u}{T} i_a. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (80\text{a})$$

Um die zweite Summe in Gl. (80) auszuwerten, müssen wir streng unterscheiden zwischen der betrachteten Spule mit der Abszisse x_0 in Fig. 25 und der induzierenden mit der Abszisse x. Bei konstant gehaltenem x_0 ist über alle x zu summieren. Die Bewegung der induzierten Spule ist gegeben durch

Fig. 25.



$$x_0 = b \cdot \vartheta,$$

und daher wird die Entfernung der beiden Spulen:

$$y = x - x_0 = x - b\vartheta. \quad . \quad . \quad (81)$$

Die Abhängigkeit der Kurzschlußströme von der Zeit t und vom Wege x ist die gleiche, man darf daher in Gl. (80) schreiben

$$\frac{d}{d t} = \frac{b}{T} \frac{\partial}{\partial x} = \frac{b}{T} \frac{\partial}{\partial y},$$

wobei die Richtigkeit des letzten Wertes direkt aus Gl. (81) folgt.

Die Größe μ war die Zahl, die die Entfernung der beiden Spulenseiten angab, ausgedrückt in Vielfachen der Stabbreite β. Da μ sowohl rechts als auch links vom induzierten Stab positive Werte hat, so müssen wir bei der Integration diese beiden Intervalle unterscheiden und haben in ihnen

$$\text{rechts:}\quad \mu = \frac{y}{\beta},$$

$$\text{links:}\quad \mu = -\frac{y}{\beta}.$$

Beachtet man nun noch, daß bei sehr vielen Spulen

$$dy = dx = \beta$$

ist, dann schreibt sich die zweite Summe der Gl. (80) als Integral

$$+\frac{2}{u} K \left(\sum_{\text{rechts}} \mu \frac{d i_k}{dt} + \sum_{\text{links}} \mu \frac{d i_k}{dt} \right)$$

$$= + \frac{2}{u} K \frac{b}{\beta^2 T} \left\{ \int_0^{b(1-\vartheta)} y \frac{\partial i_k}{\partial y} dy - \int_{-b\vartheta}^{0} y \frac{\partial i_k}{\partial y} dy \right\}. \quad . \quad (82)$$

Als Grenzen der Integrale hat man für x nach Fig. 25 die Werte: 0, x_0, b oder nach Gl. (81) für y die angeschriebenen.

Die hier auftretenden Integrale lassen sich umformen. Durch partielle Integration findet man

$$\int y \frac{\partial i_k}{\partial y} dy = [i_k y] - \int i_k dy,$$

so daß die Klammer der Gl. (82) erhalten wird zu:

$$[i_k y]_{y=0}^{y=b(1-\vartheta)} - [i_k y]_{y=-b\vartheta}^{y=0} - \int_0^{b(1-\vartheta)} i_k dy + \int_{-b\vartheta}^{0} i_k dy.$$

Berücksichtigt man nun, daß diese eckigen Klammern für $y = 0$ verschwinden und daß für den Anfang der Kommutation $i_k = i_a$ ist, für das Ende $i_k = -i_a$, so wird ihre Summe gleich

$$-i_a b(1-\vartheta) - i_a b\vartheta = -i_a b.$$

Der konstante Teil des Ausdrucks (82) wird damit

$$-\frac{2}{u} K \frac{b^2}{\beta^2 T} i_a = -2 \frac{Ku}{T} i_a, \quad . \quad . \quad . \quad (82a)$$

er hebt also gerade den Ausdruck (80a) auf.

Der variable Teil wird

$$\frac{2K}{\beta T} \left\{ \int_{-b\vartheta}^{0} i_k dy - \int_0^{b(1-\vartheta)} i_k dy \right\}$$

oder, wenn man das Integral von $-b\vartheta$ bis 0 zum ersten Gliede addiert und vom zweiten subtrahiert:

$$\frac{2K}{\beta T}\left\{2\int_{-b\vartheta}^{0} i_k\,dy - \int_{-b\vartheta}^{b(1-\vartheta)} i_k\,dy\right\}.$$

Setzt man nun noch

$$dy = b\,d\vartheta$$

ein und schreibt die Grenzen dementsprechend, dann erhält man endgültig:

$$4\,\frac{Kb}{T\beta}\left\{\int_0^{\vartheta} i_k\,d\vartheta - \frac{1}{2}\int_0^1 i_k\,d\vartheta\right\}. \quad \ldots \quad (82b)$$

Der Faktor von den Integralen ist nach Gl. (80)

$$Q = 4\,\frac{Kb}{\beta} = 16\pi w^2 u\,\frac{1}{\delta}\,b\lambda_0\,.\,10^{-9}.$$

Das ist aber genau derselbe Wert, der bereits in der früheren elementaren Theorie der magnetischen Rückwirkung auftrat, Gl. (9a) im Kapitel 5.

Es könnte scheinen, als ob diese Größe, weil sie den Faktor u enthält, mit wachsender Spulenzahl immer größer werden müßte. Man muß dabei aber beachten, daß bei sehr vielen Spulen die Windungszahl w jeder einzelnen Spule sehr klein wird. Das Produkt

$$w^2\,.\,ub$$

behält bei beliebig gewählten Verhältnissen immer einen endlichen Wert, der im allgemeinen sogar gleichbleibende Größenordnung hat.

Aus den Gleichungen (79), (80a), (82a) und (82b) ergibt sich jetzt in jeder einzelnen der zahlreichen kurzgeschlossenen Spulen die induzierte E.M.K. für glatte Anker zu

$$E = 2wlvB_0\left(1-\frac{b}{\tau}\right).10^{-8} + \frac{Q}{T}\left\{\int_0^{\vartheta} i_k\,d\vartheta - \frac{1}{2}\int_0^1 i_k\,d\vartheta\right\}. \quad (83)$$

Für Nutenanker bleiben sämtliche Umformungen und Integrationen ungeändert, weil bei ihnen die gegenseitige Induktion M nahezu dieselbe ist wie bei glatten Ankern, sofern nur je zwei gleichphasige Spulenseiten in jeder Nut liegen. Nach den Erläuterungen des vorigen Kapitels tritt aber dann zur E.M.K. noch das Glied

$$L_n\,\frac{di_k}{dt}$$

hinzu, das allein die Streukraftlinien berücksichtigt, die quer durch die Nut des betrachteten Stabes fließen.

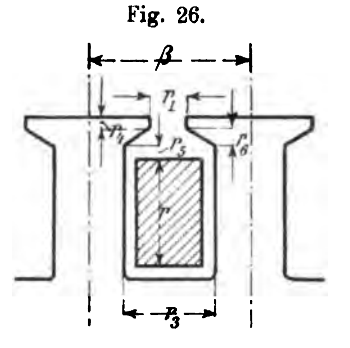
Für eine Nut der in Fig. 26 gezeichneten Form ist

$$L_n = 8\pi w^2 l \left[\frac{r}{3 r_3} + \frac{r_5}{r_3} + \frac{2 r_6}{r_1 + r_3} + \frac{r_4}{r_1}\right] . 10^{-9}, \quad (84)$$

die Bezeichnungen sind aus der Abbildung zu entnehmen.

Das Resultat, zu dem wir hier durch strenge Integrationen mit Hilfe der elektrodynamischen Gleichungen gelangt sind, stimmt nun genau überein mit den Ergebnissen der früheren Rechnungen, die auf der Hypothese der Feldzerlegung fußten. Diese von vornherein ziemlich willkürliche Annahme erfährt dadurch eine nachträgliche Rechtfertigung, soweit sie sich auf Verhältnisse bezieht, bei denen die Zahl der gleichzeitig kurzgeschlossenen Spulen ziemlich groß ist. Die genaue Berücksichtigung aller magnetischen Wirkungen führt in der Tat zu einem Ausdruck für die Selbstinduktionsspannung in den Windungen, die dem Zeitintegral des Stromes proportional ist.

Fig. 26.



Man könnte zweifeln, ob die Umformungen, die mit den Koeffizienten der gegenseitigen Induktion vorgenommen sind, sich ohne weiteres von glatten Ankern auf genutete übertragen lassen, weil hier die Kraftlinienverhältnisse etwas anders liegen. Die einzige Eigenschaft der Koeffizienten M, die notwendig und hinreichend ist, um die Transformationen zu ermöglichen, ist aber die lineare Abnahme der gegenseitigen Induktion mit der Spulenentfernung, und dies Gesetz ist auch bei Nutenankern mit einiger Genauigkeit erfüllt. Versuche über diese Abhängigkeit sind von H. Gallusser[1]) angestellt, und zwar an einem in Luft befindlichen Anker durch Hindurchleiten von Wechselstrom. Es werden demnach nicht die Koeffizienten M nach Gl. (76) gemessen, die nur den Kraftlinien in der Kommutierungszone entsprechen, sondern diejenigen, die allen überhaupt zu stande kommenden Kraftlinien entsprechen, nach unserer Bezeichnung also $M + L_{aus}$. Da jedoch L_{aus}

---

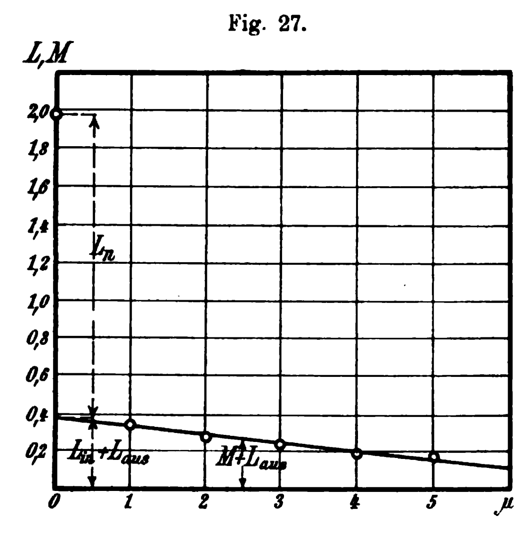
[1]) H. Gallusser, Ein Beitrag zur Vorausberechnung der Kommutationsverhältnisse bei Gleichstrommaschinen. Sammlung elektrotechn. Vorträge von Prof. Voit Bd. III, 1902, S. 419.

für alle Spulen konstant ist, so hat dies auf die Differenz der Induktionskoeffizienten, auf die es hier nur ankommt, keinen Einfluß.

In Fig. 27 sind die Gallusserschen Meßwerte abhängig von der Nutenentfernung eingetragen; man erkennt die nahezu lineare Abnahme von M bei wachsendem μ. Der Selbstinduktionskoeffizient einer Spule für Wechselstrom, d. h. also der Wert von $L_n + L_{in} + L_{aus}$, ist ebenfalls eingetragen.

Bei zahlreichen kommutierenden Spulen werden nun sämtliche Bestandteile des Magnetfeldes, die der in Fig. 27 gezeichneten Geraden entsprechen, durch das Zeitintegral des Stromes in Gl. (83) wieder-

Fig. 27.



gegeben. Nur die reinen Streukraftlinien durch die Nuten selbst bewirken eine gewöhnliche Selbstinduktionsspannung, deren Größe aus Gl. (84) zu berechnen ist. Die nur unbestimmten Aussagen, die wir früher, im Kapitel 6, über die Größe dieser Streuinduktion machen konnten, erfahren hierdurch eine größere Präzisierung.

Auch der Einfluß der Stirnverbindungen ist jetzt leicht zu übersehen. In den Werten der Fig. 27 ist er bereits mit enthalten, so daß er keine besondere Berücksichtigung erfordert. Im allgemeinen wird die gegenseitige Induktion der Stirnverbindungen ebenfalls annähernd linear mit der Entfernung abnehmen, und weil die Selbstinduktion durch kein anwesendes Eisen vergrößert erscheint, so kann man den gesamten Einfluß der Stirnverbindungen durch einen kleinen Zuschlag zu Q in Gl. (83) richtig berücksichtigen.

Die früher im Kapitel 6 aufgeworfene Frage, wie man die Variation der Kraftlinien in der Kommutierungszone zu berücksichtigen hat, ob nur durch den Koeffizienten Q oder auch noch durch gegenseitige Induktionskoeffizienten, hat durch die hier geführten Untersuchungen ihre Beantwortung gefunden. Entweder hat man die Koeffizienten der Selbst- und gegenseitigen Induktion einzuführen, dann rechnet man mit den Kraftlinien der Kommutierungsspule, die durch benachbarte Windungen hindurchtreten. Oder man rechnet mit dem Induktionskoeffizienten zweiter Art, Q, dann berücksichtigt man diejenigen Kraftlinien, die zwischen zwei benachbarten Windungen hindurch den Anker verlassen. Beides führt natürlich, wenn man es richtig anstellt, zu demselben Resultate. Die letzte Methode ist die früher angewandte, sie führt direkt zur Induktion zweiter Art; der erstere Weg ist der soeben besprochene, er läßt erkennen, daß wegen der aus dem Anker tretenden Kraftlinien die Koeffizienten der gegenseitigen Induktion mit der Spulenentfernung abnehmen müssen, und daß diese Abnahme eben die Induktion zweiter Art bewirkt.

16. Kapitel.

Kommutation bei konstanter Stromdichte; Bedingung für geradlinige Kommutation unter Wendepolen.

Für den Entwurf von Dynamomaschinen ist es von Interesse, zu erfahren, wie man das äußere kommutierende Feld zu wählen hat, um eine günstige Stromwendung zu erzielen. Will man einen möglichst geringen Uebergangsverlust am Kollektor erhalten, dann muß man dafür sorgen, daß die Kurzschlußströme geradlinig verlaufen, bei konstanter Stromdichte unter der Bürste[1]). Die hierzu erforderliche, von außen aufgedrückte Feldstärke in der Kommutierungszone muß einmal eine elektromotorische Kraft in den kurzgeschlossenen Spulen induzieren, die zur Ueberwindung der Ohmschen Widerstände des Kurzschlußkreises ausreicht, anderseits muß sie gerade das Eigenfeld der Kurzschlußspulen kompensieren oder, anders ausgedrückt, sie muß eine E.M.K. induzieren, die die Spannungen der Selbst- und gegenseitigen Induktion jeder einzelnen Spule aufhebt. Drittens muß sie das von den normalen Ankerströmen erzeugte Feld kompensieren.

Der erste Bestandteil der kommutierenden E.M.K. ist nur sehr klein und kann unter Umständen vernachlässigt werden, man erhält

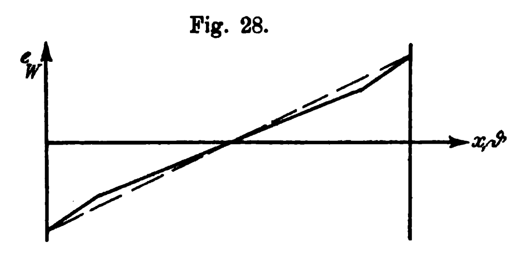
[1]) Vergl. z. B. E. Arnold, Die Gleichstrommaschine, 1. Aufl., Bd. I, S. 278.

dann reine Widerstandskommutierung [1]). Er möge mit e_w bezeichnet werden, um anzudeuten, daß er allein den Spannungsabfall im Widerstande kompensiert. Es ist sehr nahezu [2])

$$e_w = i_a (R_s + 2 R_w)(2\vartheta - 1), \quad \ldots \ldots \quad (85)$$

wenn die früheren Bezeichnungen der Widerstände noch gelten. e_w ist im Anfange des Kurzschlusses negativ und nimmt im Verlaufe der Stromwendung bis zu dem gleichen positiven Betrage zu. In Wahrheit folgt der Verlauf von e_w nicht genau dieser gestrichelten Geraden

Fig. 28.



in Fig. 28, sondern der ausgezogenen, etwas gezackten Kurve. Die zur Erzeugung von e_w erforderliche Induktion B_w in der Kommutierungszone befolgt natürlich denselben räumlichen Verlauf:

$$B_w = \frac{e_w}{2 w l v} 10^8 = \frac{i_a (R_s + 2 R_w)}{2 w l v} \left(2 \frac{x}{b} - 1\right) 10^8. \quad (85a)$$

Zur Kompensierung des normalen Ankerfeldes muß in den Kurzschlußspulen eine fiktive Spannung induziert werden, die das erste Glied der Gl. (77) aufhebt, also, ohne Rücksicht auf das Vorzeichen:

$$e_A = 2 w l v B_0 \left(1 - \frac{b}{\tau}\right) 10^{-8}, \quad \ldots \ldots \quad (86)$$

sie ist konstant während der ganzen Kommutierungsdauer. Dasselbe gilt von dem entsprechenden Felde, das sich mit Hilfe von Gl. (36) ergibt zu:

$$B_A = \frac{2\pi}{10} A S \tau \frac{\lambda_0}{\delta} \left(1 - \frac{b}{\tau}\right). \quad \ldots \ldots \quad (86a)$$

Es bleibt nun noch der Bestandteil der kommutierenden E.M.K. genauer zu betrachten, der zur Ueberwindung der Selbst- und gegenseitigen Induktion der geradlinigen Kurzschlußströme nötig ist, also, nach Gl. (77):

$$e_L = L_{in} \frac{d i_g}{d t} + \Sigma M \frac{d i_g}{d t},$$

---

[1]) K. Pichelmayer, E.T.Z. 1904, S. 1081.

[2]) Vergl. z. B. E. Arnold, Die Gleichstrommaschine, 1. Aufl., Bd. I, S. 283.

oder weil für alle Spulen

$$\frac{d i_g}{d t} = -2 \frac{i_a}{T}$$

denselben Wert besitzt, ohne Rücksicht auf das Vorzeichen:

$$e_L = 2 \frac{i_a}{T} (L_{in} + \Sigma M). \quad \ldots \ldots \quad (87)$$

Bei Nutenankern hat man zu L_{in} natürlich wieder L_n zu addieren, falls die Wicklungsanordnung überhaupt so einfach liegt, daß alle Ankerspulen dieselbe relative Lage zueinander haben. In der Formel (75) für die Selbstinduktion in der Kommutierungszone ist der einzige Faktor, der eventuell zeitlich veränderlich sein könnte, λ_0. Wir wollen ihn jedoch auch fernerhin für die Rechnung als konstant annehmen, was praktisch sehr nahezu erfüllt ist, auch wenn die Bürsten aus der neutralen Linie verschoben sind. Der Selbstinduktionskoeffizient L_{in} ist dann für jede Spule konstant[1]).

Ebenso unveränderlich ist auch der Koeffizient der gegenseitigen Induktion zwischen zwei bestimmten Spulen. Weil sich aber die Konstellation aller Spulen, stets wenn eine den Kurzschluß verläßt und eine neue in ihn hineintritt, in Bezug auf die betrachtete Spule verändert, so ist die Summe der gegenseitigen Induktionen aller Kurzschlußspulen keineswegs zeitlich konstant. Das könnte nur dann der Fall sein, wenn M unabhängig von der Entfernung der Spulen wäre, dies ist aber, wie wir im vorigen Kapitel gesehen haben, physikalisch unmöglich. Aus Fig. 24 erkennt man ohne weiteres, daß zu Beginn und Ende der Kurzschlußzeit ΣM fast gleich Null ist, daß ihr Wert aber in der Mitte ein Maximum erreicht, weil dort alle Koeffizienten positiv sind.

Für die gewöhnlichen Dynamotypen übt diese Veränderlichkeit übrigens keine sehr großen Wirkungen aus, weil bei Nutenankern in Formel (87) ΣM überhaupt nur klein ist gegen $L_{in} + L_n$. Wie durch die folgenden Rechnungen klar werden wird, ist jedoch bei Hilfspoldynamos die gegenseitige Induktion durchaus nicht klein gegen die Selbstinduktion, so daß hier eine genauere Betrachtung durchgeführt werden muß.

Nach Gl. (76) und (80) können wir schreiben:

$$\Sigma M = \Sigma K - \Sigma \frac{2}{u} K \mu = (u-1) K - \frac{2}{u} K \Sigma \mu, \quad . \quad (88)$$

---

[1]) Die Selbstinduktion, die man durch Hindurchleiten von Wechselstrom mißt, braucht deshalb aber keineswegs unabhängig von der Lage der Spule zu sein.

denn die Summation ist über alle u kurzgeschlossenen Spulen zu erstrecken mit Ausnahme der gerade betrachteten. Für die Summe aller μ, d. h. die Summe aller vorkommenden Spulentfernungen kann man einen einfachen Ausdruck ableiten. In Fig. 29 ist für $u = 8$ die zu jedem Zeitpunkt ϑ gehörige Zahl der μ aus dem linken Diagramm abzuzählen, sie ist in dem rechten eingetragen und stellt eine unstetige, zackige Kurve dar.

Man kann die Ordinaten dieser Kurve allgemein berechnen. Aus der Abbildung ist ohne weiteres zu erkennen, daß die Summe für die einzelnen Intervalle die folgenden Werte besitzt:

$$0 < \vartheta < \frac{1}{u} : \Sigma\mu = 1 + 2 + \ldots (u-1) = \frac{u(u-1)}{2},$$

$$\frac{1}{u} < \vartheta < \frac{2}{u} : \Sigma\mu = 1 + 2 + \ldots (u-2) + 1 = \frac{(u-1)(u-2)}{2} + 1,$$

$$\frac{2}{u} < \vartheta < \frac{3}{u} : \Sigma\mu = 1 + 2 + \ldots (u-3) + 1 + 2 = \frac{(u-2)(u-3)}{2} + 3,$$

— — — — — — — — — — — — — — —

$$\frac{u-3}{u} < \vartheta < \frac{u-2}{u} : \Sigma\mu = 1 + 2 + 1 + 2 + \ldots (u-3) = 3 + \frac{(u-2)(u-3)}{2},$$

$$\frac{u-2}{u} < \vartheta < \frac{u-1}{u} : \Sigma\mu = 1 + 1 + 2 + \ldots (u-2) = 1 + \frac{(u-1)(u-2)}{2},$$

$$\frac{u-1}{u} < \vartheta < 1 : \Sigma\mu = 1 + 2 + \ldots (u-1) = \frac{u(u-1)}{2}.$$

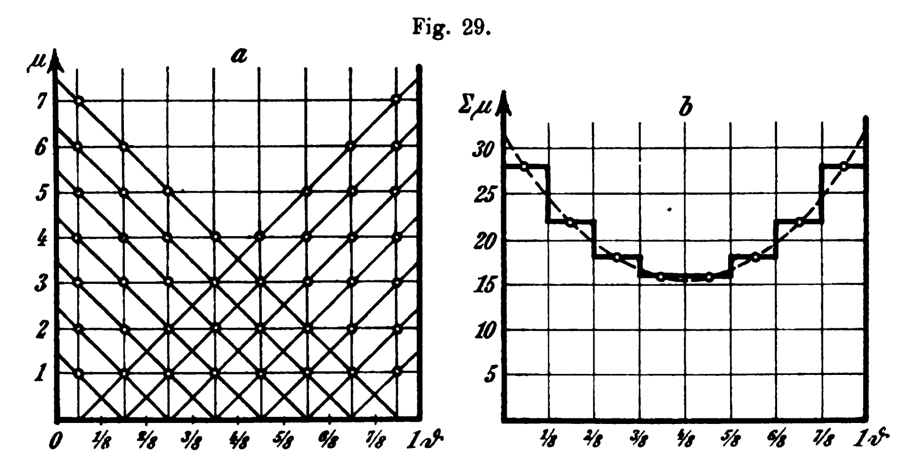
Da die Kurve in Fig. 29 b nicht nur ein Maß für die zeitliche Abhängigkeit der kommutierenden E.M.K. darstellt, sondern gleichzeitig die räumliche Verteilung des notwendigen kommutierenden Feldes widerspiegelt, so erkennt man, daß man ihr in Wirklichkeit unmöglich entsprechen kann, denn die Kraftliniendichte kann nach bekannten magnetischen Gesetzen im Luftspalte der Dynamo nur eine stetige Funktion des Umfanges sein. Die beste Näherung an die geradlinige Kommutation wird man erhalten, wenn man das Kommutierungsfeld B_L entsprechend einer glatten Kurve wählt, die sich möglichst gut an die gezackte anschmiegt, wie sie z. B. in Fig. 29 b gestrichelt gezeichnet ist. Wählt man die glatte Kurve so, daß ihre Ordinaten für die Abszissen:

$$\vartheta = \frac{1}{2u}, \frac{3}{2u}, \frac{5}{2u} \ldots \frac{2u-1}{2u},$$

d. h. für die Mittelpunkte der stetigen Strecken der gezackten Kurve, mit dieser zusammenfallen, dann kann man ihre Gestalt angeben.

Die Summe aller μ ist eben in der Form zweier arithmetischer Reihen mit der Differenz 1 angeschrieben. Das letzte Glied der ersten Reihe vermindert sich stets um den Wert 1, wenn ϑ um $\frac{1}{u}$ fort-

Fig. 29.



schreitet; das letzte der zweiten vermehrt sich dann um 1. Daher ist das erste Endglied für die angeschriebenen Werte der Abszissen gleich

$$u - \left(u\vartheta + \frac{1}{2}\right) = u\,(1 - \vartheta) - \frac{1}{2},$$

das zweite gleich

$$u\vartheta - \frac{1}{2}.$$

Weil die Zahl der Glieder in beiden Reihen ebenso groß ist wie das Endglied jeder Reihe, so erhält man nach einer bekannten Formel der Algebra die Summe aller μ, ohne Berücksichtigung der Zacken, zu

$$\Sigma\mu = \frac{1}{2}\left[\left(1+u(1-\vartheta)-\frac{1}{2}\right)\left(u(1-\vartheta)-\frac{1}{2}\right)+\left(1+u\vartheta-\frac{1}{2}\right)\left(u\vartheta-\frac{1}{2}\right)\right]$$

oder

$$\Sigma\mu = \frac{1}{2}\left[u^2(1-\vartheta)^2 - \frac{1}{4} + u^2\vartheta^2 - \frac{1}{4}\right].$$

Dies läßt sich zusammenziehen zu der einfachen Formel

$$\Sigma\mu = \frac{2u^2-1}{4} - u^2\vartheta\,(1-\vartheta). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (89)$$

Die beste Näherung an die zackige Kurve erhält man also durch Wahl einer Parabel, die symmetrisch zur Mitte liegt und deren Konstanten von der Spulenzahl abhängig sind.

Setzen wir diese Formel in Gl. (88) ein, dann erhalten wir

$$\Sigma M = (u - 1) K - \frac{2u^2 - 1}{2u} K + 2uK\vartheta(1 - \vartheta)$$

oder

$$\Sigma M = -\left(1 - \frac{1}{2u}\right) K + 2uK\vartheta(1 - \vartheta).$$

Beachten wir nun, daß sich nach Gl. (75) und (80) die Selbstinduktion schreiben läßt:

$$L_{in} = K\left(1 - \frac{1}{2u}\right),$$

so erhalten wir als Summe aller Induktionskoeffizienten einfach

$$L_{in} + \Sigma M = 2uK\vartheta(1 - \vartheta). \quad \ldots \ldots \quad (90)$$

Durch Vergleich von Gl. (9a) und (80) findet man anderseits die Beziehung

$$K = \frac{Q}{4u},$$

so daß man für die kommutierende E.M.K., die die Selbst- und gegenseitige Induktion der Kurzschlußkreise kompensieren soll, unter Einführung des Induktionskoeffizienten zweiter Art mit Gl. (87) findet:

$$e_L = \frac{Q}{T} i_a \cdot \vartheta(1 - \vartheta). \quad \ldots \ldots \quad (91)$$

Ebenso berechnet sich der zur geradlinigen Kommutation notwendige Bestandteil des kommutierenden Feldes:

$$B_L = \frac{Q}{2wlb} i_a \cdot \frac{x}{b}\left(1 - \frac{x}{b}\right) \cdot 10^8 \quad \ldots \quad (91a)$$

oder, wenn man Q nach Gl. (9) einsetzt und die Ankerbelastung AS einführt:

$$B_L = \frac{4\pi}{10} ASb \frac{\lambda_0}{\delta} \cdot \frac{x}{b}\left(1 - \frac{x}{b}\right). \quad \ldots \quad (91b)$$

Für Nutenanker kommt natürlich noch ein Teil, entsprechend L_n, hinzu:

$$\left.\begin{aligned} e_N &= 2\frac{L_n}{T} i_a \\ \text{und} \quad B_N &= \frac{L_n}{wlb} i_a 10^8 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (92)$$

Man erkennt jetzt, daß bei Anwendung von Hilfspolen, wo Q unter Umständen viel größer sein kann als L_n, mindestens aber dieselbe Größenordnung besitzt, die Spannung (91) keinesfalls gegenüber (92) vernachlässigt werden darf.

Durch die hier entwickelte strenge Theorie sind wir nun, auch für eine geringe Zahl gleichzeitig kurzgeschlossener Spulen, zu genau demselben Resultate gelangt, wie es im 3. Kapitel auf Grund der elementaren Theorie der Amperewindungskurve für sehr viele Spulen hergeleitet wurde: Das kommutierende Feld in der Kurzschlußzone, das die magnetische Wirkung der geradlinigen Kurzschlußströme kompensieren soll, muß die Gestalt einer Parabel besitzen, die durch Gl. (91a) gegeben ist. Die Betrachtungen der früheren Kapitel erfahren dadurch eine weitere Bestätigung und Bereicherung.

Für drei und mehr gleichzeitig kurzgeschlossene Spulen muß man also Gl. (91b) zur Berechnung anwenden. Sind aber nur höchstens zwei Spulen kurzgeschlossen, dann müssen wir uns des früheren Resultates erinnern, daß dann überhaupt keine gegenseitige Induktion auftritt, weil μ höchstens gleich 1 werden kann, vergl. Gl. (76). Es fällt die veränderliche Summe aller Zahlen μ überhaupt fort, und in diesem Falle stellt die Parabel (89) nicht mehr die beste Näherung dar.

Für eine und zwei von der Bürste bedeckte Kollektorlamellen muß also die kommutierende E.M.K. e_L während des Kurzschlusses konstant gehalten werden:

und ebenso
$$\left.\begin{aligned} e_L &= 2\,\frac{L_{in}}{T}\,i_a \\ B_L &= \frac{L_{in}}{w\,l\,b}\,i_a\,10^8 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (93)$$

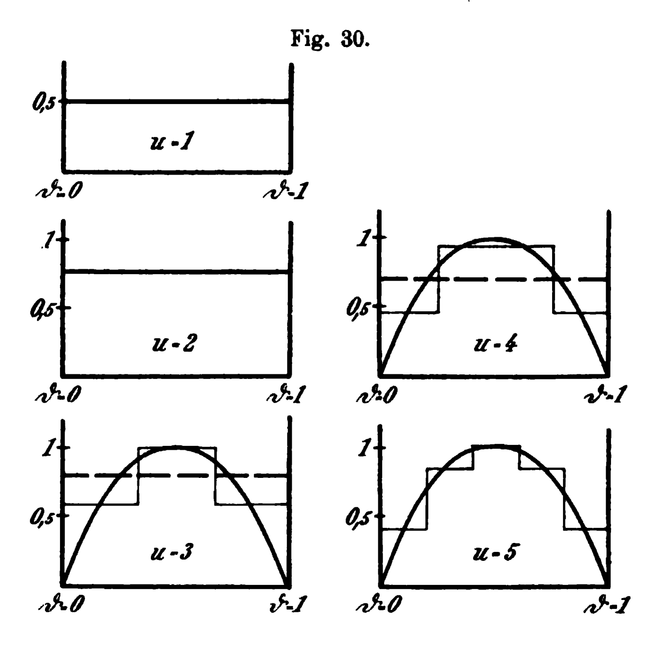
Führt man auch hier die lineare Ankerbelastung AS ein, indem man L_{in} durch seinen Wert nach Gl. (75) ersetzt und Gl. (4a) und (50a) beachtet, dann erhält man:

$$B_L = \frac{\pi}{10}\,A\,S\left(b - \frac{\beta}{2}\right)\frac{\lambda_0}{\delta}. \quad \ldots\ldots \quad (93a)$$

Unter Wendepolen mit konstantem Luftspalte kann man statt $\frac{\lambda_0}{\delta}$ in allen diesen Formeln einfach $\frac{1}{\delta_H}$ schreiben.

Es sind nun in Fig. 30 die notwendigen kommutierenden Felder, die bei geradliniger Kommutation die Spannungen der magnetischen Rückwirkung aufheben, für verschiedene Zahlen u, d. h. für verschiedene Bürstenüberdeckungen, abhängig vom Ankerumfange in der Kurzschlußzone aufgetragen, und zwar so, wie sie nach den Formeln (91) und (93) zu berechnen sind. Man erhält die stark gezogenen Kurven, die entweder gerade Linien oder Parabeln sind. Der Maßstab ist übrigens in allen Kurven derselbe, falls man die Bürstenbreite b un-

Fig. 30.



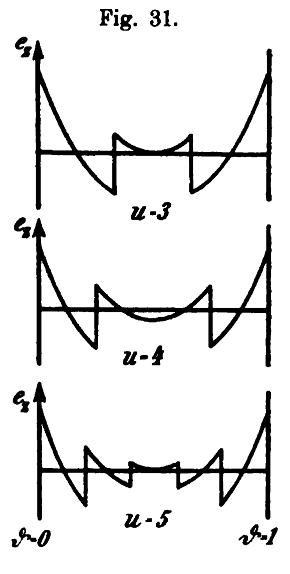
verändert läßt, und die Lamellenbreite β kleiner und kleiner werdend denkt.

Vorhin ist bereits hervorgehoben, daß die kommutierende E.M.K. in Wirklichkeit, um streng geradlinige Kommutierung zu erzielen, nicht stetig verlaufen darf, sie müßte den in Fig. 30 dünn eingezeichneten gezackten Kurven folgen. Da man einen derartigen Verlauf des Feldes aber niemals herstellen kann, so ist es bei mehr als zwei kurzgeschlossenen Spulen nicht möglich, vollkommen geradlinigen Kurzschlußstrom zu erzwingen. Es muß stets noch ein schnell pulsierender zusätzlicher Strom auftreten, der von den zusätzlichen Spannungen nach Fig. 31 hervorgerufen wird, und der die u-fache Periodenzahl der Kommutierung besitzt. Nur bei ein oder zwei be-

deckten Lamellen ist ein geradliniger Kurzschlußstrom theoretisch möglich, sofern nicht auch hier die Widerstandsänderungen im Kurzschlußkreise Abweichungen hervorbringen.

Bei drei oder vier bedeckten Lamellen kann man auch noch bei geradlinigem Felde einigermaßen gut kommutieren, wenn man es von passender Größe wählt; die gestrichelten Horizontalen in Fig. 30 stellen dies dar. Dann ist aber die Periodenzahl der auftretenden zusätzlichen Kurzschlußströme viel kleiner als bei parabolischem Kommutierungsfelde, so daß sie durch die Selbstinduktion nicht so stark gedämpft werden.

Fig. 31.



Es ist bekannt, daß sich durch Anwendung von Hilfspolen das Ankerfeld in der Kommutierungszone bei allen Belastungen der Dynamo vollkommen kompensieren läßt. Unabhängig von der Form der Magnetisierungskurve heben sich die Amperewindungen von Anker und Wendepolen auf, so daß ihre fiktiven Felder in Wirklichkeit gar nicht zu stande kommen.

Weil nun, wie oben bewiesen, auch das Feld der Selbst- und gegenseitigen Induktion der geradlinigen Kurzschlußströme nur Kraftlinien enthält, die aus dem Anker austreten, also durch die Hilfspole hindurchlaufen und dieselbe Magnetisierungskurve besitzen wie diese, so folgt daraus, daß auch dieses Feld bei jeder Stromstärke von den Amperewindungen der Hilfspole vollkommen kompensiert werden kann. Man hat die Erregung der Hilfspole nur so zu berechnen, daß sie im Luftspalte die fiktive Induktion B_L nach Gl. (91b) hervorbringen, dann kann überhaupt niemals eine derartige Selbstinduktionsspannung auftreten, denn durch das Entgegenwirken der Amperewindungen kann auch hier in Wirklichkeit gar kein Feld zu stande kommen. Bei Ankern mit glatter Wicklung ist also das resultierende Wendefeld bei richtiger Berechnung der Hilfspole jederzeit gleich Null, abgesehen natürlich von dem Einfluß der Selbstinduktion der Stirnverbindungen.

Bei Nutenankern muß man auch noch die Spannung kompensieren, die der Streuinduktion L_n durch die Nut entspricht, hier hat also das wirklich zu stande kommende Wendefeld den Betrag B_N, der durch Gl. (92) gegeben ist. Da diese Streuinduktions-

spannung der Ankerstromstärke fast genau proportional ist, so läßt sie sich wegen der gekrümmten Magnetisierungskurve der Hilfspole nicht für alle Stromstärken exakt kompensieren; bei der Berechnung der Hilfspole ist aber zu beachten, daß ihre wirklich zu stande kommende Kraftlinienzahl allein dem Felde B_N — mit einem Zuschlage wegen der Stirnverbindungen — entspricht.

III. Teil.

Die magnetische Leitfähigkeit für das Anker- und Kurzschlußstromfeld.

17. Kapitel.

Das magnetische Potential des Ankerfeldes.

Eine der wichtigsten Größen, die in sämtlichen in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen eine Rolle spielt, ist die relative spezifische Leitfähigkeit, die die Kraftlinien des Ankers beim Austritt aus seiner Oberfläche auf ihrem Wege vorfinden. Die Kenntnis dieser magnetischen Leitfähigkeit λ_x ermöglicht überhaupt erst eine anschauliche Betrachtung aller Wirkungen der Anker- und Kurzschlußstromfelder.

Das Problem, bei gegebenen Umrißlinien der Eisenquerschnitte und bei gegebener Verteilung der Ströme am Ankerumfange den genauen Verlauf und die Dichte der erzeugten Kraftlinien im Luftraume zu finden, gehört in das Gebiet der Potentialtheorie. Außerhalb der stromführenden Drähte gehorcht die magnetische Kraft den Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial y} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (94)$$

und läßt sich daher von einem magnetischen Potentiale Φ ableiten, mit Hilfe der Gleichungen

$$\mathfrak{H}_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}; \quad \mathfrak{H}_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad \ldots \ldots \quad (95)$$

wenn $\mathfrak{H}_x$ und $\mathfrak{H}_y$ die Komponenten nach der x- und y-Richtung bedeuten. Betrachten wir die Verhältnisse in allen Querschnitten der

Maschine als gleich, dann muß das Potential der einen Bedingungsgleichung genügen:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0. \quad \ldots \ldots \quad (96)$$

Nehmen wir die Permeabilität aller Eisenteile als sehr groß an, dann hat das Potential innerhalb derselben und daher auch längs der stromfreien Grenzlinien von Luft und Eisen konstante Größe, die wir willkürlich zu Null festsetzen dürfen. An der Oberfläche des Ankers fließen elektrische Ströme und zwar, wie wir zur Vereinfachung annehmen wollen, in einer dünnen Grenzschicht zwischen Luft und Eisen. Hier ist das Potential nicht konstant, sondern hängt von der Stärke und Verteilung der Ströme ab.

Um seinen Wert längs des Ankerrandes zu berechnen, denken wir uns die Stromschicht so dünn, daß sie nur noch eine Unstetigkeitsfläche bildet.

Dann gilt längs des Randes die Beziehung

$$d\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \Phi}{\partial y} dy,$$

denn Φ ist alleinige Funktion der Koordinaten x und y. Zeitliche Veränderungen brauchen wir hier nicht zu beachten. Setzt man die Werte der Differentialquotienten aus Gl. (95) ein, dann hat man

$$d\Phi = \mathfrak{H}_x dx + \mathfrak{H}_y dy = \mathfrak{H}_s ds,$$

wenn mit $\mathfrak{H}_s$ die Komponente der Feldstärke in der beliebigen Richtung s gemeint ist. Durch Integration entsteht

$$\Phi_b - \Phi_a = \int_a^b \mathfrak{H}_s ds. \quad \ldots \ldots \quad (97)$$

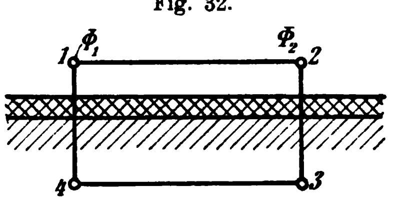


Fig. 32.

Diese Beziehung wollen wir anwenden auf einen Integrationsweg, der die stromführende Oberfläche zweimal durchsetzt und sich innerhalb des Ankers im Eisen, außerhalb in Luft schließt (Fig. 32). Die Punkte 1 und 2 sollen sehr nahe an der Ankeroberfläche liegen, nur die sehr dünn gedachte Stromschicht dazwischen lassend. Dann ist

$$\int_1^4 \mathfrak{H}_s ds = \int_2^3 \mathfrak{H}_s ds = 0.$$

Weil außerdem die Permeabilität des Ankereisens sehr groß und daher $\mathfrak{H}$ sehr klein ist, so hat man auch nahezu

$$\int_3^4 \mathfrak{H}_s \, ds = 0.$$

Das geschlossene Linienintegral geht also über in

$$\int_1^2 \mathfrak{H}_s \, ds = \Phi_2 - \Phi_1.$$

Anderseits ist das Linienintegral der magnetischen Kraft proportional der gesamten umschlossenen elektrischen Stromstärke:

$$\int \mathfrak{H}_s \, ds = \frac{4\pi}{10} \int_1^2 i \, dx,$$

so daß man unter Fortlassung der Konstanten erhält:

$$\Phi = \frac{4\pi}{10} \int i \, dx \quad \ldots \ldots \ldots \quad (98)$$

als Wert des magnetischen Potentials längs der Ankeroberfläche. Bis auf den Faktor $\frac{4\pi}{10}$ ist das ganz derselbe Wert, der in Gl. (1) für die Amperewindungszahl an jeder Stelle hergeleitet wurde, wie das ja auch sein muß.

Die Aufgabe, die jetzt vorliegt, ist also, die Funktion Φ, die im Luftraume der Differentialgleichung (96) genügen muß und an dessen Grenzen angebbare Werte besitzt, zu bestimmen. Das ist eine Randwertaufgabe der Potentialtheorie, die in geschlossener Form nur für ganz bestimmte Spezialfälle gelöst ist. Herr Prof. C. Runge hat jedoch eine Methode entwickelt, die es gestattet, durch fortgesetzte Näherung die Aufgabe für ganz beliebige Randbedingungen zu lösen und zwar mit jedem gewünschten Genauigkeitsgrade.

Wenn Φ abhängig von x und y bekannt ist, dann kann man sich nach Gl. (95) die Komponenten von $\mathfrak{H}$, und weil in der Luft die Permeabilität gleich 1 ist, auch die resultierende Induktion $\mathfrak{B}$ für jeden Punkt ausrechnen. Durch die Werte von B und Φ am Ankerrande ist dann nach Gl. (1), (2) und (98) die spezifische Leitfähigkeit gegeben als

$$\lambda_x = \delta \frac{B}{\Phi} = \delta \frac{\frac{\partial \Phi}{\partial y}}{\Phi} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (99)$$

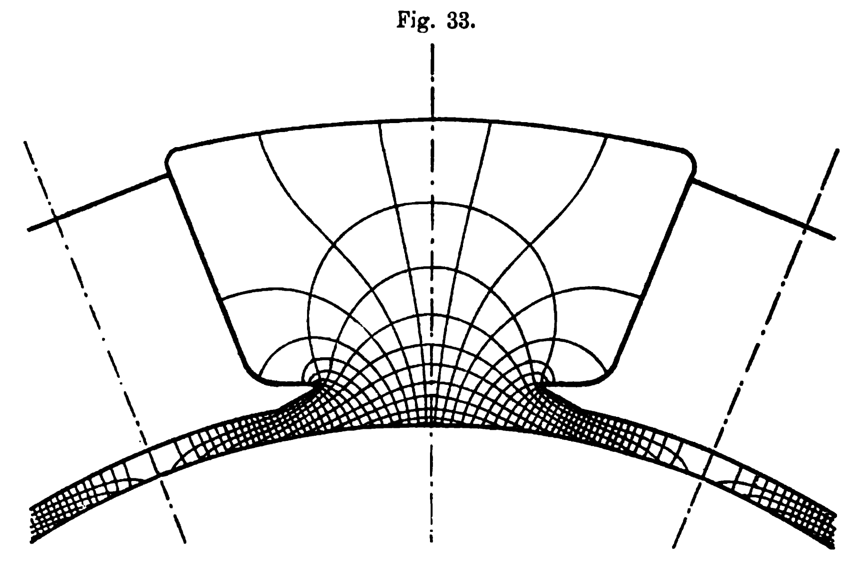
Für die Praxis ist diese Berechnungsart meist nicht einfach genug, es soll daher im folgenden Kapitel eine Methode beschrieben werden, die wesentlich schneller zum Ziele führt, dabei aber doch recht genaue Werte liefert, es ist eine Verbesserung der gewöhnlichen Kraftlinienmethode zur Berechnung des Ankerfeldes.

18. Kapitel.

Berechnung der Leitfähigkeit aus Kraftlinienbildern.

In Fig. 33 sind die Kraftlinien, die die Ankerströme in der Luft erzeugen, gezeichnet, gleichzeitig aber auch die Linien, auf denen das Potential Φ konstante Werte besitzt, die magnetischen Aequipotential-

Fig. 33.



linien. Die Grenzlinien der Magnetpole sind natürlich äquipotential; diejenigen Aequipotentiallinien, die den Luftraum durchsetzen, quellen unter einer Polhälfte aus der Ankeroberfläche hervor, um in der nächstfolgenden wieder in ihr zu versinken, sie endigen beiderseits in den stromführenden Drähten.

Da das Potential — bis auf die Kurzschlußzone — längs der Ankeroberfläche gleichmäßig steigt und sinkt, genau so wie früher der Wert der Amperewindungen, so endigen alle Aequipotentiallinien in gegenseitig konstanten Abständen im Anker. Setzt man also eine bestimmte Anzahl Linien fest, dann sind ihre Endpunkte ohne weiteres gegeben. Hierdurch

wird es bewirkt, daß sich die Aequipotentiallinien von vornherein viel leichter richtig entwerfen lassen wie die Kraftlinien, so daß es zweckmäßig ist, ihren Verlauf zuerst zu zeichnen. Im Luftraum verlaufen sie genau so wie eine wirbelfreie Flüssigkeitsströmung, so daß sie auch hier leicht richtig gezeichnet werden können.

Hat man die Aequipotentiallinien in die Querschnittszeichnung eingetragen, dann kann man mit großer Sicherheit das Kraftlinienbild entwerfen, wenn man nur beachtet, daß beide Kurvensysteme sich stets senkrecht kreuzen müssen. Ist dies an irgend einer Stelle nicht sofort zu erreichen, dann hat man die Aequipotentiallinien ein wenig abzuändern; als Kriterium für die Richtigkeit der Bilder kann die quadratische Struktur gelten, die vorhanden sein muß, wenn man den Abstand der Kraftlinien passend wählt. Durch kleine Korrekturen erhält man so sehr bald den richtigen Verlauf. Natürlich hat es keinen Zweck, in der Genauigkeit allzuweit zu gehen, da kleine Abweichungen für die Berechnung der Leitfähigkeit nicht viel ausmachen.

Man könnte nun aus dem Abstande der Kraftlinien an der Ankeroberfläche ohne weiteres die dort herrschende Kraftliniendichte berechnen, die Genauigkeit wäre dann aber nicht sehr groß. Besser ist es, aus der Form der einzelnen Kraftröhren die Leitfähigkeit zu berechnen nach einer Methode, die zuerst von E. Arnold und J. L. la Cour angegeben wurde [1]).

Bezeichnet b_x die mittlere Weite einer Kraftröhre und l_x deren mittlere Länge, dann ist ihre Leitfähigkeit gleich $\frac{b_x}{l_x}$. Natürlich kann man die Kraftröhre der Länge nach auch unterteilen, um das mittlere Verhältnis genauer zu berechnen. Wird mit a_x die Basis der Röhre an der Ankeroberfläche bezeichnet, dann ist die spezifische Leitfähigkeit, die für die Normalkomponente der Induktion in Frage kommt, gleich $\frac{b_x}{a_x l_x}$, und nennt man, wie früher, δ den äquivalenten Luftspalt unter den Polen, dann berechnet sich die relative spezifische Leitfähigkeit an jeder Stelle der Ankeroberfläche zu

$$\lambda_x = \frac{\delta b_x}{a_x l_x}. \qquad (100)$$

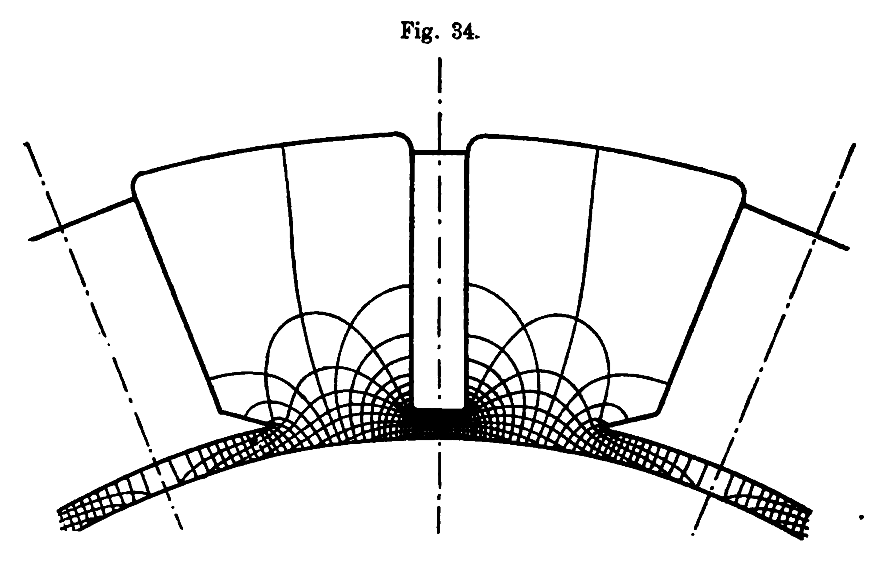
[1]) E. Arnold und J. L. la Cour, Beitrag zur Vorausberechnung und Untersuchung von Ein- und Mehrphasenstromgeneratoren. Sammlung elektrotechnischer Vorträge von Prof. Voit Bd. III, 1901. Heft 1/2, S. 12.



Unter den Polen hat dieser Bruch natürlich den Wert 1, weil dort $l_x = \delta$ und $b_x = a_x$ ist, wie es auch sein muß.

Will man die Leitfähigkeit für Dynamos mit Wendepolen berechnen, dann erhält man ein Bild der Kraft- und Aequipotentiallinien,

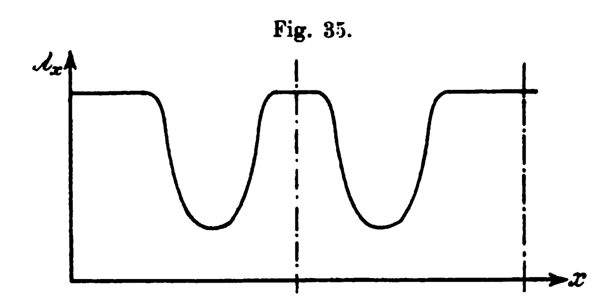
Fig. 34.



wie es in Fig. 34 gezeichnet ist. Die Kurve der Ankerleitfähigkeit hat dann das Aussehen der Fig. 35.

Wenn erhebliche zusätzliche Kurzschlußströme vorhanden sind, dann erhält die Kurve für Φ an der Ankeroberfläche innerhalb der

Fig. 35.



Kommutierungszone einen unregelmäßigen Verlauf, genau so wie das früher im 3. Kapitel für die AW-Kurve gezeigt ist. Die Verteilung der Aequipotentiallinien ändert sich dann ein wenig, die spezifische Leitfähigkeit bleibt jedoch überall, auch in der Kurzschlußzone, fast genau dieselbe. Besonders deutlich erkennt man das unter den Wendepolen; die Kraftlinien laufen dann allerdings an verschiedenen Stellen

verschieden dicht, weil aber die Leitfähigkeit nach Gl. (100) nur von dem Verhältnis $\frac{b_x}{a_x}$ abhängt, so bleibt sie fast völlig unverändert.

Rechnet man bei Anwendung von Hilfspolen den Selbstinduktionskoeffizienten einer Ankerspule aus, wie er beim Hindurchleiten von Wechselstrom vorhanden wäre, so erhält man das Resultat, daß derselbe während der Kommutierungszeit stark schwankt, er ist am größten, wenn die Spule unter der Hilfspolmitte steht, am kleinsten an den Seiten. Diese Veränderlichkeit ist in der Kommutationstheorie nur sehr schwer zu berücksichtigen. Bei den in dieser Abhandlung durchgeführten Rechnungen tritt diese Schwierigkeit gar nicht auf. Die Leitfähigkeit λ_x ist während der ganzen Kommutierung konstant, wenn nur der Hilfspolluftspalt räumlich unveränderlich ist.

Es sei hier nochmals darauf hingewiesen, daß für die Berechnung der Induktionskoeffizienten L und M, die die zeitliche Schwankung des Feldes wiederspiegeln, nur der Teil der Leitfähigkeit zu nehmen ist, der für magnetische Schwingungen von der u-fachen Periodenzahl der Kommutierung in Betracht kommt. Für den Induktionskoeffizienten zweiter Art, Q, kommt dagegen stets die volle Leitfähigkeit in Betracht, weil dieser den Einfluß eines zeitlich konstanten Feldes darstellt.

Bei gewöhnlichen Maschinen, ohne Wendepole, liefern nicht nur die Kraftlinien, die quer durch die Nuten laufen, sondern nach Gl. (75) auch diejenigen, die innerhalb der Kommutierungszone aus dem Anker austreten, einen Beitrag zur Selbstinduktion der zusätzlichen Kurzschlußströme. Bringt man nun nachträglich massive Wendepole an, dann kommt der zweite Bestandteil fast ganz in Fortfall, weil λ_0 für die schnellen Schwingungen außerordentlich klein geworden ist, so daß der eigentliche Selbstinduktionskoeffizient geringer wird. Dafür bildet sich allerdings jetzt ein stärkeres, zeitlich konstantes Rückwirkungsfeld der zusätzlichen Ströme unter den Hilfspolen aus, das eine Selbstinduktion zweiter Art bewirkt; dieselbe ist jedoch nach Kapitel 5 für das Funken bei weitem nicht so gefährlich.

Durch Anwendung von massiven Wendepolen wird also die reine Selbstinduktion der Kurzschlußspulen vermindert und nicht vergrößert, wie vielfach in der neueren Literatur angegeben wird[1]). Tatsächlich fand W. Siebert[2]), daß schon beim Hinein-

[1]) R. Pohl, E.T.Z. 1905, S. 509; M. Breslauer, E.T.Z. 1905, S. 640.

[2]) W. Siebert, E.T.Z. 1906, S. 847. Die Erscheinung ist dort gleich richtig gedeutet.



bringen von unerregten Wendepolen in die Kurzschlußzone das Funken der Bürsten verringert wurde.

Zweckmäßig ist es daher aus diesen Gründen, massive Wendepole anzuwenden, aber auch bei lamellierten, von vielleicht 1 mm Blechstärke, die bei Belastungsstößen in der Dynamo von Vorteil sein können, dürfte bei der hohen Periodenzahl die Dämpfung der Feldschwankungen schon recht erheblich sein.

Literaturverzeichnis über die Theorie der Kommutation.

1. Lehrbücher und Monographien.

E. Arnold, Die Ankerwicklungen und Ankerkonstruktionen der Gleichstromdynamomaschinen. 3. Aufl. Berlin 1899.

Parshall and Hobart, Electric generators. London 1900.

E. Arnold, Die Gleichstrommaschine. 2 Bde. 1. Aufl. Berlin 1902/03. 2. Aufl. 1906.

H. Gallusser, Ein Beitrag zur Vorausberechnung der Kommutationsverhältnisse bei Gleichstrommaschinen. Stuttgart 1902.

M. Kahn, Der Uebergangswiderstand bei Kohlenbürsten. Stuttgart 1902.

F. Niethammer, Berechnung und Entwurf elektrischer Maschinen, Apparate und Anlagen. Bd. 1. Stuttgart 1903.

A. Railing, Ueber Kommutierungsvorgänge und zusätzliche Bürstenverluste. Stuttgart 1903.

G. Kapp, Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom. 4. Aufl. Berlin 1904.

J. Fischer-Hinnen, Die Wirkungsweise, Berechnung und Konstruktion elektrischer Gleichstrommaschinen. 5. Aufl. Zürich 1904.

K. Czeija, Die experimentelle Untersuchung der Kommutationsvorgänge in Gleichstrommaschinen. Stuttgart 1904.

P. Janet, Leçons d'électrotechnique générale. 2 Bde. 2. Aufl. Paris 1904/05.

F. Punga, Das Funken von Kommutatormotoren. Hannover 1905.

R. Pohl, Ueber magnetische Wirkungen der Kurzschlußströme in Gleichstromankern. Stuttgart 1905.

P. Riebesell, Ueber den Kurzschluß der Spulen und die Vorgänge bei der Kommutation des Stromes eines Gleichstromankers. Kiel 1905.

S. P. Thompson, Dynamo-electric machinery. 2 Bde. 7. Aufl. London 1905.

E. Arnold und J. L. la Cour, Die Kommutation bei Gleichstrom- und Wechselstromkommutatormaschinen. Stuttgart 1906.

2. Abhandlungen in Zeitschriften.

Swinburne, The theory of armature reactions in dynamos and motors. Journal of the Institution of electrical engineers 1890, S. 90.

Pelissier, Surpression des étincelles aux balais des dynamos. La lumière électrique Bd. 43, 1892, S. 555.

Sayers, On the prevention and control of sparking. The Electrician, London, Bd. 31, 1893, S. 60, 128.

Rechniewski, Les étincelles aux balais. Bulletin de la société internationale des électriciens 1893, S. 274.

Staner, Le calage des balais dans les dynamos à courant continu. L'électricien, Ser. 2, Bd. 6, 1893, S. 117.

Rechniewski, Les moyens de diminuer les étincelles aux balais des dynamos à courant continu. L'électricien Bd. 6, 1893, S. 66, 101, 177.

Kingdon, Commutation in motors and dynamos. The Electrician Bd. 32, 1893, S. 137.

Fischer-Hinnen, Die Beurteilung von Gleichstrommaschinen mit Bezug auf die Funkenbildung. E.T.Z. 1896, S. 585, 598.

Mordey, On dynamos. The Electrician Bd. 39, 1897, S. 139, 188.

Brown, Sparkless collection. The Electrician Bd. 39, 1897, S. 184, 227.

Hawkins, Armature reaction and the theory of commutation. The Electrician Bd. 39, 1897, S. 13, 39, 113, 135, 176, 212.

Fischer-Hinnen, Eine neue Methode zur Vermeidung der Funkenbildung von Gleichstrommaschinen. E.T.Z. 1897, S. 786.

Reid, Sparking, its cause and effects. Electrical Review Bd. 31, 1897, S. 303, 314.

Housman, Reid, Sayers, Commutation in continuous-current dynamos. The Electrician Bd. 40, 1898, S. 520, 598, 626, 666, 697, 730, 799, 866.

Thomas, Sparking in dynamos. The Electrician Bd. 40, 1898, S. 557.

Everett and Peake, Experiments on commutation in dynamos and motors. The Electrician Bd. 40, 1898, S. 861.

Allen, Sparkless reversal in dynamos. Journal of the Institution of electrical engineers 1898, S. 209.

Girault, Sur la commutation dans les dynamos à courant continu. Industrie électrique 1898, S. 153, 180, 202, 231, 250.

Dick, Ueber die Ursachen der Funkenbildung an Kollektor und Bürsten bei Gleichstromdynamos. E.T.Z. 1898, S. 802.

Everett and Peake, The effect of commutation on the field of dynamos and motors. The Electrician Bd. 42, 1898, S. 328.

Fischer-Hinnen, Ueber die Funkenbildung an Gleichstrommaschinen. E.T.Z. 1898, S. 850, 867.

Rice, The prevention of sparking and the selection of types of armature cores and windings. The electrical engineer Bd. 10, 1898, S. 537.

Kapp, Die Funkengrenze bei Gleichstrommaschinen. E.T.Z. 1899, S. 32.

Arnold und Mie, Ueber den Kurzschluß der Spulen und die Kommutation des Stromes eines Gleichstromankers. E.T.Z. 1899, S. 97, 136, 150.

Isler, Beurteilung der Gleichstrommaschinen in Bezug auf Funkenbildung. E.T.Z. 1899, S. 714, 732.

Hawkins, The theory of commutation. The Electrician Bd. 46, 1900, S. 19, 44.

W. A. P., Recent papers on the commutation of the direct-current dynamo. Electrical Review Bd. 46, 1900, S. 43, 86, 211, 299.

Niethammer, Beiträge zur Berechnung und Beurteilung von Dynamomaschinen und Motoren. E.T.Z. 1900, S. 549.

Hobart, Modern commutating dynamo machinery, with special reference to the commutating limits. Journal of the Institution of electrical engineers 1901, S. 170.



Pichelmayer, Zur Theorie der Stromwendung. E.T.Z. 1901, S. 967.
Punga, Zur Theorie der Stromwendung. E.T.Z. 1901, S. 1035.
Hill, Sparkless commutation with fixed brushes. Electrical Review Bd. 50, 1902, S. 44.
Boy de la Tour, Sur la commutation. Industrie électrique 1902, S. 97, 107, 124, 148, 172.
Rothert, Wieviel Kollektorlamellen soll eine Gleichstrommaschine haben. E.T.Z. 1902, S. 309.
Fischer-Hinnen, Funkenlose Kommutierung. E.T.Z. 1902, S. 396.
Niethammer, Ueber den Entwurf sehr rasch und sehr langsam laufender Maschinen. E.T.Z. 1902, S. 437.
Rothert, Beitrag zur Theorie der Stromwendung. E.T.Z. 1902, S. 865, 884.
Punga, Zur Theorie der Stromwendung. Zeitschr. für Elektr. 1902, S. 366, 377, 390.
Pichelmayer, Zur Theorie der Stromwendung. E.T.Z. 1902, S. 623.
Prenzlin, Ueber funkenfreies Kommutieren des Stromes von Gleichstrommaschinen mit Kohlenbürsten. E.T.Z. 1902, S. 933, 958.
Iliovici, Sur une méthode de mesure de la variation du courant dans la bobine en court-circuit pendant la durée de la commutation dans une dynamo à courant continu. Comptes rendus 1903, Bd. 136, S. 1545.
Arnold, Beitrag zur experimentellen Untersuchung von Gleichstrommaschinen. E.T.Z. 1903, S. 469.
Pichelmayer, Zur Theorie der Stromwendung. E.T.Z. 1903, S. 1081.
Iliovici, Essais sur la commutation dans les dynamos à courant continu. Comptes rendus 1903, Bd. 137, S. 179.
Neild and Banting, Commutation of continuous-current generators and motors. The Electrical Engineer Bd. 34, 1904, S. 444.
Keller, A practical test on commutation. Electrical World Bd. 44, S. 282, 289.
Niethammer, Ueber Kommutation und Streuung. Zeitschr. für Elektrotechn. 1904, S. 667.
Waters, Predetermination of sparking in direct-current machines. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers 1904, S. 355.
Durville, Sur la recherche des causes du crachement des balais dans les dynamos à collecteur. Industrie électrique 1904, S. 109.
Reid, Limits of injurious sparking in direct-current commutation. Proceedings of the American Institute of Electrical Engineers 1905, S. 297, 916.
Senstius, Limitations in direct current machine design. Proceedings of the American Institute of Electrical Engineers 1905, S. 407, 925.
Pohl, Ueber Kommutierungsmagnete für Gleichstrommaschinen. E.T.Z. 1905, S. 509, 786, 873, 959.
Breslauer, Gleichstrommaschinen mit Hilfspolen. Versuche und Dimensionierung. E.T.Z. 1905, S. 640, 716, 787, 873, 959.
Catterson-Smith, Commutation in a four-pole motor. The Electrician 1905, Bd. 55, S. 11, 143.
Dunn, Commutation of direct current dynamo-electric machines. Electrical World Bd. 45, 1905, S. 481.
Adams, Reactance E. M. F. and the design of commutating machines. Electrical World Bd. 46, 1905, S. 346.
Press, Commutation theory. Electrical World Bd. 46, 1905, S. 1027.

Woodfield, External causes of sparking in direct-current machinery. Electrical Review Bd. 56, 1905, S. 1077.

Arnold, Einiges über Kommutation und Wendepole. Zeitschr. für Elektrotechn. 1905, S. 698, 765; 1906, S. 128, 176.

Hahnemann, Riebesell, Waldmann, Ueber den Kurzschluß der Spulen und die Vorgänge bei der Kommutation des Stromes eines Gleichstromankers. E.T.Z. 1906, S. 61, 303, 491.

Press, Calculation of dynamo sparking constants. Electrical World Bd. 47, 1906, S. 525.

Arnold, Ueber die Untersuchung von Dynamobürsten. Zeitschr. für Elektrotechnik 1906, S. 615.

Arnold, Einiges über Wendepolmaschinen und kompensierte Maschinen; Zahl der Wendepole. E.T.Z. 1906, S. 717.

Salto, Die Messung der Uebergangswiderstände von Metall-Kohle-Bürsten. E.T.Z. 1906, S. 892.

Siedeck, Die Vorgänge an Kohlebürsten. E.T.Z. 1906, S. 1057.

Menges, Ueber Kommutierung und Kompensierung bei Gleichstrommaschinen. E.T.Z. 1906, S. 1127.

Breslauer, A study in the design of a 500 K-W. continuous current generator. The Electrician Bd. 56, 1906, S. 835. 918.

Mie, Ueber die Kurzschlußstromkurve eines Gleichstromankers. Zeitschr. für Mathematik und Physik Bd. 53, 1906, S. 87.

Riebesell, Ueber die Kommutation des Stromes in Gleichstromgeneratoren. Zeitschr. für Mathematik und Physik Bd. 53, 1906, S. 337.

Pelikan, Zur Theorie und Konstruktion von Wendepolmaschinen. E.T.Z. 1907, S. 26.

Bezeichnungen.

AS = Lineare Ankerbelastung.

AW_a = Gegenamperewindungszahl der Ankerströme.

AW_k = Gegenamperewindungszahl der Kurzschlußströme.

AW_x = Amperewindungszahl am Ankerumfange.

a_x = Eintrittsweite einer Kraftröhre in den Anker.

B = Magnetische Induktion.

B_0 = Maximale Induktion in der Kommutierungszone.

B_0 = Dieselbe bei überall konstanter magnetischer Leitfähigkeit.

B_A = Kommutierungsfeld zur Kompensation des Ankerfeldes.

B_L = Kommutierungsfeld zur Kompensation der inneren Selbstinduktion.

B_N = Kommutierungsfeld zur Kompensation der Streuinduktion durch die Nuten.

B_W = Kommutierungsfeld zur Ueberwindung des Kurzschlußwiderstandes.

B_z = Zusätzliches Kommutierungsfeld.

b = Breite der Kommutierungszone.

b = Auf den Ankerumfang projizierte Bürstenbreite.



b_c = Bürstenverschiebung, am Ankerumfange gemessen.
b_x = Mittlere Weite einer Kraftröhre.

C = Integrationskonstante.

D = Ankerdurchmesser.

E = In einer Ankerspule induzierte E.M.K.
E_0 = Konstanter Teil der zusätzlichen E.M.K.
e = Basis der natürlichen Logarithmen.
e_I = In der Kurzschlußspule durch Bewegung induzierte E.M.K.
e_{II}, e_{III} = In der Kurzschlußspule durch Feldänderung induzierte E.M.K.
e_A = Kommutierungsspannung zur Kompensation des Ankerfeldes.
e_L = Kommutierungsspannung zur Kompensation der inneren Selbstinduktion.
e_N = Kommutierungsspannung zur Kompensation der Streuinduktion durch die Nuten.
e_W = Kommutierungsspannung zur Ueberwindung des Widerstandes.
e_z = Zusätzliche Kurzschluß-E.M.K.

F = Auflagefläche eines Bürstensatzes.

$\mathfrak{H}$ = Magnetische Feldstärke.

i = Drahtstrom im Anker.
i = Lineare Stromdichte am Ankerumfange.
i_a = Ankerzweigstrom.
i_c = Strom in den Kollektorlamellen.
i_g = Geradliniger Bestandteil des Kurzschlußstromes.
i_k = Gesamter Kurzschlußstrom.
i_z = Zusätzlicher Kurzschlußstrom.

K = Induktionskoeffizient.

L = Koeffizient der Selbstinduktion.
L_{aus} = Induktionskoeffizient der Kraftlinien außerhalb der Kommutierungszone.
L_{in} = Induktionskoeffizient der Kraftlinien innerhalb der Kommutierungszone.
L_n = Induktionskoeffizient der Nutenkraftlinien.
L_s = Koeffizient der Streuinduktion.
l = Ankerlänge.
l = Gesamtlänge eines Bürstensatzes.
l_x = Mittlere Länge einer Kraftröhre.

M = Koeffizient der inneren gegenseitigen Induktion.
M_0 = Größter Wert der gegenseitigen Induktion der kurzgeschlossenen Spulen.

N = Zahl der Ankerdrähte.

Q = Induktionskoeffizient zweiter Art.

R_b = Widerstand der Bürsten und Verbindungsleiter für die Kurzschlußströme.

R_k = Spezifischer Uebergangswiderstand der Bürsten.
R_s = Widerstand einer Ankerspule.
R_u = Gesamter Uebergangswiderstand eines Bürstensatzes.
R_v = Widerstand einer Kollektorverbindung.
R_w = Gesamter Widerstand der parallelen Kollektorverbindungen.
r = Abmessung der Nuten.

s = Stromdichte unter der Bürste.

T = Dauer des Kurzschlusses einer Ankerspule.
t = Variable Zeit.

u = Zahl der gleichzeitig durch eine Bürste kurzgeschlossenen Spulen.

v = Umfangsgeschwindigkeit des Ankers.
v_m, v_e = Ohmscher Spannungsverlust.

w = Windungszahl einer Spule.

x = Koordinate des Ankerumfanges.
x_m = Abszisse des Mittelpunktes einer Spulenseite.

y = Entfernung gleichzeitig kurzgeschlossener Spulen.

Z = Von einer Ankerspule umschlossene Kraftlinienzahl.

α = Exponentialfaktor.
β = Abstand der Spulenseiten auf der Ankeroberfläche.
β = Auf den Ankerumfang projizierte Lamellenbreite.
Δ = Zeichen für eine Differenz.
δ = Aequivalenter Luftspalt unter den Hauptpolen.
δ_H = Aequivalenter Luftspalt unter den Hilfspolen.
ϑ = Verhältnis der variablen Zeit zur Kurzschlußdauer.
λ_x = Relative spezifische magnetische Leitfähigkeit.
λ_0 = Magnetische Leitfähigkeit in der Kommutierungszone.
μ = Abstand gleichzeitig kurzgeschlossener Spulenseiten.
ξ = Entfernung eines Punktes der Spulenseite von deren Mitte.
Σ = Summenzeichen.
τ = Polteilung.
Φ = Magnetisches Potential.
φ = Neigungswinkel der Ankerfeldkurve in der Kommutierungszone.





